

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. Giustificando le risposte, si determini

- (a) un insieme limitato inferiormente;
- (b) se la funzione $f(x) = x^3$, $x \in [-1, 1]$ verifica le ipotesi del teorema degli zeri;
- (c) un esempio di serie numerica divergente;
- (d) la derivata di $f(x) = x^2$ nel punto $x_0 = 1$, usando la definizione di derivata;
- (e) se la funzione $F(x) = \operatorname{tg} x$ è una primitiva di $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$,
- (f) un esempio di funzione integrabile in senso improprio in un intervallo illimitato.

6 punti

2. Si tracci un grafico approssimativo della funzione $f(x) = (x - 2)\sqrt{x}$.

7 punti

3. Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \operatorname{arctg} \frac{1}{n^2}$$

e si enunci il criterio utilizzato per stabilirlo.

5 punti

4. Si calcoli l'integrale

$$\int_0^1 \frac{3x + 7}{(x + 5)(x + 1)} dx.$$

5 punti

5. Si enuncino le definizioni di successione limitata e di successione crescente, illustrandole tramite esempi.

5 punti

6. Si enunci e, facoltativamente, si dimostri il teorema di Lagrange.

5 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, nè consultare libri o appunti.
- Se non si risponde in modo sufficiente al quesito n.1. non si supera l'esame.

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. Giustificando le risposte, si determini

- (a) un esempio di funzione dispari;
- (b) un esempio di successione limitata ma non convergente;
- (c) un esempio di serie numerica convergente;
- (d) se la funzione $g(x) = e^x$, $x \in [0, 1]$ verifica le ipotesi del teorema di Lagrange;
- (e) se la funzione $F(x) = \log x + 1$ è una primitiva di $f(x) = 1/x$;
- (f) un esempio di funzione integrabile in senso improprio in un intervallo limitato.

6 punti

2. Si tracci un grafico approssimativo della funzione $f(x) = x^2 e^x$.

7 punti

3. Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n + 3^n}{5^n}.$$

5 punti

4. Si calcoli l'integrale

$$\int_1^2 \frac{1}{x(1 + \log^2 x)} dx.$$

5 punti

5. Si enunci la definizione di funzione derivabile in un punto. La si applichi per calcolare la derivata di $f(x) = x^2$ in $x_0 = 1$.

5 punti

6. Si enunci e, facoltativamente, si dimostri il teorema di confronto sui limiti di successioni.

5 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, nè consultare libri o appunti.
- Se non si risponde in modo sufficiente al quesito n.1. non si supera l'esame.

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. Giustificando le risposte, si determini

- (a) un esempio di funzione pari;
- (b) un esempio di successione monotona crescente;
- (c) un esempio di serie numerica divergente;
- (d) un esempio di funzione che verifichi le ipotesi del teorema degli zeri;
- (e) se la funzione $f(x) = x^3$, $x \in \mathbb{R}$, ha un punto critico;
- (f) se la funzione $f(x) = 1/x^2$ è integrabile in senso improprio in $[1, +\infty)$.

6 punti

2. Si tracci un grafico approssimativo della funzione $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$.

7 punti

3. Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + \sqrt{n}}.$$

5 punti

4. Si calcoli l'integrale

$$\int_0^1 \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx.$$

5 punti

5. Si enunci la definizione di funzione continua in un punto. Si fornisca un esempio di funzione continua e uno di funzione discontinua.

5 punti

6. Si enunci e, facoltativamente, si dimostri il teorema di Fermat.

5 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, nè consultare libri o appunti.
- Se non si risponde in modo sufficiente al quesito n.1. non si supera l'esame.

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. Giustificando le risposte, si determini

- (a) un esempio di funzione limitata inferiormente ma non superiormente;
- (b) se è vero o falso che ogni successione limitata è convergente;
- (c) se è vero o falso che ogni serie assolutamente convergente è convergente;
- (d) la derivata di $f(x) = x^2$ nel punto $x_0 = 1$, usando la definizione di derivata;
- (e) se la funzione $g(x) = \sin x$, $x \in [0, \pi]$ verifica le ipotesi del teorema di Fermat;
- (f) se una primitiva di una funzione, quando esiste, è unica.

6 punti

2. Si tracci un grafico approssimativo della funzione $f(x) = e^x \left(\frac{1}{x} + 2 \right)$.

7 punti

3. Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{3^n}.$$

5 punti

4. Si calcoli l'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos x \, dx.$$

5 punti

5. Si enunci la definizione di funzione integrabile in un intervallo $[a, b]$. Si fornisca un esempio di funzione integrabile ed uno di funzione non integrabile.

5 punti

6. Si enunci e, facoltativamente, si dimostri il teorema della permanenza del segno per le successioni.

5 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, nè consultare libri o appunti.
- Se non si risponde in modo sufficiente al quesito n.1. non si supera l'esame.

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. Giustificando le risposte, si determini

- (a) un esempio di funzione invertibile;
- (b) un esempio di successione divergente;
- (c) un esempio di serie numerica convergente;
- (d) un esempio di funzione che abbia un punto di massimo relativo;
- (e) se la funzione $g(x) = x^6 + \sin x$, $x \in [0, 1]$ verifica le ipotesi del teorema di Lagrange;
- (f) se la funzione $F(x) = \cos x$ è una primitiva di $f(x) = \sin x$.

6 punti

2. Si tracci un grafico approssimativo della funzione $f(x) = x + \log\left(\frac{x}{x-1}\right)$.

7 punti

3. Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n + (-1)^n \sin n}{n^3}.$$

5 punti

4. Si calcoli l'integrale

$$\int_2^3 \frac{dx}{x(x^2 - 1)}.$$

5 punti

5. Si enunci la definizione di funzione continua in un punto e se ne forniscano esempi e controesempi.
 Si enunci il teorema degli zeri.

5 punti

6. Si enunci e, facoltativamente, si dimostri il teorema di Fermat.

5 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, nè consultare libri o appunti.
- Se non si risponde in modo sufficiente al quesito n.1. non si supera l'esame.