

11 giugno 2018

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Esame di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{1-x}$$

- (a) se ne determini il dominio, gli eventuali punti di intersezione tra il grafico e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui è positiva e quelli in cui è negativa e se ne calcolino i limiti significativi e le equazioni degli asintoti;
- (b) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (c) si studi la convessità e la concavità di  $f$ ;
- (d) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ ;
- (e) dal grafico di  $f$ , si determini l'immagine di  $f$  e il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$ , al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

13 punti

2. Usando le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + e^{-x} - 2 \cos x}{\log(1 + x^3)}.$$

6 punti

3. Si calcoli l'integrale

$$\int_0^1 \frac{x+1}{x^2+4x+7} dx.$$

6 punti

4. Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - \log n}{n^3 + n^5}.$$

5 punti

Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, consultare libri o appunti, l'uso di telefoni cellulari e computer.

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Esame di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = \log \frac{x^2 + 1}{(x + 1)^2}$$

- (a) se ne determini il dominio, gli eventuali punti di intersezione tra il grafico e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui è positiva e quelli in cui è negativa;
- (b) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni degli asintoti;
- (c) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (d) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ ;
- (e) dal grafico di  $f$ , si determini l'immagine di  $f$  e il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$ , al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

13 punti

2. Usando le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1} - x}{x + 1}.$$

6 punti

3. Si calcoli l'integrale

$$\int_0^1 \frac{2e^x}{e^{2x} + 4e^x + 3} dx.$$

6 punti

4. Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^{n/3}}.$$

5 punti

Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, consultare libri o appunti, l'uso di telefoni cellulari e computer.

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Esame di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}{x}$$

- (a) se ne determini il dominio, gli eventuali punti di intersezione tra il grafico e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui è positiva e quelli in cui è negativa;
- (b) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni degli asintoti;
- (c) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (d) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ ;
- (e) dal grafico di  $f$ , si determini l'immagine di  $f$  e il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$ , al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

13 punti

2. Usando le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^2 + n \log^3 n}}{\sqrt{n} \log n}.$$

6 punti

3. Si calcoli l'integrale

$$\int_1^2 \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} dx.$$

Si studi inoltre la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} dx.$$

6 punti

4. Si studi la convergenza e la convergenza assoluta della serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} (x-1)^n \quad x \in \mathbb{R}.$$

5 punti

Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, consultare libri o appunti, l'uso di telefoni cellulari e computer.

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Esame di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = \frac{1}{x} + 2 \operatorname{arctg} x$$

- (a) se ne determini il dominio, i limiti significativi e le equazioni degli asintoti;
- (b) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (c) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ ;
- (d) dal grafico di  $f$ , si determini l'immagine di  $f$  e il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$ , al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

11 punti

2. Usando le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(e^{\operatorname{sen} x} - 1)}{(x^2 + 2) \operatorname{tg}(e^x - 1)}.$$

6 punti

3. Si calcoli l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\log(x+2)}{(x+1)^2} dx.$$

7 punti

4. Si studi la convergenza e la convergenza assoluta della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{sen} \frac{1}{n}.$$

6 punti

Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, consultare libri o appunti, l'uso di telefoni cellulari e computer.

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Esame di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = \log x + \frac{x+1}{x^2}$$

- (a) se ne determini il dominio, i limiti significativi e le equazioni degli asintoti;
- (b) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (c) si studi la convessità e la concavità di  $f$  e se ne determinino eventuali punti di flesso;
- (d) si tracci un grafico approssimativo di  $f$  e se ne determini l'immagine e il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$ , al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

13 punti

2. Usando le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{x^2} - 1) \log \cos x}{(2x^2 + x^4) \operatorname{tg} x^2}.$$

5 punti

3. Si calcoli l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(x+1)}.$$

6 punti

4. Si studi la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{e^n - \operatorname{sen} n}.$$

6 punti

Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, consultare libri o appunti, l'uso di telefoni cellulari e computer.

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Esame di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2 - 8}$$

- (a) se ne determini il dominio, i punti di intersezione tra il grafico e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui è positiva e quelli in cui è negativa;
- (b) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni dei suoi asintoti;
- (c) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (d) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ , se ne determini l'immagine e il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$ , al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

13 punti

2. Usando le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n + (-1)^n}{n^2 + \operatorname{arctg} n}.$$

5 punti

3. Si calcoli l'integrale

$$\int_0^1 x^2 \operatorname{arctg} x \, dx.$$

6 punti

4. Si studi la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos n}{n!}.$$

6 punti

Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, consultare libri o appunti, l'uso di telefoni cellulari e computer.

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Esame di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = x(2 \log^2 x - 3 \log x)$$

- (a) se ne determini il dominio, i punti di intersezione tra il grafico e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui è positiva e quelli in cui è negativa;
- (b) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni dei suoi asintoti;
- (c) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (d) si studi la convessità e la concavità di  $f$  e se ne determinino eventuali punti di flesso;
- (e) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ , se ne determini l'immagine e il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$ , al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

13 punti

2. Usando le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2(\sqrt{x^2 + 3} - x).$$

5 punti

3. Si calcoli l'integrale

$$\int_2^4 \frac{x+6}{x(x^2+2x-3)} dx.$$

In base alla teoria (senza fare i calcoli) si dica se l'integrale

$$\int_2^{+\infty} \frac{x+6}{x(x^2+2x-3)} dx$$

è convergente.

6 punti

4. Si studi la convergenza e la convergenza assoluta della serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^{\sqrt{n}}} \quad x \in \mathbb{R}.$$

6 punti

Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, consultare libri o appunti, l'uso di telefoni cellulari e computer.

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Esame di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = \log\left(\frac{x+1}{x-3}\right) + x$$

- (a) se ne determini il dominio;
- (b) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni dei suoi asintoti;
- (c) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (d) si studi la convessità e la concavità di  $f$ ;
- (e) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ , se ne determini l'immagine e il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$ , al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

13 punti

2. Usando le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 1 + x^2 + \sin x}{x^2 + 3x + 5}.$$

5 punti

3. Si calcoli l'integrale

$$\int_1^2 \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx.$$

In base alla teoria (senza fare i calcoli) si dica se gli integrali impropri

$$\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx \quad \int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx$$

sono convergenti.

6 punti

4. Si studi la convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \operatorname{sen}\left(\frac{n+3}{n^4+1}\right).$$

6 punti

Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, consultare libri o appunti, l'uso di telefoni cellulari e computer.