

Programma del corso di ANALISI MATEMATICA
Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione Digitale
Docente: Anna Valeria Germinario
A.A. 2013/2014

Numeri

Richiami di teoria degli insiemi: nozione di insieme, appartenenza, uguaglianza, inclusione, insieme vuoto. Gli insiemi numerici \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} . Operazioni tra insiemi: unione intersezione, complementare, prodotto cartesiano.

Logica elementare: predicati e proposizioni, dimostrazioni e controesempi, negazioni e dimostrazioni indirette.

Campi ordinati: Struttura di campo ordinato di \mathbb{Q} e sua rappresentazione geometrica. Inadeguatezza di \mathbb{Q} nella misura delle lunghezze. Estremi di un insieme numerico: massimo, minimo, maggiorante, minorante. Insiemi limitati. La proprietà di completezza. Definizione assiomatica di \mathbb{R} .

Valore assoluto. Intervalli. Radici, potenze, logaritmi. Grandezze trigonometriche.

Funzioni di una variabile

Il concetto di funzione: dominio, immagine, grafico. Funzioni reali di variabile reale. Funzioni limitate. Funzioni simmetriche. Funzioni monotone. Funzioni periodiche. Funzioni composte. Funzioni invertibili, funzioni inverse. Invertibilità delle funzioni strettamente monotone (con dimostrazione).

Funzioni elementari: funzioni lineari, funzione valore assoluto, funzioni potenze e radici, potenze ad esponente reale, funzioni esponenziali e funzioni logaritmo, funzioni trigonometriche e loro inverse. Operazioni sui grafici, polinomi quadratici. Disequazioni relative alle funzioni elementari.

Limiti e continuità

Definizione di successione. Successioni convergenti, successioni divergenti, successioni irregolari. Infinitesimi e infiniti. Successioni monotone, teorema di monotonia. Calcolo dei limiti: algebra dei limiti, teoremi della permanenza del segno (con dimostrazione), teorema di confronto e corollario (con dimostrazione). Forme indeterminate. Il numero di Nepero. Confronti e stime asintotiche. Gerarchia degli infiniti.

Limiti di funzioni: definizione successionale di limite. Unicità del limite. Limite destro e limite sinistro. Asintoti. Continuità di una funzione reale. Intorni e definizione topologica di limite. Calcolo dei limiti: teorema del confronto (con dimostrazione), teorema della permanenza del segno. Algebra dei limiti e delle funzioni continue. Forme indeterminate. Continuità delle funzioni elementari. Limiti delle

funzioni elementari. Teorema del cambio di variabile nel limite e di continuità della funzione composta. Limiti notevoli, confronti e stime asintotiche.

Proprietà globali delle funzioni continue o monotone. Teorema degli zeri. Teorema di Weierstrass. Teorema di esistenza dei valori intermedi (con dimostrazione). Limiti di funzioni monotone. Monotonia e invertibilità.

Serie numeriche

Definizione e primi esempi. Serie geometrica, serie telescopiche, serie armonica. Divergenza della serie armonica (con dimostrazione). Condizione necessaria per la convergenza di una serie. Resto n -esimo di una serie. Serie a termini non negativi e loro criteri di convergenza: criterio del confronto, criterio del confronto asintotico (con dimostrazione), criterio della radice, criterio del rapporto. Serie a termini di segno variabile. Convergenza assoluta. Serie con termini a segno alterno, criterio di Leibniz.

Calcolo differenziale per funzioni di una variabile

Derivata di una funzione. Derivata e retta tangente. Derivate di funzioni elementari. Derivate successive. Derivata destra e derivata sinistra, flessi a tangente verticale, punti angolosi, cuspidi. Continuità delle funzioni derivabili (con dimostrazione). Regole di calcolo delle derivate: algebra delle derivate, derivata di una funzione composta, derivata di funzione inversa.

Punti stazionari, massimi e minimi locali. Teorema di Fermat (con dimostrazione). Teorema di Lagrange (con dimostrazione). Test di monotonia (con dimostrazione). Caratterizzazione delle funzioni a derivata nulla (con dimostrazione). Studio dei massimi e minimi di una funzione. Teorema di Del'Hôpital. Limite della derivata e derivabilità.

Derivata seconda. Significato geometrico della derivata seconda. Derivata seconda, concavità e convessità. Punti di flesso. Studio qualitativo del grafico di una funzione.

Differenziale e approssimazione lineare. Il simbolo di "o piccolo". Approssimazione locale di una funzione tramite polinomi di Taylor. Formula di Taylor con il resto di Peano (con dimostrazione) e di Lagrange. Applicazione al calcolo approssimato di funzioni elementari e al calcolo di limiti.

Calcolo integrale per funzioni di una variabile

L'integrale come limite di somme. Classi di funzioni integrabili. Proprietà dell'integrale: additività, linearità, confronto. Teorema della media (con dimostrazione). Nozione di primitiva e integrale indefinito. Teorema fondamentale del calcolo integrale (con dimostrazione). Calcolo di integrali indefiniti e indefiniti: integrali immediati, per scomposizione, per sostituzione. Integrazione delle funzioni razionali. Integrali

generalizzati: integrazione di funzioni non limitate e integrazioni su intervalli illimitati. Criteri di integrabilità al finito e all'infinito. Funzioni integrali e secondo teorema fondamentale del calcolo integrale (con dimostrazione).

Testo di riferimento

M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa, *Analisi matematica 1*, Zanichelli.