7 giugno 2017

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. Determinare

   (a) a quale proprietà si riferisce la seguente scrittura inerente ad una successione $\{a_n\}$:

   $$\text{“per ogni } \epsilon > 0 \text{ esiste } N \in \mathbb{N} \text{ tale che } |a_n| < \epsilon \text{ per ogni } n \geq N\text{”};$$

   (b) se la funzione $f(x) = 1/x^3$, è integrabile in senso improprio in $[1, +\infty)$;

   (c) un esempio di funzione non derivabile in un punto;

   (d) se è vera o falsa la seguente affermazione inerente la serie numerica $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$:

   $$\text{“se } \lim_{n\to+\infty} a_n = 0 \text{ allora } \sum_{n=0}^{+\infty} a_n \text{ è convergente”};$$

   (e) un esempio di successione convergente;

   (f) un esempio di successione divergente.

6 punti

2. Data
   $$f(x) = \frac{x}{\log^3 x}$$

   (a) se ne determini il dominio, eventuali punti di intersezione tra il grafico di f e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui f è positiva e gli intervalli in cui f è negativa;

   (b) si calcolino i limiti significativi di f e si determinino le equazioni degli asintoti di f;

   (c) si studi la monotonia di f e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;

   (d) si studi la convessità e la concavità di f e si determinino eventuali punti di flesso;

   (e) si tracci un grafico approssimativo di f.

10 punti

3. Si studi la serie numerica $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{1/n}}{\sqrt{n}}$ e si enunci il criterio utilizzato per stabilirne il carattere.

5 punti

4. Si calcoli l'integrale $\displaystyle\int_1^2 \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2}\, dx$.

4 punti

5. Si enunci e, facoltativamente si dimostri, il teorema di Lagrange.

   Si illustri la sua applicazione tramite un esempio.

5 punti

6. Si enunci la definizione di funzione continua in un intervallo e il teorema degli zeri.

3 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, nè consultare libri o appunti.
- Se non si risponde in modo sufficiente al quesito n.1. non si supera l'esame.

21 giugno 2017

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. Determinare
   (a) un esempio di serie numerica divergente;
   (b) se la funzione $f(x) = x^5$, $x \in [-2, 1]$ verifica le ipotesi del teorema degli zeri;
   (c) un esempio di funzione che tende a $+\infty$ al finito;
   (d) il polinomio di Maclaurin di ordine 3 relativo alla funzione $f(x) = \mathrm{sen}(x)$;
   (e) se la funzione
   $$F(x) = \int_0^x e^{t^2}\,dt$$
   è derivabile e, in tal caso, calcolarne la derivata;
   (f) un esempio di funzione integrabile in senso improprio in $[1, +\infty)$.

6 punti

2. Data
$$f(x) = e^{1/x}(x+2)$$
   (a) se ne determini il dominio, eventuali punti di intersezione tra il grafico di f e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui f è positiva e gli intervalli in cui f è negativa;
   (b) si calcolino i limiti significativi di f e si determinino le equazioni degli asintoti di f;
   (c) si studi la monotonia di f e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
   (d) facoltativamente, si studi la convessità e la concavità di f e si determinino eventuali punti di flesso;
   (e) si tracci un grafico approssimativo di f.

12 punti

3. Si studi il carattere della serie numerica
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{3^n}$$
e si enunci il criterio utilizzato per stabilirlo.

5 punti

4. Si calcoli l'integrale
$$\int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x}+1}\,dx\,.$$

4 punti

5. Si enunci il teorema di confronto per le successioni di funzioni e, facoltativamente, lo si dimostri.

6 punti

6. Si enunci la definizione di funzione derivabile in un punto interno al suo dominio.

   Si fornisca un esempio di funzione derivabile e uno di funzione non derivabile in un punto.

   5 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, nè consultare libri o appunti.
- Se non si risponde in modo sufficiente al quesito n.1. non si supera l'esame.

7 luglio 2017

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. Giustificando le risposte, si determini

   (a) un esempio di serie numerica convergente;

   (b) un esempio di funzione strettamente decrescente;

   (c) un esempio di successione limitata;

   (d) il polinomio di Maclaurin di ordine 3 relativo alla funzione $f(x) = e^{2x}$;

   (e) se la serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ è assolutamente convergente;

   (f) un esempio di funzione integrabile in senso improprio in $(0, 1]$.

6 punti

2. Data
$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$$

   (a) se ne determini il dominio, eventuali punti di intersezione tra il grafico di f e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui f è positiva e gli intervalli in cui f è negativa;

   (b) si calcolino i limiti significativi di f e si determinino le equazioni degli asintoti di f;

   (c) si studi la monotonia di f e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;

   (d) si tracci un grafico approssimativo di f.

9 punti

3. Si studi il carattere della serie numerica
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{n^3+1}$$
e si enunci il criterio utilizzato per stabilirlo.

5 punti

4. Si calcoli l'integrale
$$\int_1^2 \frac{x^2+2}{x(x^2+1)} dx\,.$$

6 punti

5. Si enunci il teorema di Fermat e, facoltativamente, lo si dimostri. Si fornisca un esempio di funzione che ne verifica le ipotesi.

7 punti

6. Si enuncino le definizioni di primitiva e di integrale indefinito di una funzione illustrandole tramite esempi.

6 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, nè consultare libri o appunti.
- <u>Se non si risponde in modo sufficiente al quesito n.1. non si supera l'esame.</u>

6 settembre 2017

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. Giustificando le risposte, si determini

   (a) un insieme avente estremo superiore ma non massimo;

   (b) se esistono successioni monotone e irregolari;

   (c) un esempio di serie geometrica convergente;

   (d) il polinomio di Maclaurin di ordine 3 della funzione $f(x) = \operatorname{sen} 2x$;

   (e) se la funzione $F(x) = \log x + 1$ è una primitiva di $f(x) = 1/x$,

   (f) un esempio di funzione non integrabile in senso improprio in un intervallo limitato.

6 punti

2. Data
$$f(x) = e^x - e^{3x}$$

   (a) se ne determini il dominio, eventuali punti di intersezione tra il grafico di f e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui f è positiva e gli intervalli in cui f è negativa, i limiti significativi e le equazioni degli asintoti di f;

   (b) si studi la monotonia di f e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;

   (c) si studi la convessità e la concavità di f e si determinino eventuali punti di flesso;

   (d) si tracci un grafico approssimativo di f.

10 punti

3. Si studi il carattere della serie numerica
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!}$$
e si enunci il criterio utilizzato per stabilirlo.

5 punti

4. Si calcoli l'integrale
$$\int_1^3 x^3 \log x dx\,.$$

4 punti

5. Si enunci il teorema di esistenza dei valori intermedi per le funzioni continue e, facoltativamente, lo si dimostri.

   Si fornisca un esempio di funzione che ne verifica le ipotesi.

6 punti

6. Si enunci la definizione di funzione derivabile in un punto del suo dominio.

   Si fornisca un esempio di funzione derivabile in un punto ed uno di funzione non derivabile in un punto.

3 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, nè consultare libri o appunti.
- Se non si risponde in modo sufficiente al quesito n.1. non si supera l'esame.

21 settembre 2017

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. Giustificando le risposte, si determini
   (a) se la funzione $f(x) = e^x \cos x$ è pari, dispari o nessuna delle due cose;
   (b) se è vero o falso che ogni successione convergente è limitata;
   (c) un insieme avente estremo superiore ma non massimo;
   (d) un esempio di funzione non derivabile in un punto;
   (e) un esempio di funzione che ammette limite infinito al finito;
   (f) un esempio di funzione integrabile in senso improprio in un intervallo illimitato.

6 punti

2. Data
$$f(x) = \frac{x^4 + 3}{x}$$
   (a) se ne determini il dominio, eventuali punti di intersezione tra il grafico di f e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui f è positiva e gli intervalli in cui f è negativa, i limiti significativi e le equazioni degli asintoti di f;
   (b) si studi la monotonia di f e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
   (c) si studi la convessità e la concavità di f e si determinino eventuali punti di flesso;
   (d) si tracci un grafico approssimativo di f.

9 punti

3. Si studi il carattere della serie numerica
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n^5 + 6}$$
e si enunci il criterio utilizzato per stabilirlo.

5 punti

4. Si calcoli l'integrale
$$\int_0^1 \frac{2}{(x+2)(x+6)} dx \,.$$

4 punti

5. Si enunci il teorema fondamentale del calcolo integrale e, facoltativamente, lo si dimostri.

5 punti

6. Si enunci la definizione di funzione continua in un punto del suo dominio.

   Si enunci il teorema degli zeri per le funzioni continue in un intervallo e si fornisca un esempio di funzione che ne verifica le ipotesi.

4 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, nè consultare libri o appunti.
- Se non si risponde in modo sufficiente al quesito n.1. non si supera l'esame.

13 novembre 2017

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. Giustificando le risposte, si determini
   (a) un esempio di funzione limitata inferiormente ma non superiormente;
   (b) se la successione definita da $a_n = 1/n$ è convergente;
   (c) se è vero o falso che ogni serie assolutamente convergente è convergente;
   (d) se la funzione $g(x) = e^x$, $x \in [0, 1]$ verifica le ipotesi del teorema di Lagrange;
   (e) un esempio di funzione avente un punto angoloso;
   (f) se una primitiva di una funzione, quando esiste, è unica.

6 punti

2. Data
$$f(x) = \log\left(\frac{x^2+1}{x}\right)$$
   (a) se ne determini il dominio, eventuali punti di intersezione tra il grafico di f e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui f è positiva e gli intervalli in cui f è negativa, i limiti significativi e le equazioni degli asintoti di f;
   (b) si studi la monotonia di f e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
   (c) si tracci un grafico approssimativo di f.

7 punti

3. Si studi il carattere della serie numerica
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$$
e si enunci il criterio utilizzato per stabilirlo.

5 punti

4. Si calcoli l'integrale
$$\int_0^{\pi/2} \cos x(\operatorname{sen}^2 x + 1)dx\,.$$

5 punti

5. Si enunci il teorema della permanenza del segno per le successioni e, facoltativamente, lo si dimostri.

5 punti

6. Si enunci la definizione di funzione crescente in in intervallo, illustrandola tramite esempi.

   Si enunci la condizione necessaria e sufficiente affinché una funzione derivabile in un intervallo risulti crescente.

5 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, nè consultare libri o appunti.
- Se non si risponde in modo sufficiente al quesito n.1. non si supera l'esame.

6 febbraio 2018

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. Giustificando le risposte, si determini

   (a) se la funzione $g(x) = e^x$ è strettamente monotona;

   (b) un esempio di successione monotona e convergente;

   (c) un esempio di serie numerica irregolare;

   (d) se la funzione $f(x) = x^3$, $x \in [-1, 1]$ verifica le ipotesi del teorema degli zeri;

   (e) un esempio di funzione discontinua in un punto;

   (f) se la funzione $F(x) = \cos x$ è una primitiva di $f(x) = \operatorname{sen} x$.

6 punti

2. Si tracci un grafico approssimativo della funzione $f(x) = x^2 e^{2x}$.

7 punti

3. Si studi il carattere della serie numerica $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 6n + 3}{n^4 - 1}$ e si enunci il criterio utilizzato per stabilirlo.

5 punti

4. Si calcoli l'integrale $\displaystyle\int_2^3 x \ln(x - 1)\, dx$. 5 punti

5. Si enunci la definizione di funzione derivabile in un punto. In base a tale definizione, si verifichi che la funzione $f(x) = |x|$ non è derivabile in $x = 0$.

5 punti

6. Si enunci e, facoltativamente si dimostri, il teorema fondamentale del calcolo integrale.

5 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, nè consultare libri o appunti.
- Se non si risponde in modo sufficiente al quesito n.1. non si supera l'esame.

16 aprile 2018

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. Giustificando le risposte, si determini

   (a) un insieme avente massimo;

   (b) se la successione definita da $a_n = 1/n$ è convergente;

   (c) un esempio di serie geometrica convergente;

   (d) la derivata di $f(x) = x^3$ nel punto $x_0 = 0$, usando la definizione di derivata;

   (e) un esempio di funzione integrabile in senso improprio in un intervallo illimitato.

   (f) se la funzione $F(x) = x^2$ è una primitiva di $f(x) = x^3/3$.

6 punti

2. Si tracci un grafico approssimativo della funzione $f(x) = x^2 \log x$.

7 punti

3. Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n}{e^n}$$

   e si enunci il criterio utilizzato per stabilirlo.

5 punti

4. Si calcoli l'integrale

$$\int_0^{\pi/2} x \operatorname{sen} x \, dx.$$

5 punti

5. Si enunci la definizione di funzione continua in un punto, illustrandola tramite esempi. Si enunci un teorema a piacere relativo alle funzioni continue in un intervallo.

5 punti

6. Si enunci e, facoltativamente, si dimostri, il teorema di Fermat. Si determini se le funzioni $f(x) = x^2 \; x \in [-1, 1]$ e $g(x) = x^3 \; x \in [-2, 2]$ verificano le sue ipotesi.

5 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, nè consultare libri o appunti.
- <u>Se non si risponde in modo sufficiente al quesito n.1. non si supera l'esame.</u>