

LA MATEMATICA DEI FENOMENI CASUALI

ORIENTAMENTO CONSAPEVOLE 2023

Vito Crismale

Dipartimento di Matematica

Università degli studi di Bari Aldo Moro

vitonofrio.crismale@uniba.it

PERCHE' MISURARE IL FUTURO

Misurare: accertare la quantità, l'entità quantitativa di qualcosa

Futuro: qualcosa che deve ancora avvenire.

Il futuro è incertezza. Si cerca spesso di dare una quantificazione dell'incertezza.

Quanto è probabile che piova oggi? Prendo l'ombrelllo?

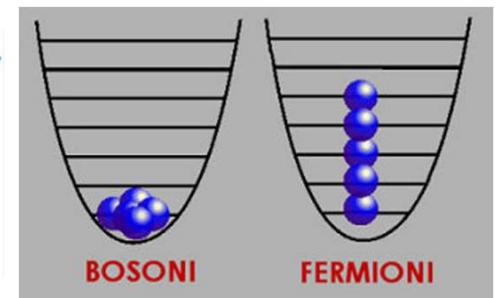
... La matematica ci aiuta

PERCHE' MISURARE IL FUTURO

PROBABILITA'



quantificare (misurare) eventi in presenza di incertezza
...e molto altro



PERCHE' MISURARE IL FUTURO

1654 Un giocatore d'azzardo facoltoso sta rovinando le sue finanze chiede aiuto a Fermat e Pascal



che concepiscono i primi modelli di calcolo delle probabilità. inizia una nuova avventura matematica, che a volte fornisce informazioni coerenti col senso comune, altre volte sorprende...

ALCUNE SORPRESE

Supponiamo di essere circa 70.

Quanto è probabile che tra noi ci siano almeno 2 persone che festeggiano il compleanno nello stesso giorno?

Più del 99.7%

Si pubblicizza una carta di credito che realizza operazioni di pagamento correttamente nel 99% dei casi.

Supponiamo che voi vorreste usarla 50 volte in un anno.

E' del tutto ragionevole pensare che tutte le vostre operazioni vadano in porto?

C'è il 41% di probabilità che almeno 1 abbia esito negativo.

ALCUNE SORPRESE

Il problema delle 3 porte

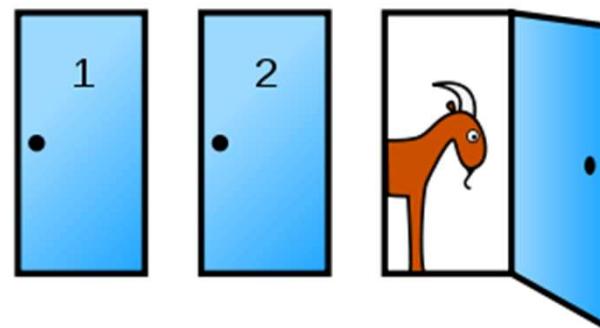
In un gioco vengono mostrate al concorrente tre porte chiuse.

Dietro ad una si trova un'automobile, mentre ciascuna delle altre due nasconde una capra.



ALCUNE SORPRESE

Il giocatore può scegliere una delle tre porte, vincendo il premio corrispondente.

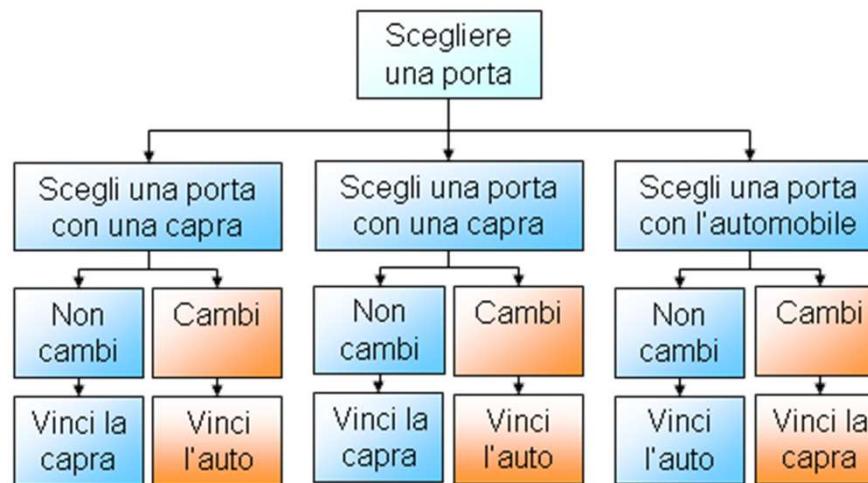


Il giocatore sceglie una porta ma non viene aperta. Il presentatore – che conosce cosa c'è dietro le porte - apre una porta con la capra.

Offre al giocatore la possibilità di cambiare la propria scelta iniziale, passando all'unica porta restante....che fare?

ALCUNE SORPRESE

Conviene cambiare o no? Le probabilità di vittoria cambiano?



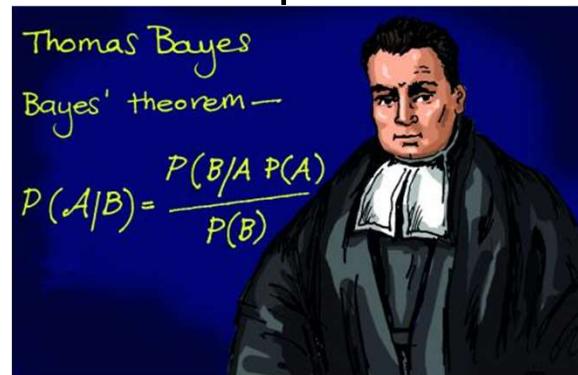
.... Conviene cambiare.

ALCUNE SORPRESE

Il diagramma precedente (fonte: Wikipedia) dà una spiegazione del perchè conviene cambiare.

Ma per comprendere a fondo il problema ed averne una dimostrazione, abbiamo bisogno del concetto di PROBABILITA' CONDIZIONATA e di alcune sue proprietà.

C'è cioè bisogno di scomodare il ministro presbiteriano **Thomas Bayes**



ALCUNE SORPRESE

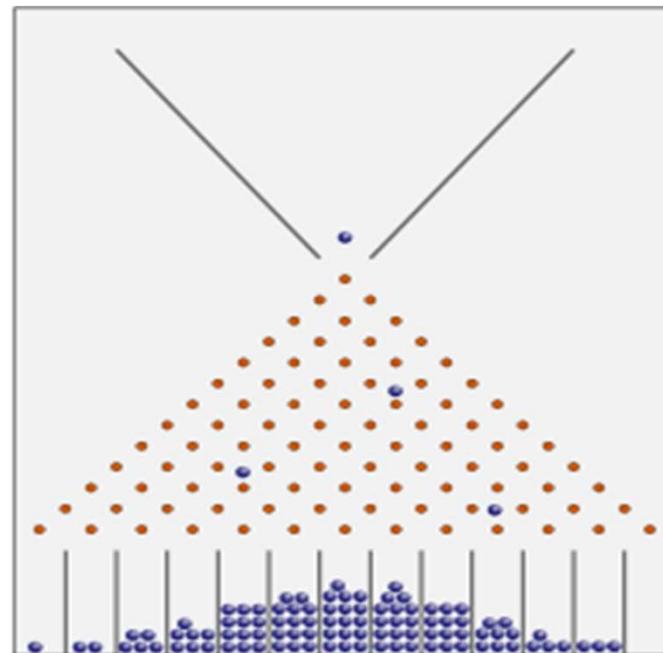
Il Teorema Limite Centrale

Il risultato più profondo della Teoria della Probabilità...

Non tutte le leggi probabilistiche hanno la stessa dignità: c'è una regina



ALCUNE SORPRESE



ALCUNE SORPRESE

Numeri normali in base 10

Sono quelli per cui tutte le cifre appaiono con frequenza $1/10$, tutte le coppie di cifre con frequenza $1/(10)^2$,

• Tutti i numeri razionali non sono normali. Alcuni irrazionali algebrici come $\sqrt{2}$ o trascendenti come π non si sa se lo sono.

$0,1234567891011121314151617\dots$ è normale

Ma c'è qualcosa di ancora più sorprendente

ALCUNE SORPRESE

Circa un secolo fa Emile Borel



prova con un teorema probabilistico noto come **Legge Dei Grandi Numeri** che *quasi tutti* i numeri sono normali.

Ma quelli non normali sono infiniti e *tanti quanti* i numeri reali!!!!

UN PO' DI STORIA

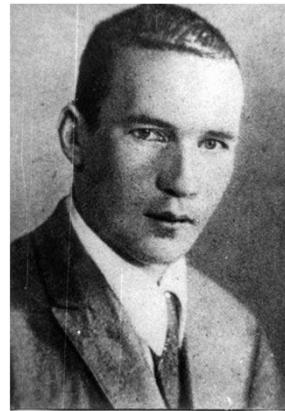
Dal XVII secolo fino al 1933 si raggiungono risultati importantissimi in Probabilità, ma manca ancora una sua sistemazione assiomatica.

Questo perchè i tempi non erano ancora maturi.

Non si conoscevano ancora gli strumenti matematici per arrivare a tale scopo.

UN PO' DI STORIA

Nel 1933 Andrej Nikolaevic Kolmogorov definisce gli assiomi della Teoria della Probabilità.



Da quel momento lo sviluppo diventa impetuoso

UN PO' DI STORIA

Oggi è tra i settori matematici più in espansione, con applicazioni che vanno dalla Statistica, alla Fisica, all'Informatica, alla Finanza.

Accanto alla Teoria della Probabilità di Kolmogorov, sono nate altre teorie, nate inizialmente per spiegare alcuni fenomeni in Meccanica Quantistica.

Negli ultimi anni si sta assistendo ad un fenomeno simile a quello che portò alla nascita e allo sviluppo delle geometrie non euclidee.

MODELLO PROBABILISTICO

In Matematica si cerca di dare risposte a problemi costruendo modelli.

I modelli probabilistici permettono il trattamento matematico dell'incertezza.

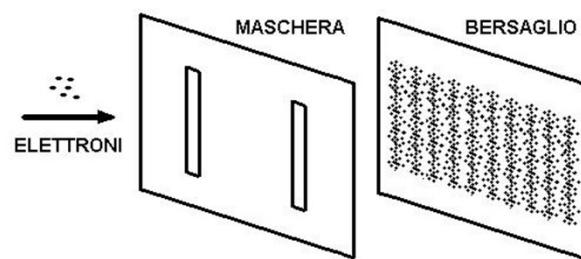
Si derivano conclusioni logiche e rigorose in base alle ipotesi formulate.

Inizialmente la Probabilità permette di affrontare problemi interessanti con modelli semplici e matematica elementare...

CONCLUSIONI

Il modello probabilistico, come sempre in matematica, è astrazione dalla realtà.

Occorre sempre verificare l'attendibilità e rivedere il tutto se le sue previsioni si scostano dall'evidenza sperimentale, come nell'esperienza della doppia fenditura...

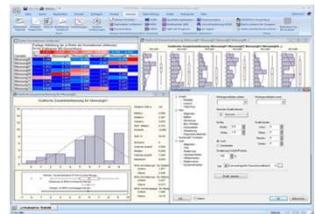
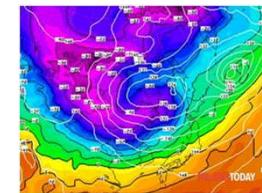


CONCLUSIONI

Casi ancora più eclatanti hanno portato non solo a dare definizioni diverse alla probabilità condizionata ma alla nascita di una Probabilità oltre Kolmogorov

CONCLUSIONI

La Probabilità è presente in molti ambiti della nostra vita



$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

CONCLUSIONI

I mestieri del probabilista:

analisi statistica, analisi del rischio, controlli di qualità, quote agenzie di scommesse, finanza, industria, ricerca...



...se questo bollino fosse messo su oggetti sarebbe il più comune...

CONCLUSIONI

Misurare il futuro significa prendere atto che fenomeni non deterministici accadono continuamente ed è possibile studiarli rigorosamente.

Non significa eliminare l'imponderabile ma quantificare l'incertezza.

E significa soprattutto comprendere se è possibile che appaiano comportamenti regolari nel ripetersi - in un numero elevato di volte – di fenomeni aleatori.

<< Dio non gioca a dadi con l'universo >> ?