

8 giugno 2016

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = \frac{1 - 2 \log x^2}{x^2}$$

- (a) se ne determini il dominio;
- (b) si determinino gli eventuali punti di intersezione tra il grafico di  $f$  e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui  $f$  è positiva e gli intervalli in cui  $f$  è negativa;
- (c) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni degli asintoti di  $f$ ;
- (d) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (e) si studi la convessità e la concavità di  $f$  e si determinino eventuali punti di flesso di  $f$ ;
- (f) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ ;
- (g) al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$  si deduca dal grafico di  $f$  il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$ .

16 punti

2. Usando, se possibile, le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2 + \log(1 + \sin x)}{x^3 + 2x}.$$

4 punti

3. Si calcoli l'integrale

$$\int \log(x^2 + 3x) dx.$$

Si usi il risultato ottenuto per studiare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^1 \log(x^2 + 3x) dx.$$

6 punti

4. Si studi la convergenza della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \operatorname{tg} \frac{1}{n}.$$

4 punti

21 giugno 2016

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$$

- (a) se ne determini il dominio;
- (b) si determinino gli eventuali punti di intersezione tra il grafico di  $f$  e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui  $f$  è positiva e gli intervalli in cui  $f$  è negativa;
- (c) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni degli asintoti di  $f$ ;
- (d) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (e) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ ;
- (f) dal grafico di  $f$ , si determini l'immagine di  $f$ ;
- (g) al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$  si deduca dal grafico di  $f$  il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$ .

15 punti

2. Usando, se possibile, le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 \log n + n + \sin n}{n^2 + \cos n + n \log n}.$$

5 punti

3. Si calcoli l'integrale

$$\int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{x^4 + 4}} dx.$$

5 punti

4. Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+1)!}.$$

5 punti

8 luglio 2016

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = \log(x + 1) + (x - 1)^2$$

- (a) se ne determini il dominio;
- (b) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni degli asintoti di  $f$ ;
- (c) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (d) si studi la convessità e la concavità di  $f$  e si determinino eventuali punti di flesso di  $f$ ;
- (e) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ ;
- (f) dal grafico di  $f$ , si determini l'immagine di  $f$ ;
- (g) al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$  si deduca dal grafico di  $f$  il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$ .

14 punti

2. Si determini la forma esplicita della successione definita per ricorrenza da

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1 \\ a_0 = 3 \end{cases}$$

e si calcoli

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n.$$

5 punti

3. Si calcoli l'integrale

$$\int_0^2 \frac{x + 7}{x^2 - 8x + 15} dx.$$

Si dica inoltre se la funzione integranda è integrabile in senso improprio in  $[6, +\infty)$ .

6 punti

4. Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos n}{n^3}.$$

5 punti

Gli studenti immatricolati in anni precedenti al 2015/16 al posto dell'esercizio 2 possono risolvere il seguente esercizio:

5. Usando, se possibile, le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2)^{\frac{\sin x}{x^3}}.$$

5 punti

7 settembre 2016

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = \frac{1 + 2x}{x} e^x$$

- (a) se ne determini il dominio, gli eventuali punti di intersezione tra il grafico di  $f$  e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui  $f$  è positiva e gli intervalli in cui  $f$  è negativa;
- (b) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni degli asintoti di  $f$ ;
- (c) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (d) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ ;
- (e) dal grafico di  $f$ , si determini l'immagine di  $f$ ;
- (f) al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$  si deduca dal grafico di  $f$  il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$ .

13 punti

2. Usando, se possibile, le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x^2)(e^{x^2} - 1) \operatorname{sen} x}{(1 - \cos x) \operatorname{tg} 3x}.$$

5 punti

3. Si calcoli l'integrale

$$\int_0^{\pi/2} (x + 1)^2 \cos x dx.$$

6 punti

4. Si studi la convergenza e la convergenza assoluta della serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{3^n} x^n.$$

6 punti

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x^2 - 3}{x - 2}$$

- (a) se ne determini il dominio, gli eventuali punti di intersezione tra il grafico di  $f$  e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui  $f$  è positiva e gli intervalli in cui  $f$  è negativa;
- (b) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni degli asintoti di  $f$ ;
- (c) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (d) si tracci un grafico approssimativo di  $f$ ;
- (e) dal grafico di  $f$ , si determini l'immagine di  $f$ ;
- (f) al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$  si deduca dal grafico di  $f$  il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$ .

13 punti

2. Data la successione definita da

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{a_n^2 + 5}{6} \\ a_0 = 3 \end{cases}$$

- (a) dimostrare che per ogni  $n$ ,  $1 \leq a_n \leq 5$ ;
- (b) dimostrare che  $\{a_n\}$  è strettamente decrescente;
- (c) dimostrare che  $\{a_n\}$  è convergente e calcolarne il limite.

6 punti

3. Si calcoli l'integrale

$$\int_0^1 \frac{x+1}{x^2+2x+4} dx.$$

6 punti

4. Si studi la convergenza e la convergenza assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \log \left( 1 + \frac{1}{n^2} \right).$$

5 punti

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - x + 3}}{x - 1}$$

- (a) se ne determini il dominio;
- (b) si determinino gli eventuali punti di intersezione tra il grafico di  $f$  e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui  $f$  è positiva e gli intervalli in cui  $f$  è negativa;
- (c) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni degli asintoti di  $f$ ;
- (d) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (e) si tracci un grafico approssimativo di  $f$  e da esso si determini l'immagine di  $f$ ;
- (f) al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$  si deduca dal grafico di  $f$  il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$ .

13 punti

2. Usando, se possibile, le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \log(1 + \operatorname{tg} x)}{(x^2 + 1) \operatorname{sen}(e^x - 1)}.$$

5 punti

3. Si calcoli l'integrale

$$\int \frac{e^x(e^x + 1)}{e^{2x} + 6e^x + 10} dx.$$

Si usi il risultato ottenuto per studiare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_{-\infty}^0 \frac{e^x(e^x + 1)}{e^{2x} + 6e^x + 10} dx.$$

7 punti

4. Si studi il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \left( 1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \operatorname{tg} \frac{1}{n}.$$

5 punti

6 febbraio 2017

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = x^2 - 5x + 6 + \log(x - 1)$$

- (a) se ne determini il dominio;
- (b) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni degli asintoti di  $f$ ;
- (c) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (d) si studi la convessità e la concavità di  $f$  e si determinino eventuali punti di flesso di  $f$ ;
- (e) si tracci un grafico approssimativo di  $f$  e da esso si determini l'immagine di  $f$ ;
- (f) al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$  si deduca dal grafico di  $f$  il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$ .

13 punti

2. Usando, se possibile, le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \log \left( \frac{4x + x^2}{1 + x + x^2} \right).$$

5 punti

3. Si calcoli l'integrale

$$\int_3^4 \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 3x + 2} dx.$$

7 punti

4. Si studi il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 4^n}{5^n}.$$

5 punti

10 aprile 2017

**Laurea triennale in Informatica - Corso B (M-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica**  
**Esercizi**

1. Data

$$f(x) = (x - 1)^2 e^{\frac{x-4}{x}}$$

- (a) se ne determini il dominio, gli eventuali punti di intersezione tra il grafico di  $f$  e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui  $f$  è positiva e gli intervalli in cui  $f$  è negativa;
- (b) si calcolino i limiti significativi di  $f$  e le equazioni degli asintoti di  $f$ ;
- (c) si studi la monotonia di  $f$  e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (d) si tracci un grafico approssimativo di  $f$  e da esso si determini l'immagine di  $f$ ;
- (e) al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$  si deduca dal grafico di  $f$  il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = \lambda$ .

13 punti

2. Usando, se possibile, le equivalenze asintotiche si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \log(1 + 2x)}{\operatorname{sen}^2 3x}.$$

5 punti

3. Si calcoli l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\log(3x + 1)}{(3x + 1)^2} dx.$$

7 punti

4. Si studi la convergenza e la convergenza assoluta della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \log \left( 1 + \frac{1}{n} \right).$$

5 punti