

Programma dettagliato
Matematica ed elementi di Statistica
BISS
Anno accademico 2021/22
Prof.ssa Mirella Cappelletti Montano
Modulo di MATEMATICA

NB: E' richiesta agli studenti la conoscenza delle principali definizioni e degli enunciati dei teoremi e la conoscenza delle dimostrazioni dei teoremi indicati in grassetto.

Generalità sulle funzioni

Prodotto cartesiano tra insiemi e relazioni. Relazione d'ordine e di ordine totale. Esempio dell'inclusione sull'insieme delle parti. Relazione d'equivalenza. Relazioni funzionali. Esempi e controesempi. Codominio di una funzione. Immagine diretta e immagine inversa di una funzione. Funzioni iniettive, surgettive, bigettive, funzione inversa. Esempi e controesempi. Funzione composta.

Insiemi Numerici.

Insiemi numerici **N**, **Z**, **Q**, **R**. **Non esistenza di un numero razionale il cui quadrato sia 2**. La retta reale. **R** come campo ordinato. Densità di **Q** in **R**. Ampliamento di **R** e aritmetica in **R** ampliato. Intervalli di **R**. Cenni di topologia su **R**. Insiemi aperti, chiusi, intorni, punti di frontiera. Valore assoluto. Minoranti e maggioranti di un sottoinsieme di **R**. Insiemi limitati e illimitati. Estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo di un insieme.

Cenni di trigonometria.

Misura di un arco in radianti. Circonferenza goniometrica. Seno, coseno e tangente di un arco. Seno, coseno e tangente di alcuni archi noti.

Funzioni reali di variabile reale.

Funzioni limitate superiormente, funzioni limitate inferiormente, massimo e minimo di una funzione. Funzioni pari, dispari, periodiche. Funzioni monotone crescenti e decrescenti. Funzioni strettamente monotone crescenti e decrescenti. **Ingettività delle funzioni strettamente monotone**. Grafico di una funzione. Esempi. Funzioni lineari, funzioni definite a tratti. Funzione valore assoluto, funzione caratteristica, funzione di Heavyside.

Funzioni elementari.

Potenza n -sima e radice n -sima di un numero reale. Funzione potenza n -sima e funzione radice n -sima. Equazioni e disequazioni irrazionali. Esponenziali, logaritmi e loro proprietà. Funzione esponenziale e funzione logaritmo. Equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche. Funzione seno e funzione arcoseno. Funzione coseno e funzione arcocoseno. Funzione tangente e funzione arcotangente. Equazioni e disequazioni trigonometriche.

Limite di una funzione.

Punti di accumulazione. Esempi. Definizione di limite. Esempi. **Teorema di unicità del limite**. Teorema della permanenza del segno. Limiti delle funzioni elementari. Operazioni con i limiti.

Teorema del confronto. Teorema dei carabinieri. **Teorema sul prodotto di una funzione infinitesima e una limitata.** Limiti nella forma $[L/0]$. Limiti notevoli. Esempi di calcolo di limiti. Asintoti di una funzione. Esempi. Successioni. Limiti di successioni.

Funzioni continue

Definizione. Esempi di funzioni continue. Punti di discontinuità e loro classificazione. Teorema di Weierstrass. Teorema degli zeri. Teorema dei valori intermedi.

Funzioni derivabili

Definizione di derivata e funzione derivata. **Continuità delle funzioni derivabili. Calcolo delle derivate delle funzioni elementari.** Derivata della somma, del prodotto e del rapporto di funzioni. Punti angolosi, di cuspidi e di flesso a tangente verticale. Teorema de l'Hospital. Esempi. Teorema di Fermat. Punti di massimo e minimo relativo. Criterio per la determinazione di punti di massimo e minimo relativo. Teorema di Rolle. **Teorema di Lagrange. Teorema sulla monotonia delle funzioni derivabili.** Derivate di ordine superiore. Funzioni convesse e concave. Caratterizzazione delle funzioni convesse. Punti di flesso. Esempi di studio di funzione.

Integrali

Primitive e loro proprietà. Integrali indefiniti. Esercizi sugli integrali: integrazione per sostituzione, integrazione per parti, integrale di funzioni razionali. Somme integrali superiori ed inferiori di una funzione. Definizione di integrale secondo Riemann e integrale definito. Integrale come area. **Teorema della media per l'integrale.** Funzione integrale. **Teorema fondamentale del calcolo integrale. Formula fondamentale del calcolo integrale.** Integrali impropri. Integrabilità della funzione $1/x^a$ nell'intervallo $[1, +\infty[$.

Serie numeriche

Somme parziali n-sime di una successione. Serie numeriche convergenti, divergenti, oscillanti. Esempi. Serie telescopiche. **Condizione necessaria per la convergenza. Serie geometrica.**

Libri consigliati

[1] D. Benedetto, M. Degli Esposti, C. Maffei, Matematica per le Scienze della Vita, Casa Editrice Ambrisiana.

[2] P. Marcellini, C. Sbordone, Esercitazioni di Matematica, Volume 1 (parte 1 e 2), Liguori Editrice.