

Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)
Esame di Analisi Matematica - 10.6.2021

Parte A

10/30

A1. Data la funzione

$$g(x) = \sqrt{|x|} - 2$$

- (a) usando le operazioni con i grafici delle funzioni elementari, si tracci il grafico di g ;
- (b) si determini se g verifica le ipotesi del teorema degli zeri in $[-6, 0]$;
- (c) si determinino le eventuali soluzioni dell'equazione $g(x) = 0$.

A2. Si calcoli

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$$

se $\{a_n\}$ è una successione di numeri reali non negativi tale che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = +\infty.$$

A3. Si esibisca un esempio di funzione convessa in un intervallo.

A4. Si esibiscano due funzioni asintotiche tra loro per $x \rightarrow 1$.

A5. Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1 - \sin n}{\sqrt{n} + 2} \right)^3$$

e si enuncino i criteri usati per stabilirlo.

Parte B

10/30

B1. Si tracci un grafico approssimativo della funzione

$$f(x) = \log(x^2 + x + 1) + \frac{1}{x^2 + x + 1}$$

e lo si utilizzi per calcolare l'immagine di f e per stabilire il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = \lambda$ al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$ (non si studi la derivata seconda di f).

B2. Si calcoli l'integrale

$$\int \frac{e^x - 4}{e^{2x} + 4} dx$$

e si usi il risultato ottenuto per studiare l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^x - 4}{e^{2x} + 4} dx.$$

Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)
Esame di Analisi Matematica - 25.6.2021

Parte A

10/30

A1. Data

$$g(x) = ||\log x| - 1|,$$

- (a) usando le operazioni con i grafici delle funzioni elementari, si tracci il grafico di g ;
- (b) si determinino eventuali punti di massimo e di minimo relativo di g ;
- (c) si determinino le eventuali soluzioni dell'equazione $g(x) = 0$.

A2. Si studi la continuità di $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x \geq 0; \\ 3 & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

nel punto $x_0 = 0$.

A3. Si dica quali delle seguenti successioni risultano monotone (e di che tipo):

$$a_n = \frac{(-1)^n}{e^n} \quad b_n = e^{-n} \quad c_n = \log n.$$

A4. Usando la definizione, si calcoli la derivata di $f(x) = \log(1+x)$ in $x_0 = 0$.

A5. Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n+2^n}{n! + \cos n}$$

enunciando il criteri usati per stabilirlo.

Parte B

10/30

B1. Data

$$f(x) = e^{\frac{1}{x}} \sqrt[3]{x + \frac{9}{4}}$$

- (a) si tracci il grafico approssimativo di f (non è necessario lo studio della derivata seconda);
- (b) si studi la derivabilità di f in $x = -\frac{9}{4}$;
- (c) si calcoli l'immagine di f .

B2. Si studi l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \log\left(\frac{x^2+1}{x^2}\right) dx$$

e, in caso di convergenza, lo si calcoli.

Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)
Esame di Analisi Matematica - 13.7.2021

Parte A

10/30

A1. Tramite le operazioni con i grafici delle funzioni elementari, si tracci il grafico della funzione

$$g(x) = (x - 1)^3.$$

A2. Se esiste, esibire un esempio di serie numerica $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ divergente tale che $a_n \rightarrow 0$.

A3. Si dica se la funzione $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x|$, verifica le ipotesi del teorema di Fermat.

A4. Si studi l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$$

e, in caso di convergenza, lo si calcoli.

A5. Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + \sin n}{n^n + n^3}$$

enunciando il criteri usati per stabilirlo.

Parte B

10/30

B1. Data la funzione

$$f(x) = e^{-x}(e^x - x^2)$$

- (a) si tracci un grafico approssimativo di f (è possibile lo studio della derivata seconda);
- (b) dal grafico, si determini l'immagine di f
- (c) usando il teorema degli zeri, si dimostri che l'equazione $f(x) = 0$ ammette un'unica soluzione in $(-\infty, 0]$.

B2. Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 - \cos \sqrt{x})\sqrt{2+x^2}}{e^{2x} - 1}.$$

Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)
Esame di Analisi Matematica - 7.9.2021

Parte A

10/30

A1. Tramite le operazioni con i grafici delle funzioni elementari, si tracci il grafico della funzione

$$g(x) = \log |x + 3|$$

e lo si utilizzi per stabilire il numero di soluzioni dell'equazione $g(x) = \lambda$ al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$.

A2. Si calcoli il limite di una successione $\{a_n\}$ tale che

$$a_n \leq -n^2 + \frac{2}{n} + 6 \quad \text{definitivamente.}$$

A3. Usando la definizione, si calcoli la derivata di $f(x) = \log x$ in $x_0 = 1$.

A4. Si dica se la funzione $F(x) = \sin x + 5x$ è una primitiva $f(x) = \cos x$.

A5. Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5^n}{n^2 + 1} \log \left(1 + \frac{n^2}{4^n} \right)$$

enunciando il criteri usati per stabilirlo.

Parte B

10/30

B1. Data la funzione

$$f(x) = (e^x - 1)^2 - 4x$$

e lo si utilizzi per

- (a) si tracci un grafico approssimativo di f (è possibile lo studio della derivata seconda);
- (b) si studi l'esistenza di asintoti obliqui di f per $x \rightarrow -\infty$;
- (c) si studi l'esistenza di zeri di f .

B2. Si calcoli l'integrale

$$\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 1}} dx.$$

Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)
Esame di Analisi Matematica - 22.9.2021

Parte A

10/30

A1. Tramite le operazioni con i grafici delle funzioni elementari, si tracci il grafico della funzione

$$g(x) = \sqrt{x+2}$$

e lo si utilizzi per calcolare l'immagine di g .

A2. Si esibisca un esempio di funzione discontinua in un punto.

A3. Si esibisca un esempio di funzione convessa in un intervallo.

A4. Si calcoli

$$\int_1^{+\infty} \frac{e^{-x}}{e^{-x} + 1} dx.$$

A5. Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\text{sen } n}{n\sqrt{n} - \sqrt[3]{n} + 3}$$

enunciando il criteri usati per stabilirlo.

Parte B

10/30

B1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^3}{\log x - 1}$$

(a) si tracci un grafico approssimativo di f (non è necessario lo studio della derivata seconda);

(b) si indichi un intervallo in cui f risulta strettamente decrescente;

(c) si calcoli il limite per $x \rightarrow 0^+$ di $f'(x)$.

B2. Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1 - 2 \text{sen } x)}{x^2}.$$

Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)
Esame di Analisi Matematica - 15.11.2021

Parte A

10/30

A1. Tramite le operazioni con i grafici delle funzioni elementari, si tracci il grafico della funzione

$$g(x) = e^{-x} - 2$$

e lo si utilizzi per calcolare l'immagine di g , per studiarne la monotonia e per studiarne l'esistenza di zeri.

A2. Si esibisca un esempio di successione monotona decrescente ma non limitata inferiormente.

A3. Si dica se $f(x) = |x|$, $x \in [-1, 1]$, verifica le ipotesi del teorema di Lagrange.

A4. Si dica se la funzione $f(x) = x^5 + 6x^4 - 1$, $x \in [0, 2]$ verifica le ipotesi del teorema degli zeri.

A5. Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n(\log n)^n}$$

enunciando il criteri usati per stabilirlo.

Parte B

10/30

B1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$$

(a) si tracci un grafico approssimativo di f (non è necessario lo studio della derivata seconda);

(b) si dica se f risulta limitata nel suo dominio e si calcolino l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f .

B2. Si calcoli

$$\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx.$$

Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)
Esame di Analisi Matematica - 4.2.2022

Parte A

10/30

A1. Tramite le operazioni con i grafici delle funzioni elementari, si tracci il grafico delle funzioni

$$g_1(x) = |x| + 1 \quad g_2(x) = |x + 2|.$$

A2. Si dica se le seguenti successioni risultano monotone (e di che tipo):

$$a_n = \frac{1}{n^3} \quad b_n = n^3 \quad c_n = \sin n.$$

A3. Usando la definizione, si calcoli la derivata di $f(x) = \sqrt{x}$ nel punto $x_0 = 0$.

A4. Si calcoli

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(1 + \log x)^2}.$$

A5. Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos n}{n\sqrt{n} + 2 + (-1)^n}$$

enunciando il criteri usati per stabilirlo.

Parte B

10/30

B1. Data la funzione

$$f(x) = x^2 - 5x + 1 + 5 \operatorname{arctg} x$$

(a) si tracci un grafico approssimativo di f (non è necessario lo studio della derivata seconda);

(b) Si utilizzi il grafico di f per calcolarne l'immagine, l'estremo inferiore e l'estremo superiore e, se esistono, massimo e minimo.

B2. Si calcolino i limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 2x + \log x) \log \left(1 + \frac{2}{x^2} \right) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 - \cos(2x))}{\operatorname{tg} x^2}.$$

Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)
Esame di Analisi Matematica - 21.4.2022

Parte A

10/30

A1. Tramite le operazioni con i grafici delle funzioni elementari, si tracci il grafico della funzione

$$g(x) = -\operatorname{arctg} |x|$$

e lo si utilizzi per determinare l'immagine di g .

A2. Data una successione $\{a_n\}$ di numeri reali tali che, definitivamente,

$$a_n \leq -n^2 + (-1)^n + 6$$

si determini, se possibile, il valore del limite di a_n .

A3. Usando la definizione, si calcoli la derivata di $f(x) = \sqrt{x}$ nel punto $x_0 = 0$.

A4. Si determini una primitiva di $f(x) = x \operatorname{sen} x$ e la si utilizzi per calcolare

$$\int_0^1 x \operatorname{sen} x dx.$$

A5. Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n^n + n^2 + 2}$$

enunciando il criteri usati per stabilirlo.

Parte B

10/30

B1. Data la funzione

$$f(x) = x^2 \sqrt[3]{x+2}$$

- (a) si tracci un grafico approssimativo di f (non è necessario lo studio della derivata seconda);
- (b) al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$ si determini il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = \lambda$;
- (c) si dica se f risulta derivabile in -2 .

B2. Si calcoli

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n(\operatorname{sen} n)^4 \left(e^{1/n^2} - 1 \right).$$

Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)
Esame di Analisi Matematica - 5.5.2022

Parte A

10/30

A1. Tramite le operazioni con i grafici delle funzioni elementari, si tracci il grafico della funzione

$$g(x) = \log |x + 2|$$

e lo si utilizzi per determinare le soluzioni dell'equazione $g(x) = 0$.

A2. Data una successione $\{a_n\}$ di numeri reali tale che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 2,$$

si dica se vero o falso che $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ è convergente.

A3. Si scriva il polinomio di Taylor di ordine due e punto iniziale 0 di $f(x) = \log(x+1) + x^2 + 3$.

A4. Si dica se $F(x) = e^{2x+1} + 3$ è una primitiva di $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x+1}$.

A5. Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{n+1}}{(n+1) \cdot 7^n}$$

enunciando il criterio usato per stabilirlo.

Parte B

10/30

B1. Data la funzione

$$f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{x^2}{x+2} \right)$$

(a) si tracci un grafico approssimativo di f (non è necessario lo studio della derivata seconda);

(b) si determini l'immagine di f ;

(c) al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$ si determini il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = \lambda$.

B2. Si calcoli

$$\int \frac{8x+7}{x^2+x-2} dx$$

e lo si utilizzi per dimostrare che

$$\int_2^{+\infty} \frac{8x+7}{x^2+x-2} dx = +\infty.$$