

7 giugno 2017

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Esame di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = x^3 e^{-x+1}$$

- (a) se ne determini il dominio, gli eventuali punti di intersezione tra il grafico di  $f$  e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui  $f$  è positiva e gli intervalli in cui  $f$  è negativa;
- (b) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni degli asintoti di  $f$ ;
- (c) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (d) si studi la convessità e la concavità di  $f$  e si determinino eventuali punti di flesso di  $f$ ;
- (e) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ ;
- (f) dal grafico di  $f$ , si determini l'immagine di  $f$  e il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$ , al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

15 punti

2. Usando, se possibile, le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \log \left( 1 + \frac{1}{x^2 + 1} \right) \operatorname{sen} \frac{1}{x}.$$

5 punti

3. Si calcoli l'integrale

$$\int_1^2 \frac{\log x}{x^3} dx.$$

5 punti

4. Si studi la convergenza della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\operatorname{sen} n}{3^n - n}.$$

5 punti

Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, consultare libri o appunti, l'uso di telefoni cellulari e computer.

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = \log \left( \frac{x^2 + 5}{x^2 + 2} \right)$$

- (a) se ne determini il dominio, gli eventuali punti di intersezione tra il grafico di  $f$  e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui  $f$  è positiva e gli intervalli in cui  $f$  è negativa;
- (b) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni degli asintoti di  $f$ ;
- (c) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (d) si studi la convessità e la concavità di  $f$  e si determinino eventuali punti di flesso di  $f$ ;
- (e) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ ;
- (f) dal grafico di  $f$ , si determini l'immagine di  $f$  e il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$  al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

13 punti

2. Usando, se possibile, le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1 + x^2}{x \log(1-x)}.$$

5 punti

3. Si calcoli l'integrale

$$\int_4^5 \frac{3x-4}{x^2-x-6} dx.$$

Si studi inoltre la convergenza dell'integrale

$$\int_5^{+\infty} \frac{3x-4}{x^2-x-6} dx.$$

7 punti

4. Si studi la convergenza e la convergenza assoluta della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n x^n \quad x \in \mathbb{R}.$$

5 punti

Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, consultare libri o appunti, l'uso di telefoni cellulari e computer.

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Esame di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{\sqrt{x}}$$

- (a) se ne determini il dominio, gli eventuali punti di intersezione tra il grafico di  $f$  e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui  $f$  è positiva e gli intervalli in cui  $f$  è negativa;
- (b) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni degli asintoti di  $f$ ;
- (c) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (d) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ ;
- (e) dal grafico di  $f$ , si determini l'immagine di  $f$  e il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$ , al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

12 punti

2. Usando, se possibile, le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 \log(1 + \frac{1}{x})}{2x^2 + 2}.$$

6 punti

3. Si calcoli l'integrale

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\cos x}{\sin^2 x - 1} dx.$$

6 punti

4. Si studi la convergenza della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^{2/n} - 1}{\sqrt{n}}.$$

6 punti

Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, consultare libri o appunti, l'uso di telefoni cellulari e computer.

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = \arctan \frac{1}{x} + \frac{1}{2} \log(1 + x^2)$$

- (a) si determini il dominio e si calcolino i limiti significativi di  $f$ ;
- (b) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (c) si studi la convessità e la concavità di  $f$  e si determinino eventuali punti di flesso di  $f$ ;
- (d) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ ;
- (e) dal grafico di  $f$ , si determini l'immagine di  $f$  e il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$  al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

13 punti

2. Si calcoli il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log n + n^3}{\sqrt{n} + \operatorname{arctg} n}.$$

5 punti

3. Si calcoli l'integrale

$$\int_0^1 \frac{e^x + 1}{e^{2x} + 1} dx.$$

7 punti

4. Si studi la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n^5 + n^2 - n + 1}.$$

5 punti

Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, consultare libri o appunti, l'uso di telefoni cellulari e computer.

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = (2 + x^2)e^{-x^2}$$

- (a) se ne determini il dominio, gli eventuali punti di intersezione tra il grafico di  $f$  e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui  $f$  è positiva e gli intervalli in cui  $f$  è negativa;
- (b) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni degli asintoti di  $f$ ;
- (c) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (d) si studi la convessità e la concavità di  $f$  e si determinino eventuali punti di flesso di  $f$ ;
- (e) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ ;
- (f) dal grafico di  $f$ , si determini l'immagine di  $f$  e il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$  al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

12 punti

2. Usando, se possibile, le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x \cdot \log(1 + e^x)}{e^{x^2} - 1}.$$

5 punti

3. Si calcoli l'integrale

$$\int \frac{\log x}{(x+1)^2} dx.$$

Si utilizzi il risultato ottenuto per studiare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\log x}{(x+1)^2} dx.$$

7 punti

4. Si studi la convergenza e la convergenza assoluta della serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)3^n} \quad x \in \mathbb{R}.$$

6 punti

Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, consultare libri o appunti, l'uso di telefoni cellulari e computer.

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = \frac{x}{\log^3 x}$$

- (a) se ne determini il dominio, gli eventuali punti di intersezione tra il grafico di  $f$  e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui  $f$  è positiva e gli intervalli in cui  $f$  è negativa;
- (b) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni degli asintoti di  $f$ ;
- (c) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (d) si studi la convessità e la concavità di  $f$  e si determinino eventuali punti di flesso di  $f$ ;
- (e) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ ;
- (f) dal grafico di  $f$ , si determini l'immagine di  $f$  e il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$  al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

13 punti

2. Usando, se possibile, le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x^2}{x^2(e^{3x} - 1)}.$$

5 punti

3. Si calcoli l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{x+1}{x^2(x^2+1)} dx.$$

7 punti

4. Si studi la convergenza e la convergenza assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \log \left( \frac{n+1}{n} \right).$$

5 punti

Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, consultare libri o appunti, l'uso di telefoni cellulari e computer.

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\log x}$$

- (a) se ne determini il dominio, gli eventuali punti di intersezione tra il grafico di  $f$  e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui  $f$  è positiva e gli intervalli in cui  $f$  è negativa;
- (b) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni degli asintoti di  $f$ ;
- (c) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (d) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ ;
- (e) dal grafico di  $f$ , si determini l'immagine di  $f$  e il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$  al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

12 punti

2. Usando, se possibile, le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(e^x - 1) + \sin x}{\sqrt{x} + \operatorname{tg} x}.$$

5 punti

3. Si calcoli l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x(\log^2 x + 1)} dx.$$

7 punti

4. Si studi la convergenza e la convergenza assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \left( \frac{1}{n^2} \right) \cdot \cos n^2.$$

6 punti

Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, consultare libri o appunti, l'uso di telefoni cellulari e computer.

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = \log(x + 1) - \operatorname{arctg} x$$

- (a) se ne determini il dominio;
- (b) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni degli asintoti di  $f$ ;
- (c) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (d) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ ;
- (e) dal grafico di  $f$ , si determini l'immagine di  $f$  e il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$  al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

10 punti

2. Usando, se possibile, le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}^2 x \cdot \log(2 + x)}{e^{(1 - \cos x)} - 1}.$$

6 punti

3. Si calcoli l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2(x+1)} dx.$$

7 punti

4. Si studi la convergenza e la convergenza assoluta della serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1} x^n.$$

7 punti

Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, consultare libri o appunti, l'uso di telefoni cellulari e computer.