

Esame di Matematica ed Elementi di Statistica
Corso di Laurea in BISS
07 Marzo 2022

- (1) Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{\log^2 x}{x}$$

e se ne disegni il grafico. Si può trascurare lo studio della derivata seconda.

- (2) Si stabilisca per quali $x \in \mathbb{R}$ la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\log_{1/2} \left(\frac{2x+2}{x^2-4} \right) \right)^n$$

è oscillante.

- (3) Si calcolino i seguenti limiti

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x + \sqrt{x^2 + x + 1}$;

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x(1 - \cos(2x))}{x(e^{2x^2} - 1)}$.

- (4) Si calcoli il seguente integrale

$$\int 2x \log(x^2 + x) dx.$$

(5) Si dia la definizione di funzione monotona crescente, strettamente monotona crescente, monotona decrescente e strettamente monotona decrescente. Si definiscano le funzioni ingettive. Si dimostri, infine, che le funzioni strettamente monotone sono ingettive.

(6) Si dia la definizione di funzione derivabile in un punto, precisandone il significato geometrico. Si dimostri che le funzioni derivabili in un punto sono continue in quel punto. Vale il viceversa? Lo si dimostri o confuti tramite un controesempio.

(7) Si enunci e si dimostri il Teorema della Media per l'integrale, specificandone il significato geometrico.