

Acronimo: LNPDE

Titolo del progetto: **Linear and Nonlinear PDE's: New directions and Applications**

Programma di Finanziamento: **PRIN PNRR 2022**

Codice Progetto: **P2022YFAJH**

Settore ERC: **PE1 "Mathematics"**

CUP: **H53D23008950001**

Ruolo Uniba: **R.U.L.**

Responsabile scientifico: **Prof.ssa Silvia Cingolani**

Referente amministrativo: **Dott.ssa Claudia Sicolo**

Dipartimento: **Matematica**

Finalità: Il presente progetto focalizza la sua attenzione su diversi aspetti teorici delle PDE (lineari e non lineari), con un impatto significativo sullo sviluppo di nuove tecnologie e sulla comprensione dei fenomeni della vita reale descritti da modelli classici o quantistici. Esistono diverse linee di ricerca. Uno è rilevante nello studio dei modelli di tipo Navier Stokes. Uno emerge nello studio di isolamento ottimale (termico e acustico) ed è profondamente connesso allo sviluppo delle cosiddette disuguaglianze isoperimetriche. Altre linee di ricerca provengono dallo studio delle equazioni di Schrodinger non lineari. Sono le equazioni alle derivate parziali e il calcolo delle variazioni il file rouge dell'intero progetto. L'analisi delle proprietà qualitative di soluzioni di PDE (lineari/non lineari e/o degeneri) è uno degli scopi del progetto. Nel quadro della fisica classica, cercheremo risultati di regolarità delle soluzioni delle equazioni di Navier-Stokes che guidano soluzioni non newtoniane fluidi sia nel contesto euclideo che in quello di Finsler. Considereremo anche regolarità, simmetria, unicità e stabilità delle soluzioni per modellare i problemi di ottimizzazione derivanti dall'isolamento termico e i risultati di simmetria per i relativi problemi sovradeterminati sia in quello euclideo e quello anisotropo. Nell'ambito della meccanica quantistica, il progetto rivolgerà la propria attenzione allo studio di un funzionale densità di Tipo Thomas-Fermi-Dirac-von Weizsäcker, derivante dalla descrizione della risposta di uno strato di grafene in presenza di un singolo impurità caricate positivamente, e allo studio delle equazioni di Schrodinger non lineari per funzioni ortonormali con significativo applicazioni nel Cristallo Quantistico. Un altro obiettivo ancora consiste nel dimostrare l'esistenza di

soluzioni ai sistemi Gross-Pitaevskii emergenti dallo studio della Superfluidità e della transizione di Fase Quantistica. L'applicazione delle disuguaglianze isoperimetriche nello studio di soluzioni alle PDE è parte integrante del progetto. Tra gli altri, intendiamo estendere l'uso delle cosiddette tecniche di simmetrizzazione, molto consolidate con le condizioni al contorno di Dirichlet, a soluzioni miste o condizioni al contorno di Robin.

Risultati attesi: *Risultati teorici innovativi e applicazioni nell'ambito dei seguenti milestones:*

Regolarità di soluzioni di equazioni alle derivate parziali quasilineari; Proprietà qualitative delle soluzioni di equazioni alle derivate parziali quasilineari; Equazioni non lineari con termini di interazione non locale; Disuguaglianze isoperimetriche e Ottimizzazione di forma; Proprietà qualitative delle soluzioni; Equazioni di Schrodinger; Problemi anisotropi.

Partenariato:

Evidenze pubbliche: Articoli in open access.

- N. Borgia, S. Cingolani, G. Vannella, Nontrivial solutions for resonance quasilinear elliptic systems, *Advances in Nonlinear Analysis* 2024; 13: 20240005 (<https://doi.org/10.1515/anona-2024-0005>)
- N. Borgia, S. Cingolani, G. Mancini, New analytical and geometrical aspects on Trudinger-Moser type inequality in 2D, accepted for publication on the volume "Singularities, Asymptotics, and Limiting Models", Springer-INdAM series (<https://arxiv.org/pdf/2405.02118>)
- N. Borgia, S. Cingolani, G. Mancini, On the equivalence between an Onofri-type inequality by Del Pino-Dolbeault and the sharp logarithmic Moser-Trudinger inequality, to appear on *Calculus of Variations and Partial Differential Equations*.
- A. Cannone, S. Cingolani, A sharp threshold for Trudinger-Moser inequalities with logarithmic kernels in dimensions N , preprint (<https://arxiv.org/abs/2410.10013>)
- A.M. Candela, K. Perera and A. Salvatore, Existence results for a borderline case of a class of p -Laplacian problems, preprint (<https://arxiv.org/abs/2408.12954>)
- S. Caputo, G. Vaira, Partially concentrating solutions for systems with Lotka-Volterra type interactions, (<https://arxiv.org/pdf/2411.08428>)

- S. Cingolani, M. Degiovanni, B. Sciunzi, Weighted Sobolev spaces and Morse estimates for quasilinear elliptic equations, *Journal of Functional Analysis*, vol.286 (2024) 110346, (<https://doi.org/10.1016/j.jfa.2024.110346>)
- S. Cingolani, T. Weth, M. Lu, Extremal functions for the critical Trudinger-Moser inequality with logarithmic kernels, *ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations*, vol.30 (2024), 75 (<https://dx.doi.org/10.1051/cocv/202406>)
- S. Cingolani, M. Gallo, N. Ikoma, K. Tanaka, Normalized solutions for nonlinear Schrödinger equations with L²-critical nonlinearity, preprint (<https://doi.org/10.48550/arXiv.2410.23733>)
- S. Cingolani, T. Weth, M. Lu, Extremal functions for the critical Trudinger-Moser inequality with logarithmic kernels, *ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations*, vol.30 (2024), 75
- A. DelaTorre, G. Mancini, A. Pistoia, Non degeneracy of the bubble for a fractional singular 1d Liouville equation, preprint (<https://arxiv.org/abs/2404.14119>)
- G. de Paula Ramos, G. Siciliano, Existence and Concentration of Semiclassical Bound States for a Quasilinear Schrödinger-Poisson System, to appear on *Bull. Malays. Math. Sci. Soc.* (<https://doi.org/10.1007/s40840-024-01761-w>)
- F. Mennuni, D. Mugnai, A. Salvatore, Entire radial bounded solutions for Leray-Lions equations of (p,q)-type, to appear on *Advances in Nonlinear Analysis*.

Convegni:

- “ONE 2024: a One-day meeting in Nonlinear differential Equations”, February 5th, 2024
Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Bari Aldo Moro
(<https://www.dm.uniba.it/it/ricerca/convegni/2024/one-2024-a-one-day-meeting-in-nonlinear-differential-equations>)
- “Nonlinearity, Complexity and Foundations in Mathematics”, Centro di Ricerca Matematica Ennio De Giorgi, Pisa (Italy), September 11-13, 2024 (<http://www.crm.sns.it/event/529/index.html#title>)
- Miniworkshop on PDEs, Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Bari Aldo Moro, 15 gennaio 2025

- “EDP e Dintorni X”, Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Bari Aldo Moro, 29-31 gennaio 2025

Seminari:

- Dott. Jacopo Schino (North Carolina State University) “Orbital stability of ground states to Schrödinger equations with mass constraints”, 15-12-2024, Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Bari
- Prof. Luca Asselle (Ruhr-Universität Bochum, Bochum, Germany), “Morse theory in infinite dimension old and new”, 07.05.2024, Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Bari Aldo Moro

Contributo MUR: **238.663 euro**

Budget Uniba: **61.000 euro**

Data avvio delle attività: **1 Dicembre 2023**

Data fine delle attività: **30 Novembre 2025**

Pagina web progetto: in costruzione