

Architetture della Matematica: del domino e del tempo

Sandra Lucente
disegni di Alessandro Rocco



Programma Orientamento Consapevole
Dipartimento di Matematica Università degli Studi di Bari
online ore 15.00 del 19 Marzo 2021

BIBLIOGRAFIA (DI SANDRA LUCENTE)

*** COMPLETEZZA E CONTINUITÀ, LE OMBRE DELLA LUCE P97-99**

[HTTPS://WWW.UNIPAPRESS.IT/IT/BOOK/NUOVA-LETTERA-MATEMATICA-2_280/](https://www.unipapress.it/it/book/nuova-lettera-matematica-2_280/)

*** IL CONCETTO MATEMATICO DI CUI NON POTREMMO FARE A MENO: INFINITO**

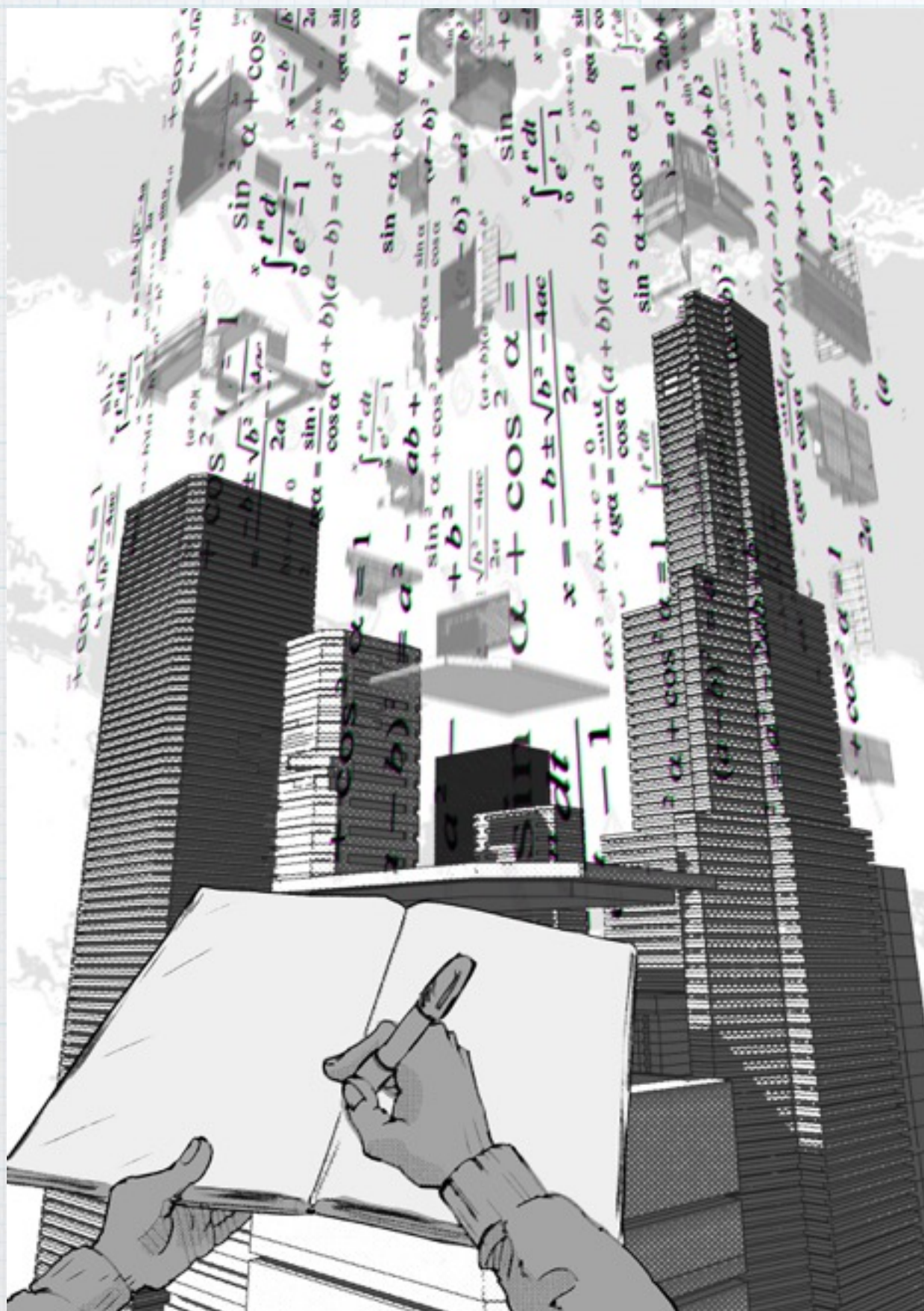
[HTTP://MADDMATHS.SIMAI.EU/RUBRICHE/MATEMATICA-OLTRE/MATEMATICA-INDISPENSABILE/IL-CONCETTO-MATEMATICO-DI-CUI-NON-POTREMMO-FARE-A-MENO-INFINITO-DI-SANDRA-LUCENTE/](http://maddmaths.simai.eu/rubriche/matematica-oltre/matematica-indispensabile/il-concetto-matematico-di-cui-non-potremmo-fare-a-meno-infinito-di-sandra-lucente/)

*** IL MATEMATICO NELL'IRRAZIONALE REGNO DEI CRISTALLI**

[HTTP://WWW.SAPERESCIENZA.IT/IL-MATEMATICO-NELL-IRRAZIONALE-REGNO-DEI-CRISTALLI](http://www.saperescienza.it/il-matematico-nell-irrazionale-regno-dei-cristalli)

*** DUE DOMANDE SUL PIGRECO**

[HTTP://WWW.SAPERESCIENZA.IT/RUBRICHE/MATEMATICA-E-ASTRONOMIA/PI-DAY-DUE-DOMANDE-SU-PI-GRECO/2820-PI-DAY-DUE-DOMANDE-SU-PI-GRECO](http://www.saperescienza.it/rubriche/matematica-e-astronomia/pi-day-due-domande-su-pi-greco/2820-pi-day-due-domande-su-pi-greco)



domande iniziali

Cosa si costruisce?

La città ha una logica?

Se la matematica fosse una
costruzione sarebbe?

PARTE PRIMA

cosa è un numero?

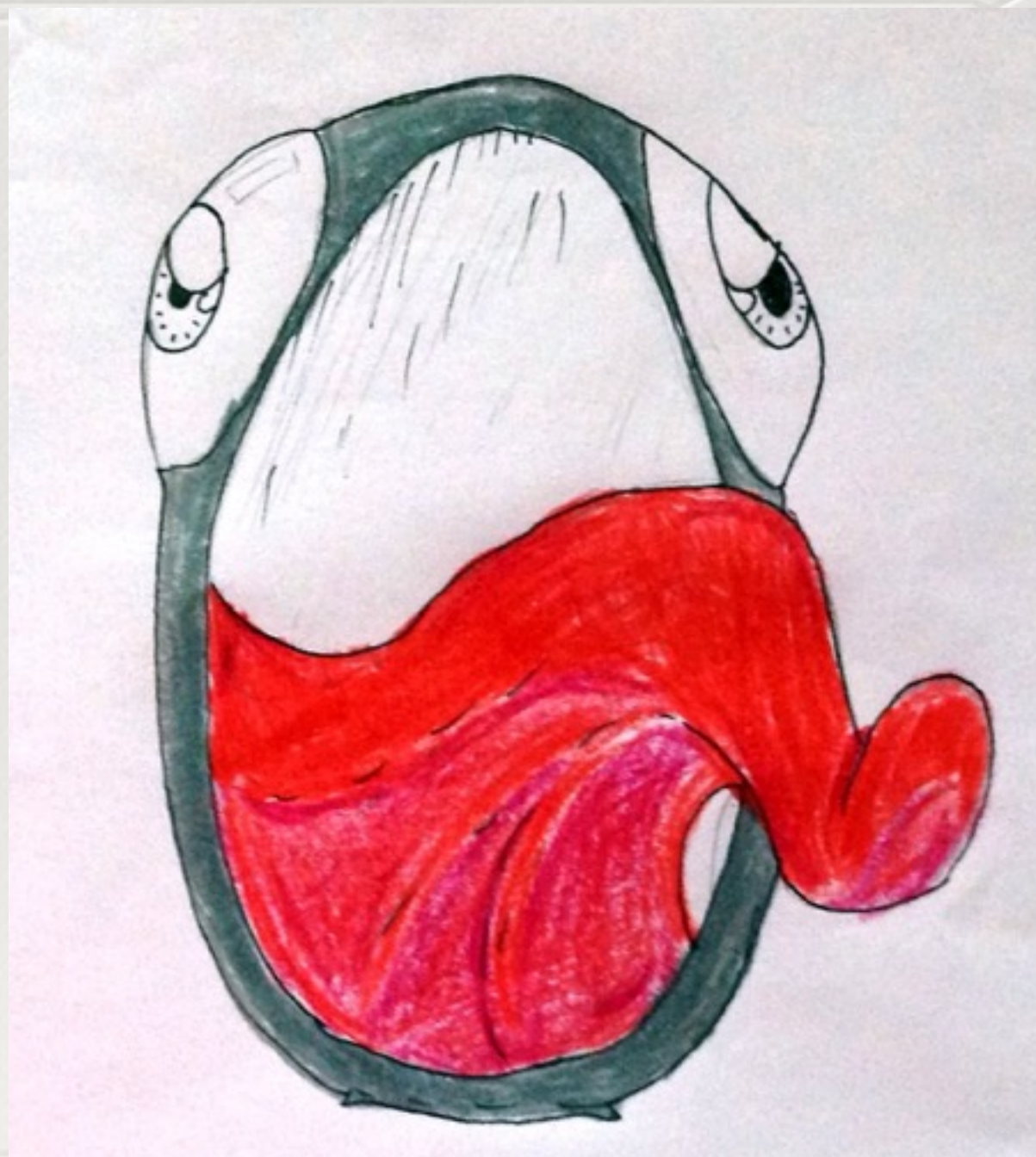
INTERI NATURALI (30.000 a.C)

1



Dio ha creato gli interi, il resto è opera dell'uomo (L.K.)

INTERI



*300 a.C Babilonesi
628 Brahmagupta
1200 Fibonacci*

*Dio ha creato gli
interi, il resto è opera
dell'uomo(???)*

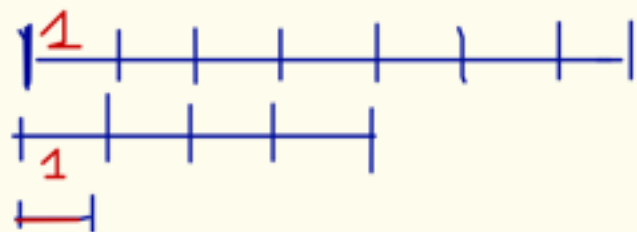
RAZIONALI



Le frazioni egiziane (2000 a.C)

$$\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4} = 1 + \frac{1}{\frac{4}{3}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}$$

Esseri in rapporto (300 a.C)



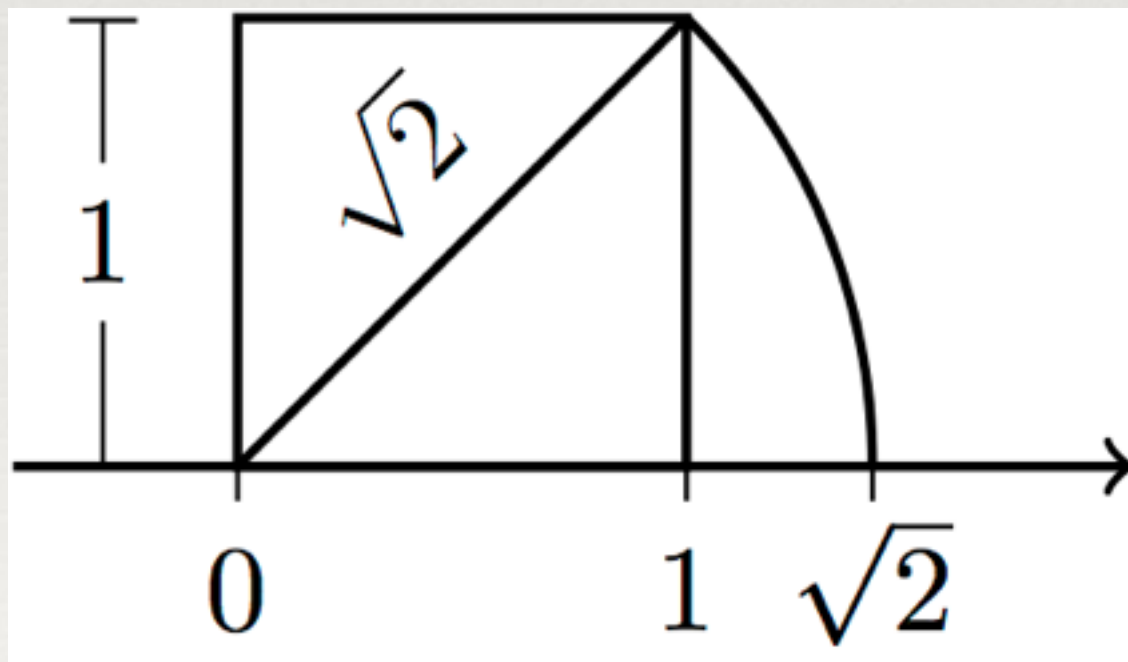
Notazione decimale (1500)

$$\frac{7}{4} = 1,75$$



IRRAZIONALI (500 a.C)

Ippaso da Metaponto

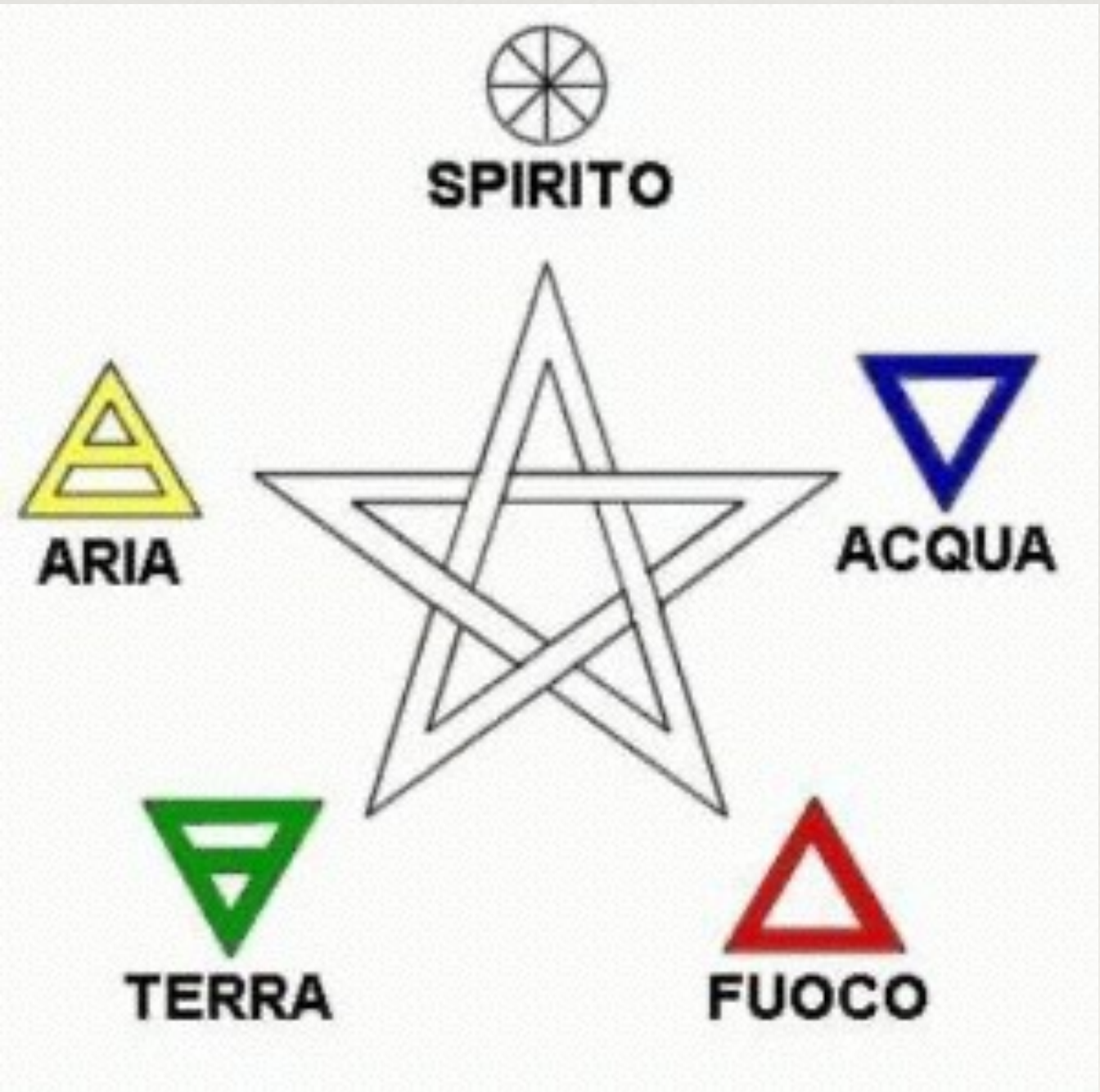
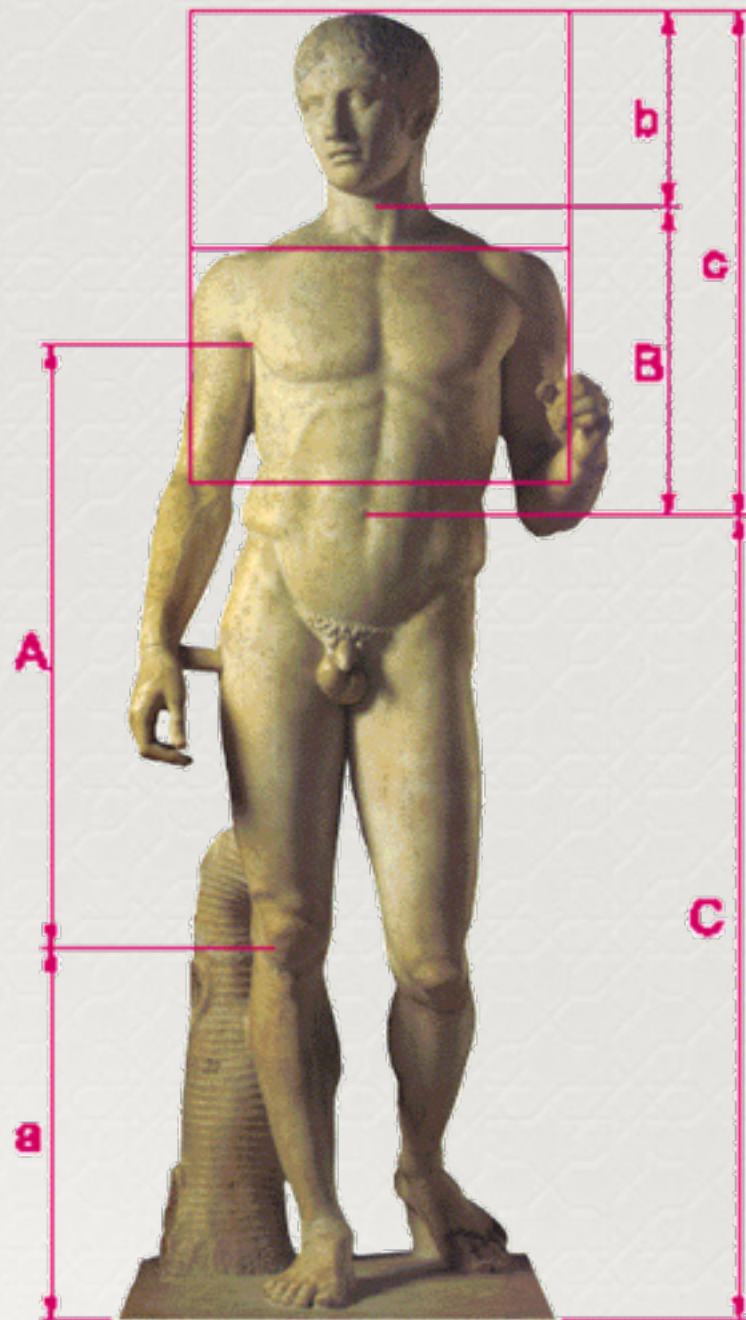


1.4142135623730950488016887242096080785696718753769480731766797379907324784621070388503875343276415727350138462309122970249248360558507372126441214070990358
31413222665927906592755799950501152782060571470109559971605070274534596862014728517418640889198600552329230484308714321450839762603627995251407989687253396
54633180882964062061525835239505474575028775996172983557522033753185701135432460040840804216038680997069000481503054402779031645424782306849293691862158057
84631115966687130130156185680872372352885002648612494977154218334204285686060145024720771435854074155657069677653720226485447015858801620758474922657226002
08558446652145839889304437092659180031138824646815708263010059485870400318640034219480727829064104507263688131373985525611732204024509122770022604112757362
72804957381089675040183698683684507257993647290607629969413804756548237280971803268024744206292691248500521810044508421505911202404413417285314781058036033
71077309182869314710171111683916581726880419758716582152128229518488472080614633862891562882765952635140542267653239694617511291602408715510135150455381287
56005263146801712740265396947024030051740531886292563138518816347800156036917688185237863405228783762938021430065586056868596459515550164472450983689603688
732311438041557665104088391429233811320605243362948531704991577175622854070114389911880217624309652065642118273167262575395947172559346372386322614827426222
0867115583959992652117625269891754008815034864008345708518147223181420407042650305653233308436457865706796519267202399875366617215982578860263363617827495
99421940377753681426217738799194551397231274066808329089895386728822853786974066251996658352577619803932284534473560470496295216889148549253890475582883
45260965240965428803945386466257449275563819644103160798330618520193793840400571563337205480685405758679096701213722394758214263065851322174088323829472876
1739364746783743196000159218880734785761725221867490424077366920207311096369721608033708661156734585334833295254675851644710757848602463600834449114818587
655554286455123314219926311332517070608436559704352856410870185007603610091594556706768380557174007675690509613671940132403560524018599910506210816359772
64313806054670102935699710424251057817495310572559340844511260227803440135066375687477402931628296055324224260575345290288387684464291732827708883180870253
39852338122749990812371892540726475367850304821591801886167100772869220201197590880703918543332536460211082290279203072871780799888099176741774108983060800
32631181642798823117154363860661702099934161614878686018045505553986913115186010386375325004558186044804075024119518430567453368361367459737442308855328517
93080603738089151731958741344288178421250219169518755934443873916180314549999906107587040002608835176362247497578588583680374579311573308020990866221869499
22595913276423619410502100328026149874566599688874067956167391830572808642473463595886914406822386006983352642799056283165613913942557649062065186021647263
03336297507569787060660685640816009271870929215313236828135698893709741650447459096053747279652447709409024123871061447054398674364733847745481910087288622
21495895205911878921491798339810837882781530655623158103606486758730360145022732088293513413872276841766784369052942860840083845574457940959862607424095491
68028530773989382960362133539875320509190803607513906444495768456993471276364507163279154701597733548638039423257277540038260274785674172580951416307159597
84081800944356037939088559016827215403458158152100493666295344882710729239660232163823826661262683050257278116945103537937156882336593229782319298606467978

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \ddots}}}}$$

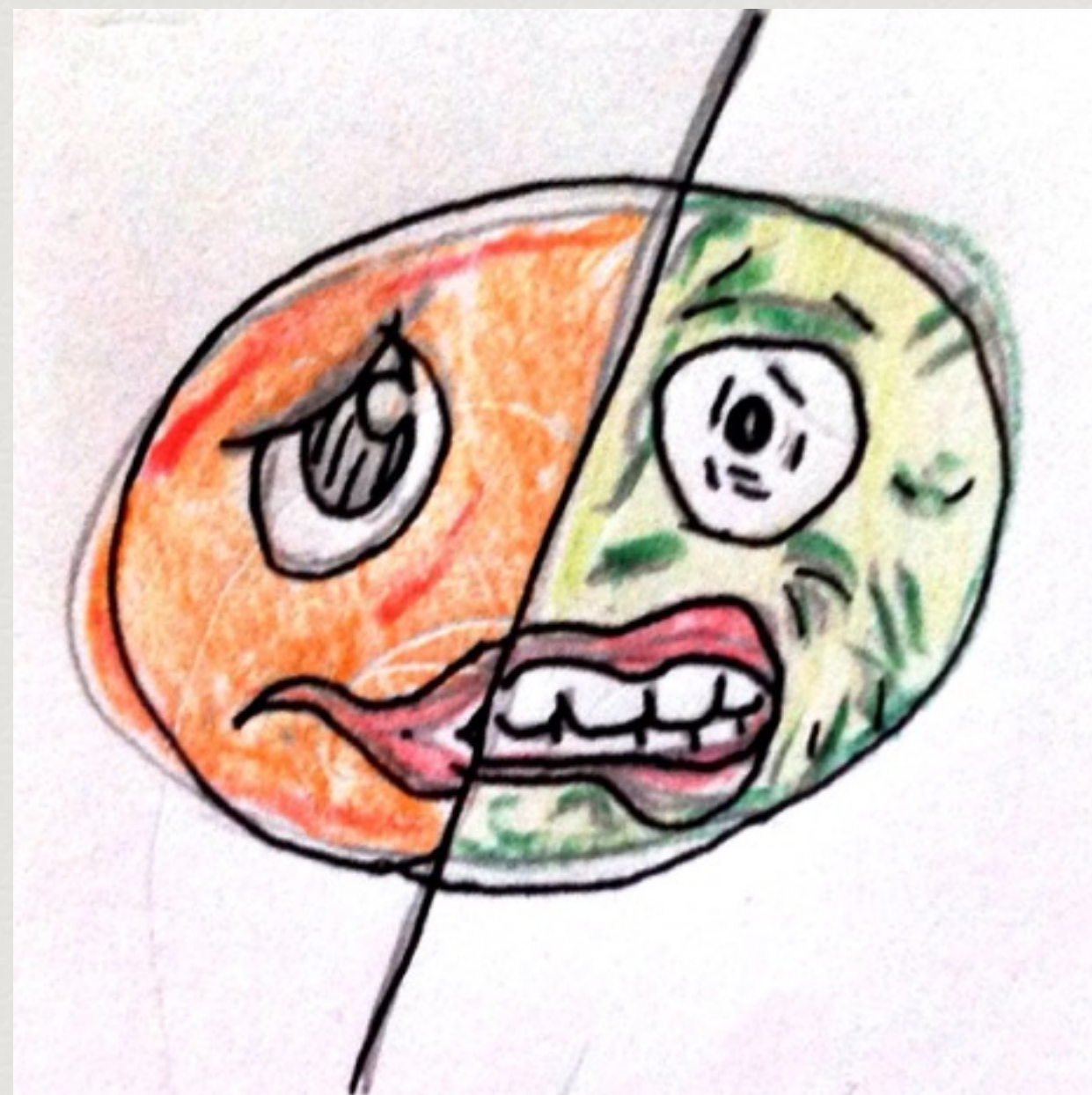
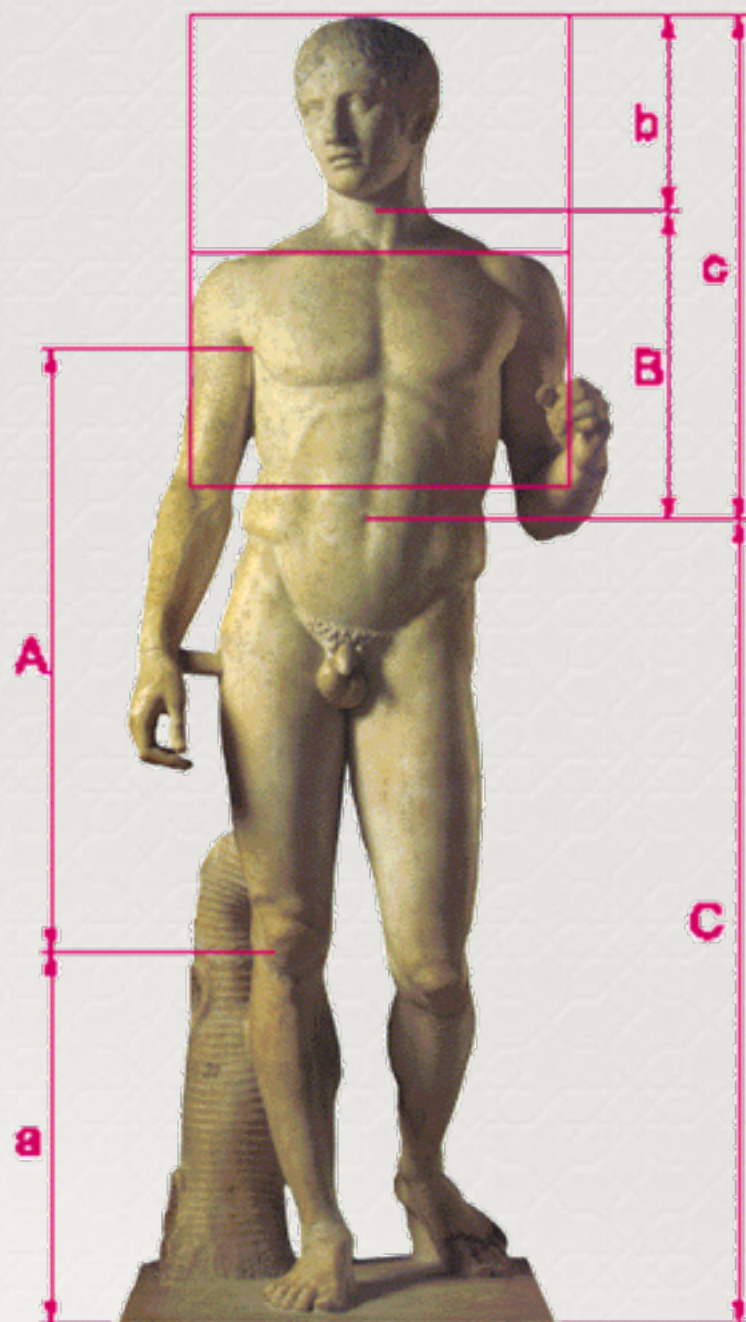


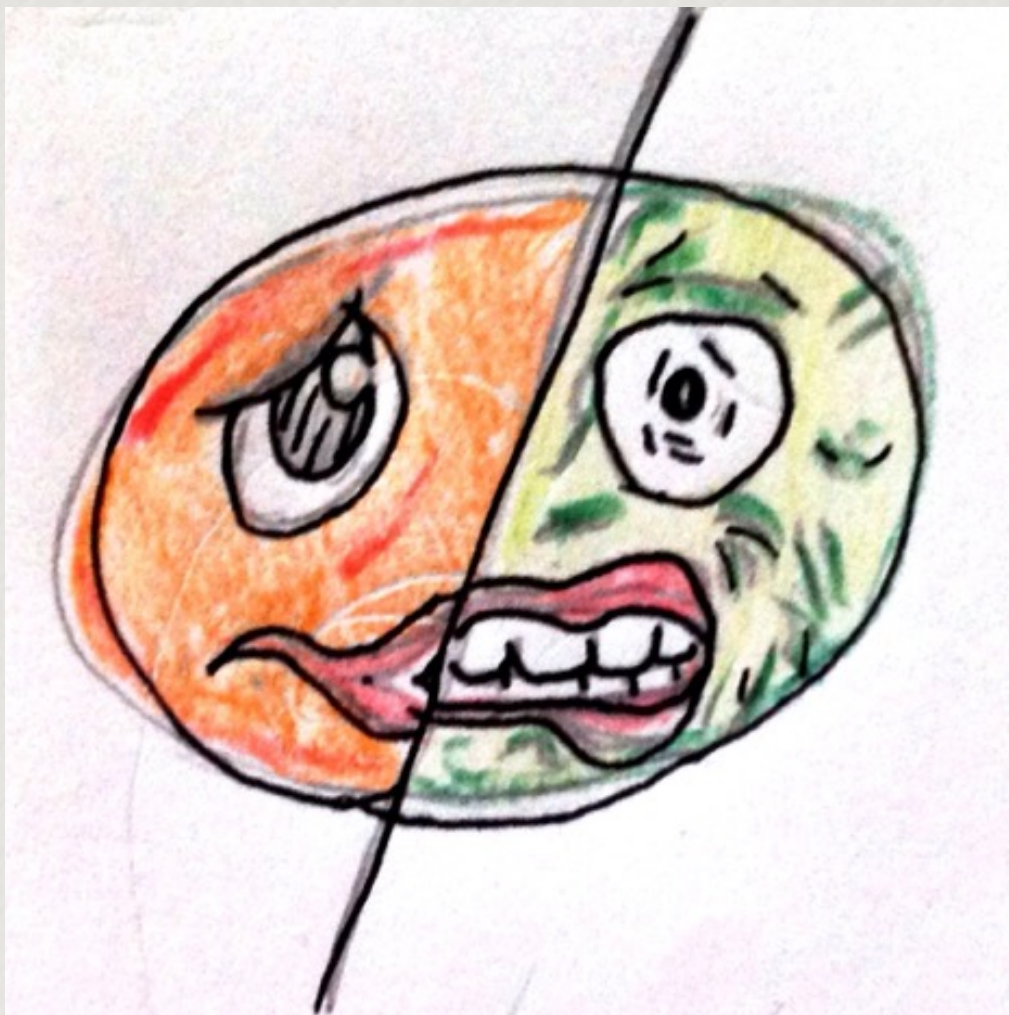
Numero d'oro



1, 6180339887498948482045868343656...

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$





$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

WOW!

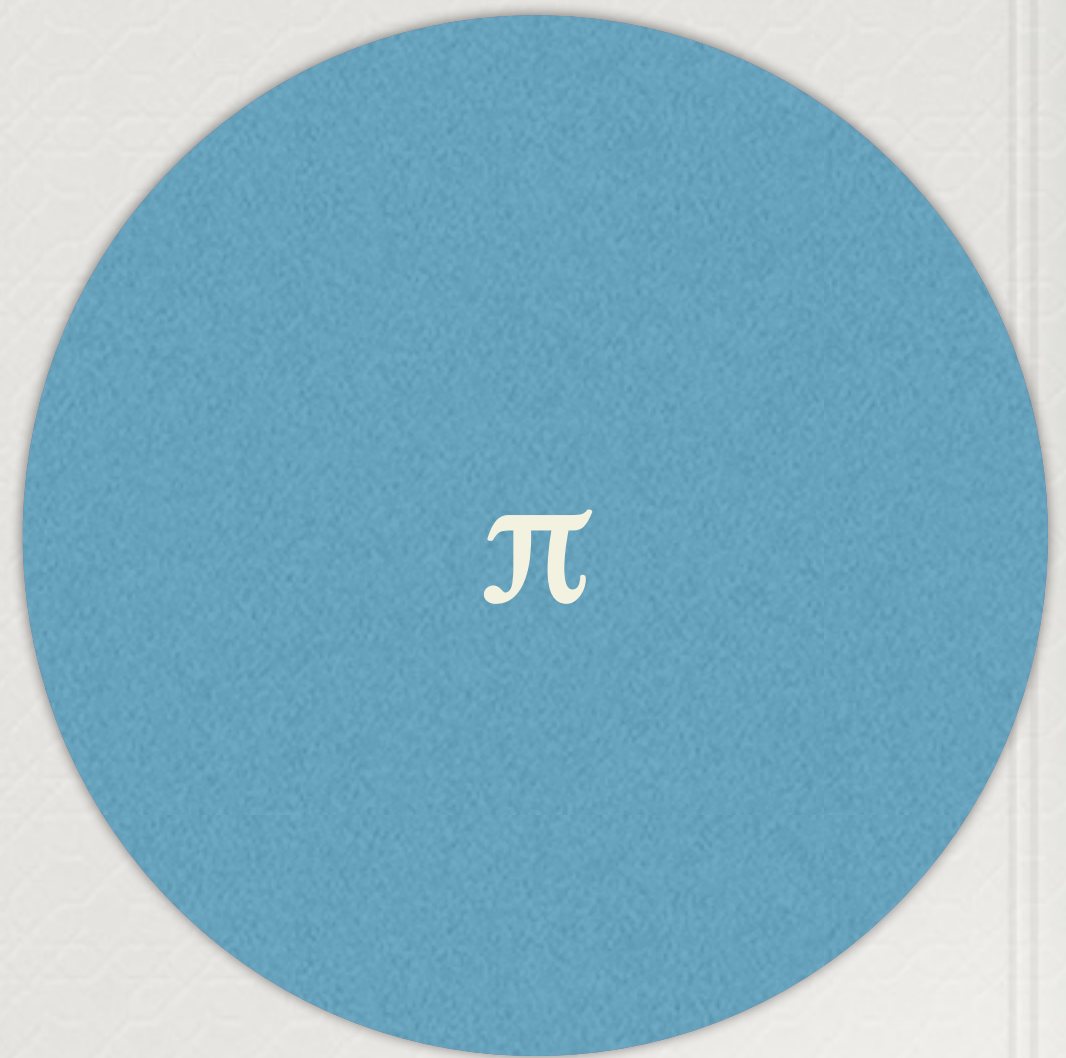
Il più irrazionale di tutti!

$$\phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$$

GAAK!

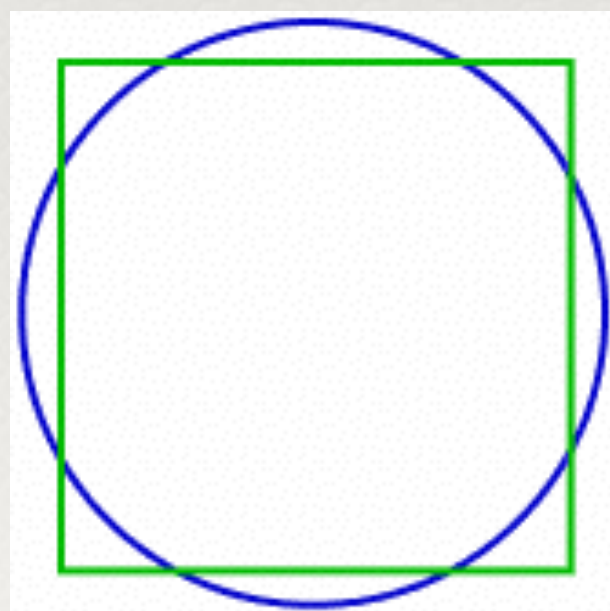
IRRAZIONALE

*Domanda 300 a.C.
Risposta 1794*



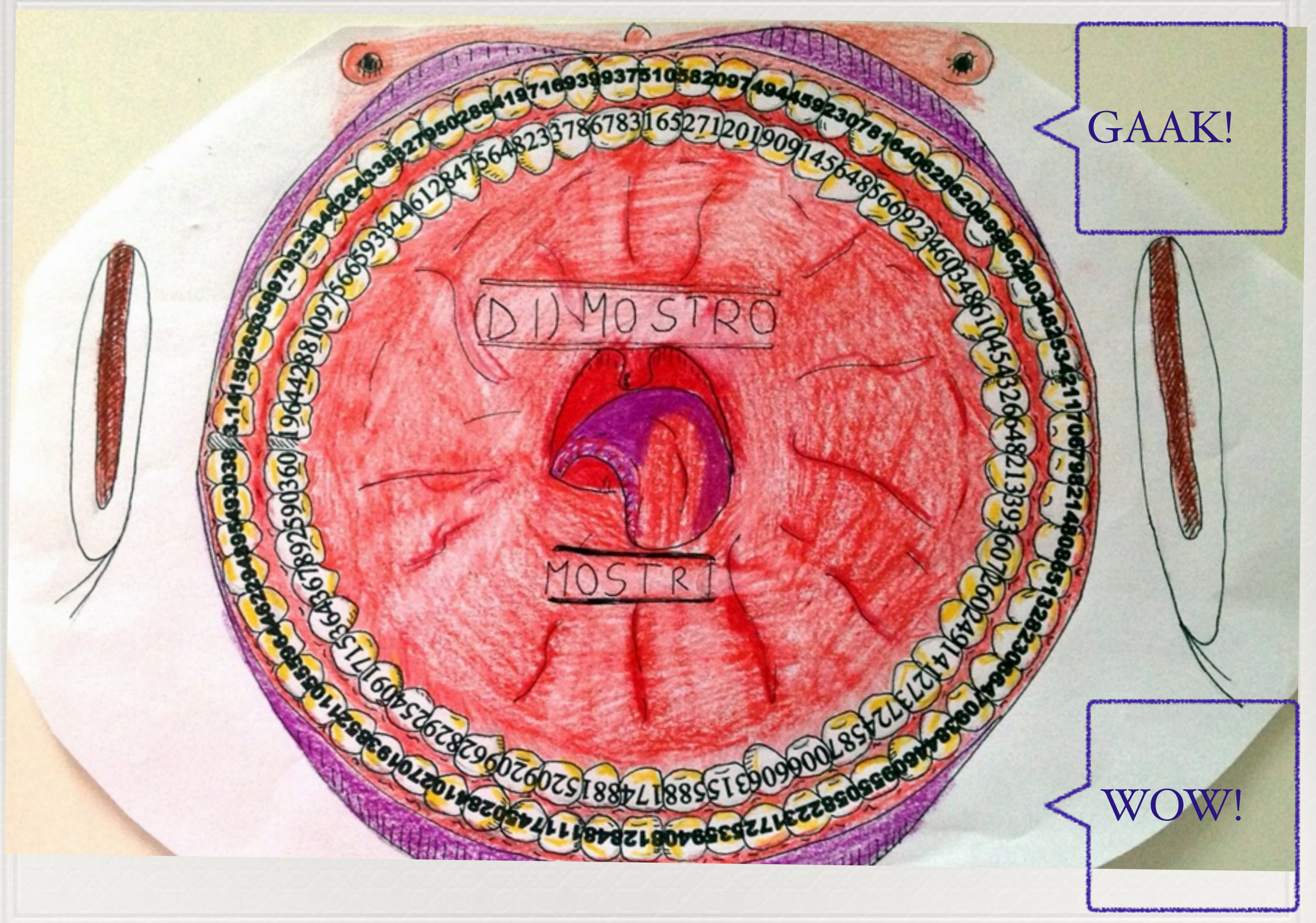
TRASCENDENTE

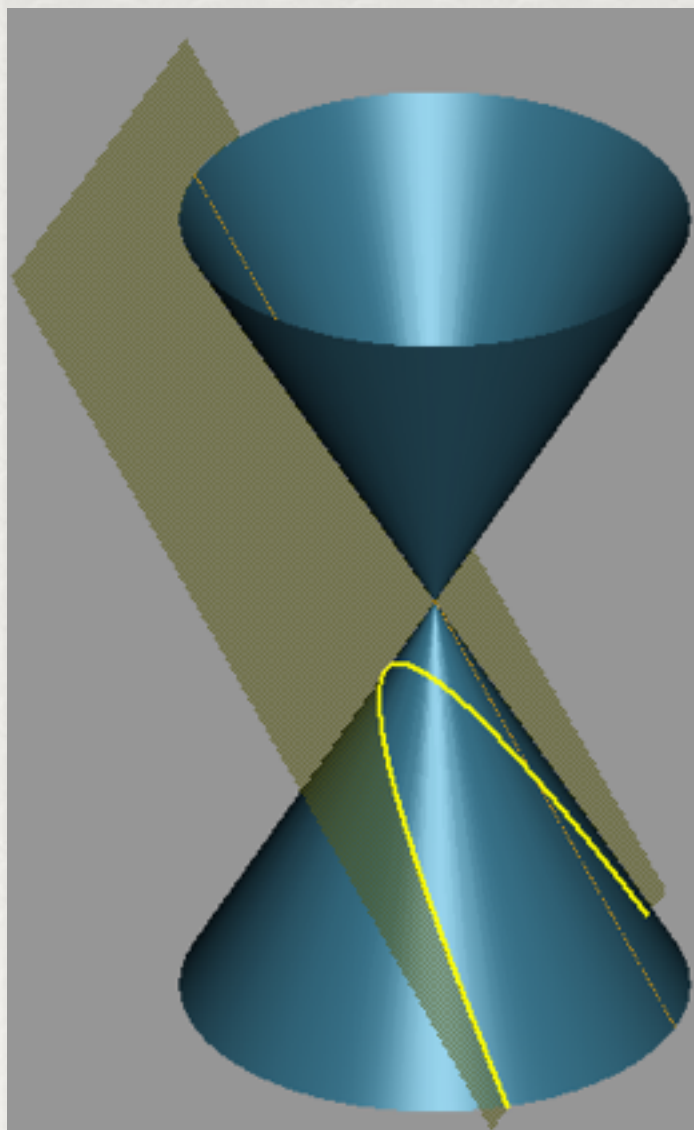
*Domanda 300 a.C.
Risposta 1882*



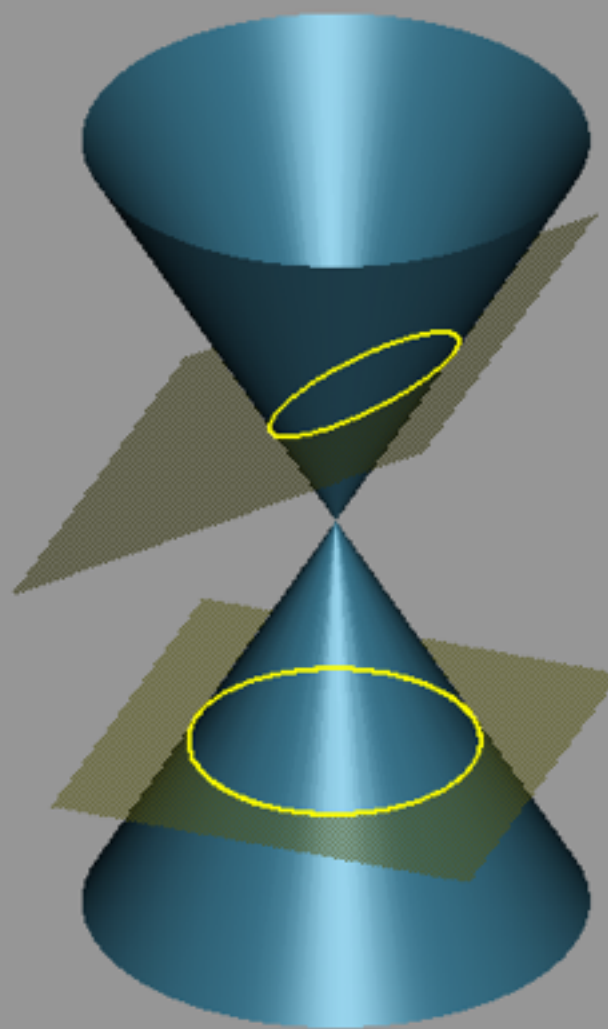
$$\frac{\pi}{4} = \frac{1}{1 + \frac{1^2}{2 + \frac{3^2}{2 + \frac{5^2}{2 + \frac{7^2}{2 + \frac{9^2}{2 + \dots}}}}}}$$

$$2 \frac{2}{\sqrt{2}} \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2}}} \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}} \dots = \pi$$

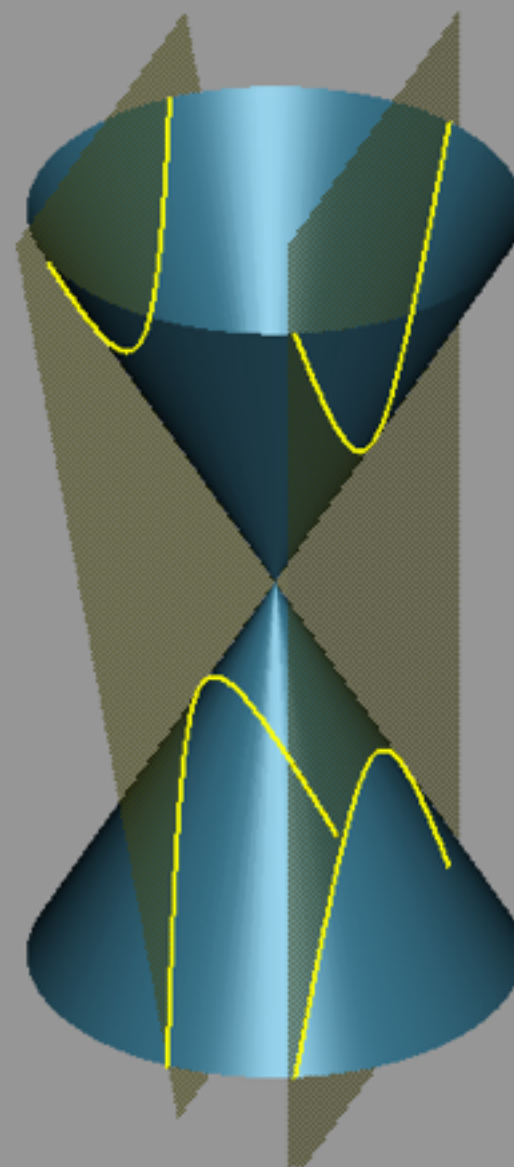




Parabola- cutting plane
parallel to side of cone.

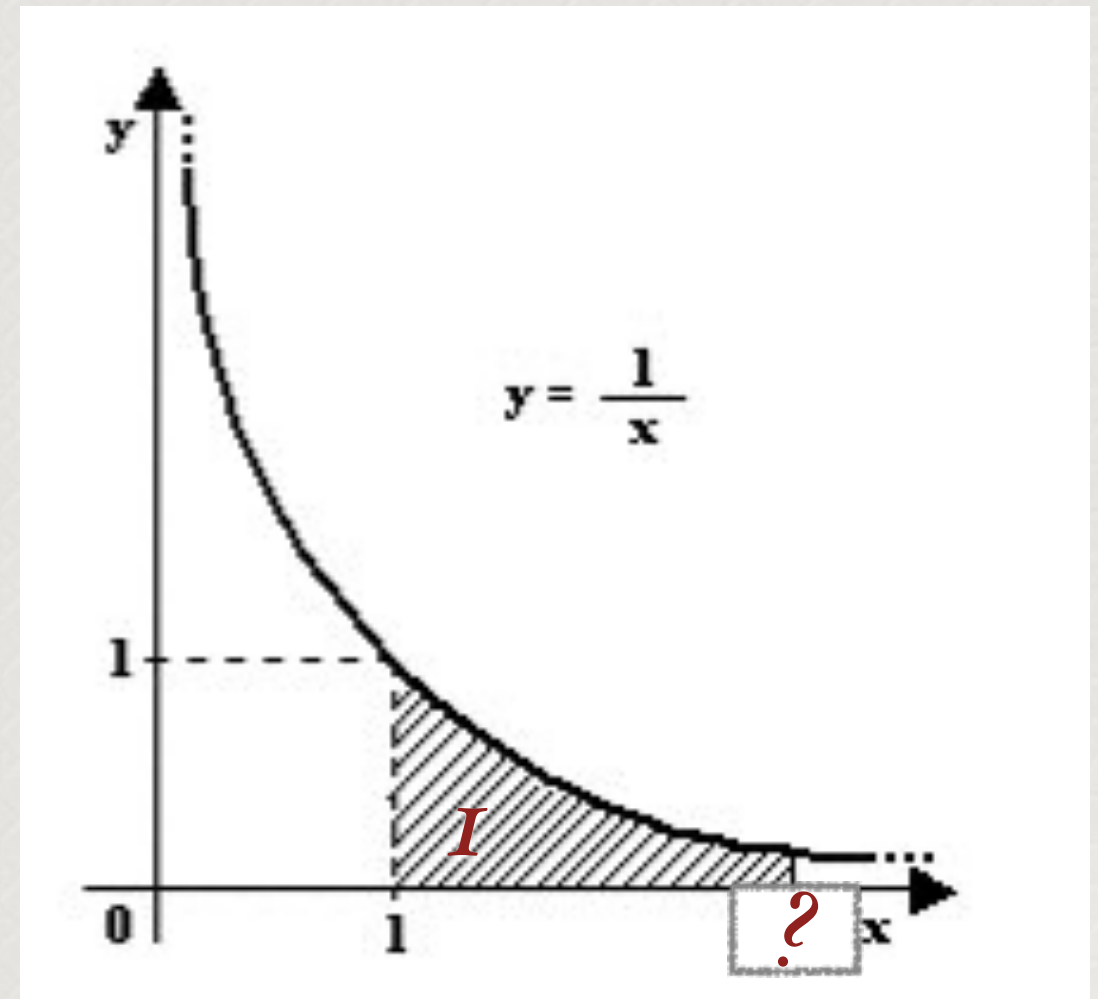
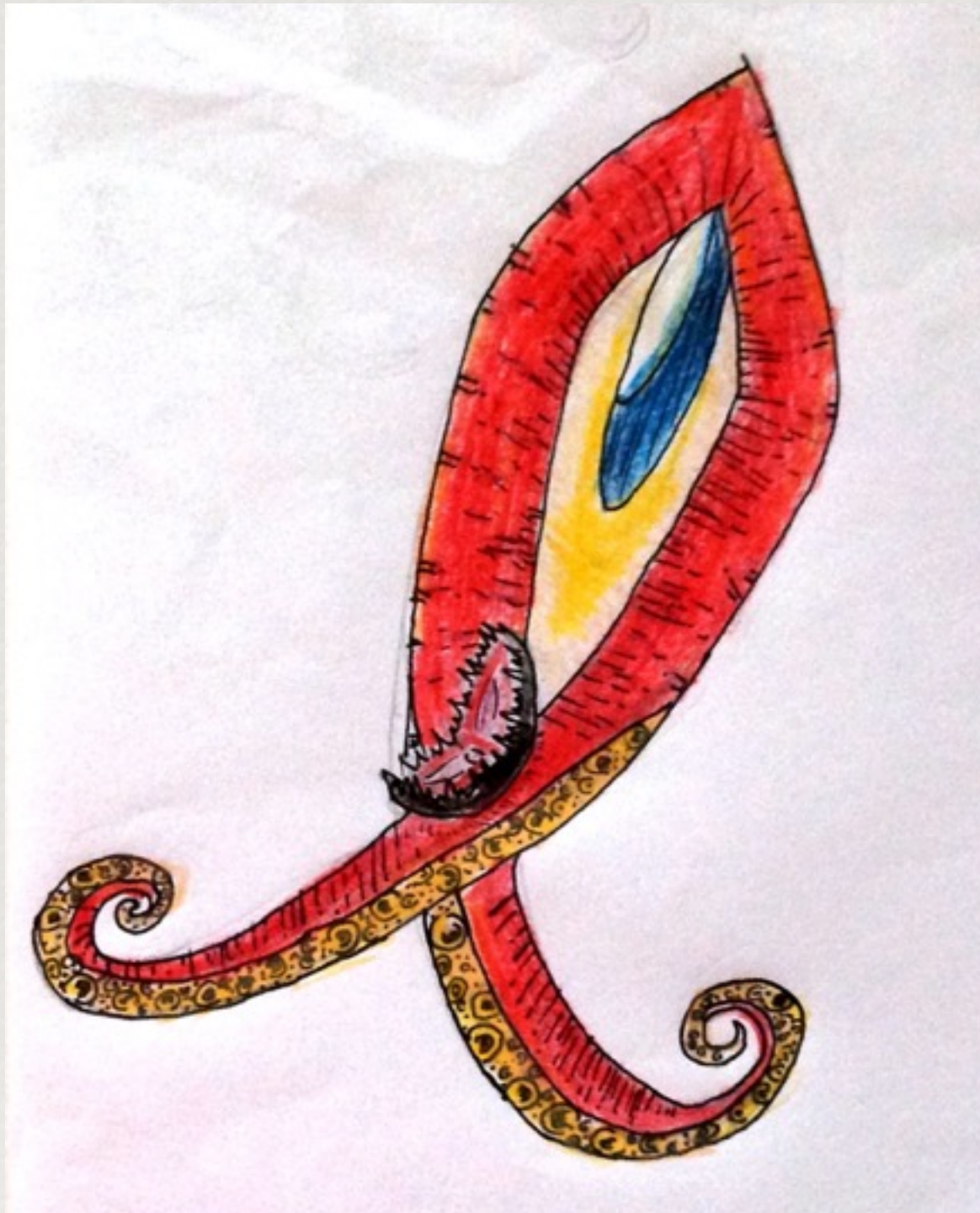


Circle and Ellipse



Hyperbolas

E???



Domanda 1600

Risposta 1744 (irrazionale) 1873 (trascendente)



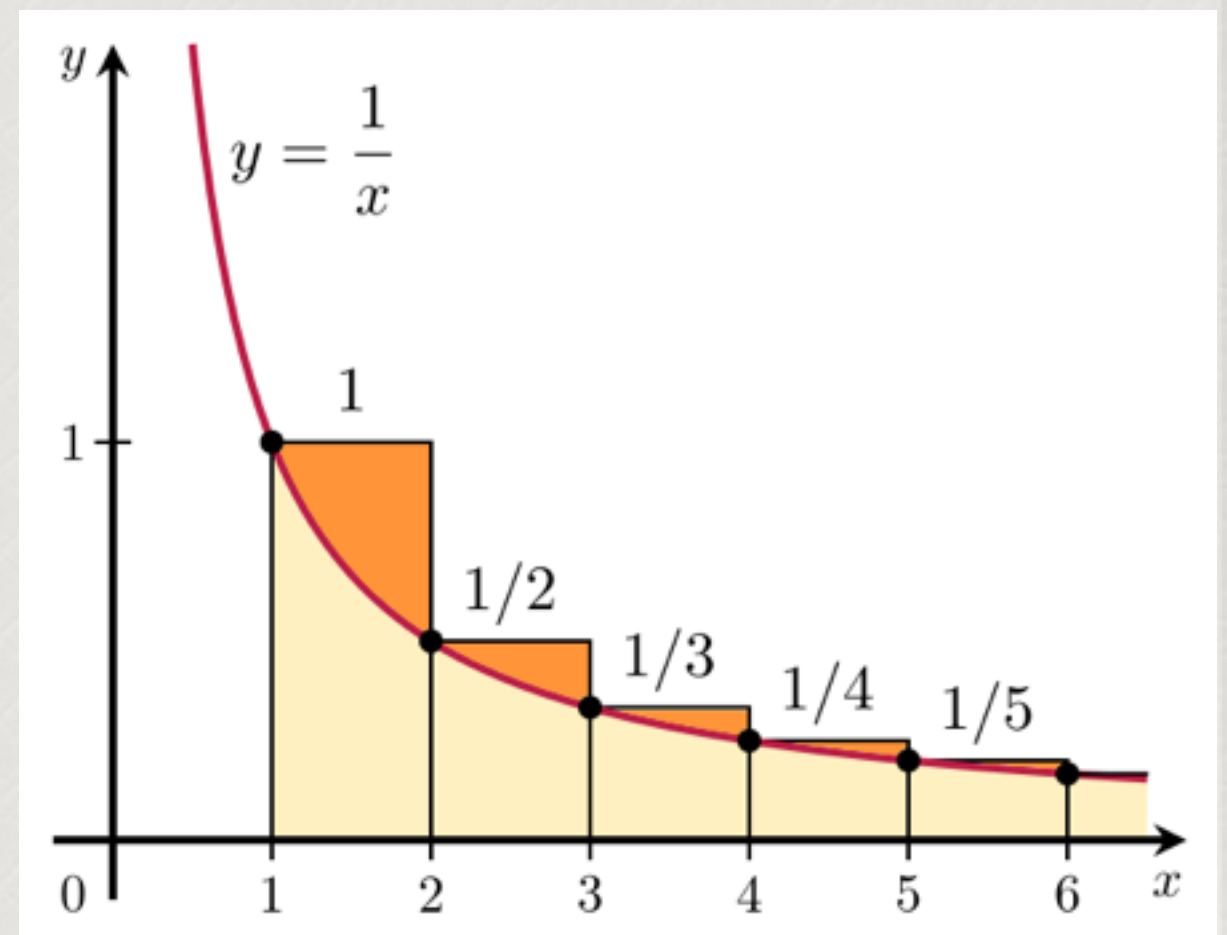
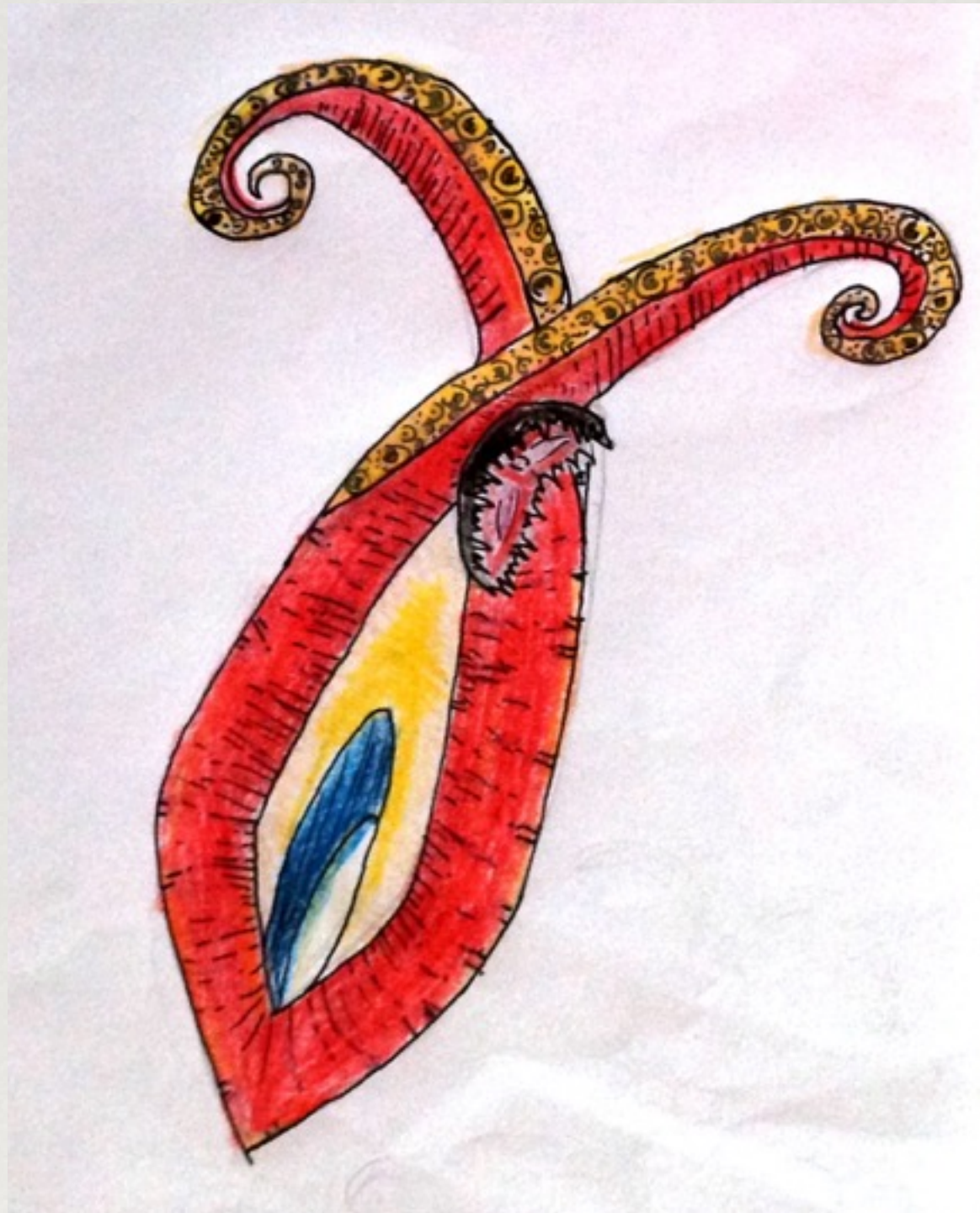
$$e = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{1 + \dots}}}}}}}}}$$

1. The first part of the document is a list of 100 numbers, each followed by a description of its properties. The numbers are arranged in a grid, with 10 numbers per row and 10 rows. The descriptions are in a mix of English and a fictional language. The numbers range from 1 to 100, and the descriptions are in a mix of English and a fictional language. The numbers are arranged in a grid, with 10 numbers per row and 10 rows. The descriptions are in a mix of English and a fictional language. The numbers range from 1 to 100, and the descriptions are in a mix of English and a fictional language.

$$\sqrt{\phi + 2} - \phi = \frac{e^{-2\pi/5}}{1 + \frac{e^{-2\pi}}{1 + \frac{e^{-4\pi}}{1 + \frac{e^{-6\pi}}{1 + \dots}}}}$$

WOW!

Gamma



Domanda 1700

Risposta ??? (irrazionale) ??? (trascendente)



$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6}$$

**Il problema di Basilea
Domanda Mengoli 1644
Risposta Eulero 1735**

(2)



$$\zeta(3) = 1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \dots$$

(3)

Domanda 1700
Risposta 1979 (irrazionale)
???? (trascendente)

IMMAGINARI COMPLESSI

Erone 100 a.C.
Tartaglia 1500
Cartesio 1600
Eulero 1700
Gauss 1800

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

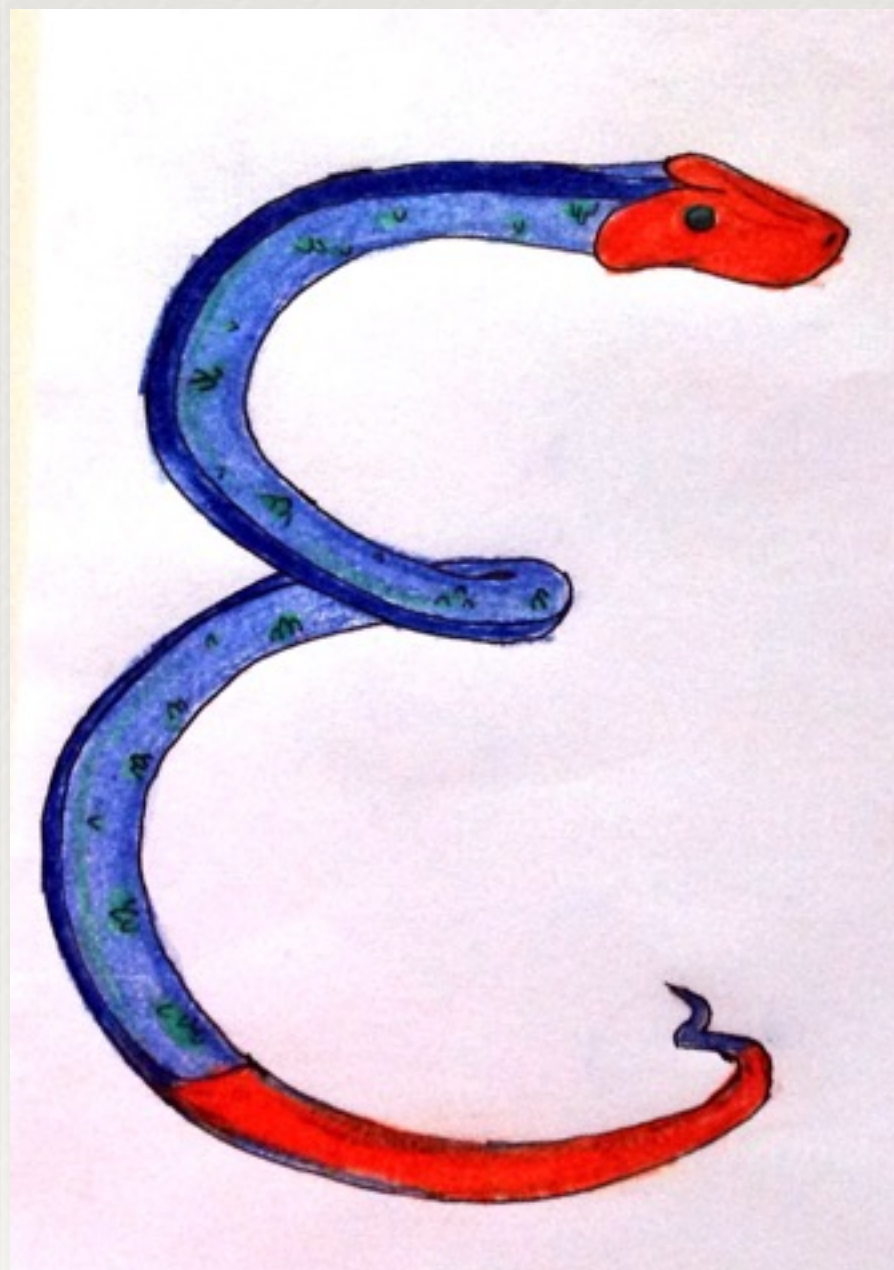


La zeta di Riemann
Domanda Riemann 1859
Risposta ????????

(z)



IPERREALI (1966)



1 / 

Numeri reali

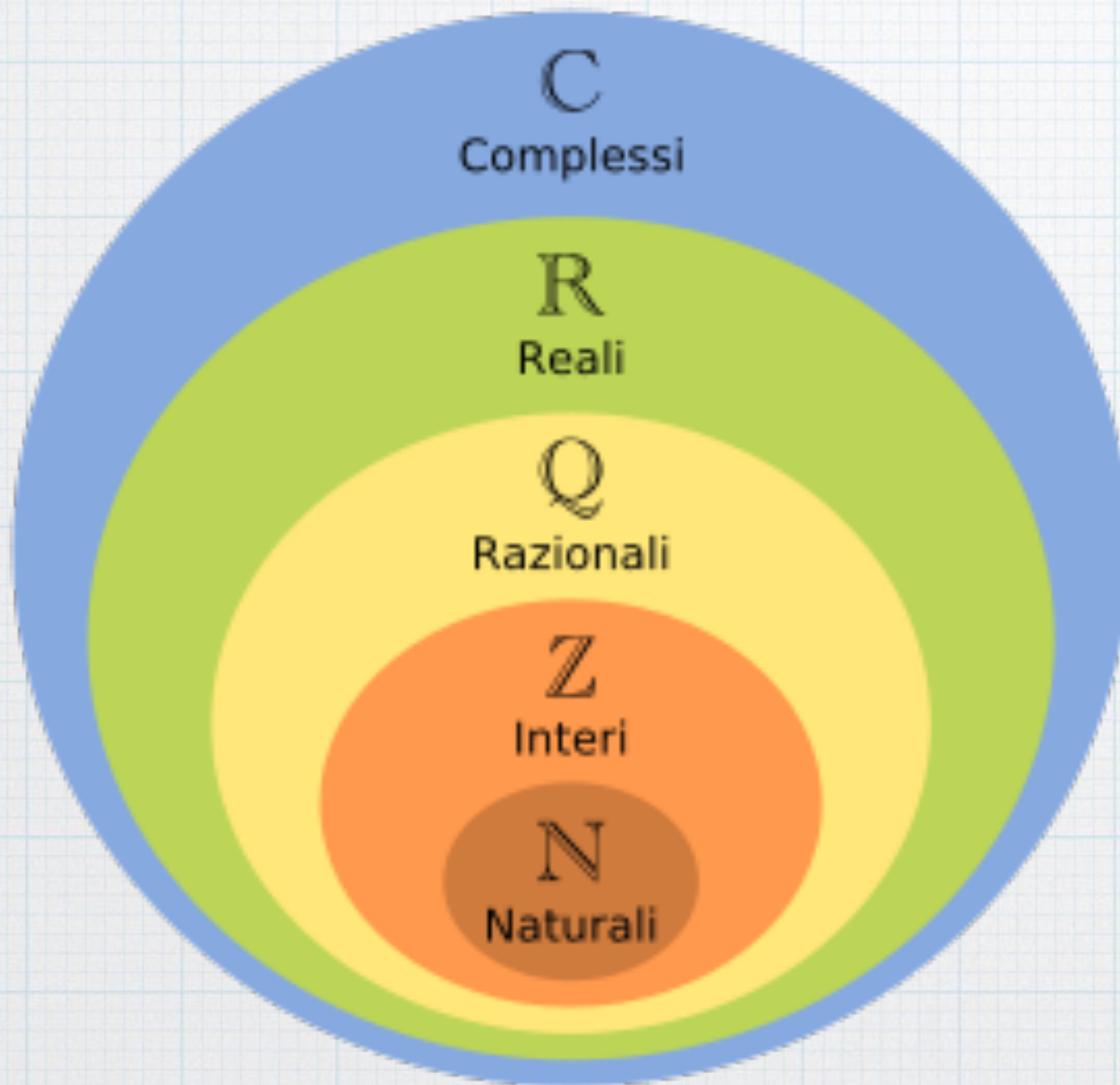
SURREALI (1974)

Creare dal vuoto... Anche gli interi, fino agli iperreali

To be continued

PARTE PRIMA

cosa è un numero?



Facciamo ordine... se si può!

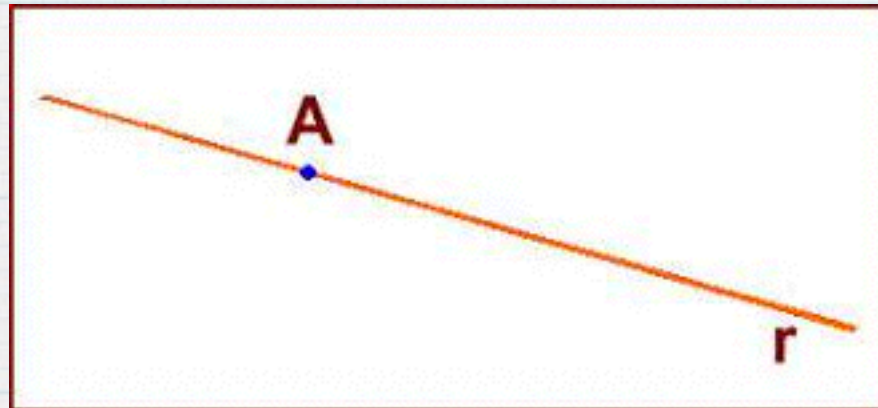


Vantaggi e Svantaggi

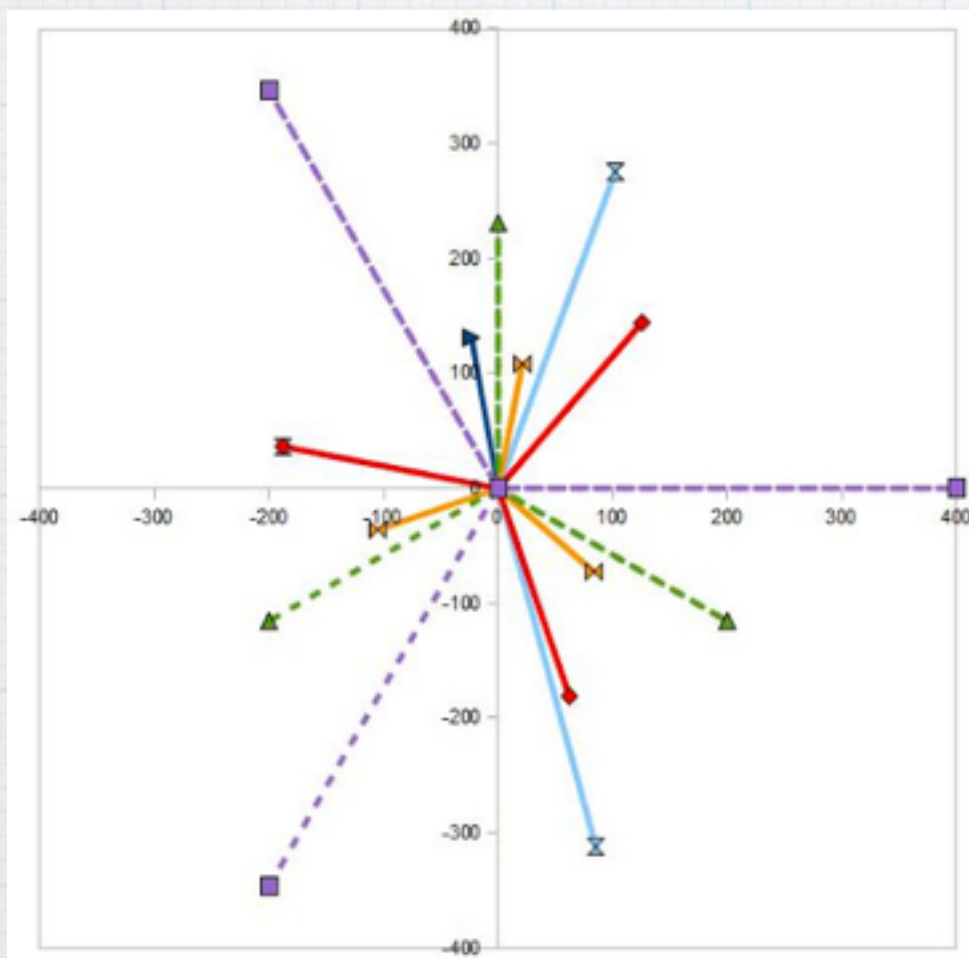


Vantaggi e Svantaggi

Facciamo ordine... se si può!



Vantaggi e Svantaggi



Vantaggi e Svantaggi

La connessione

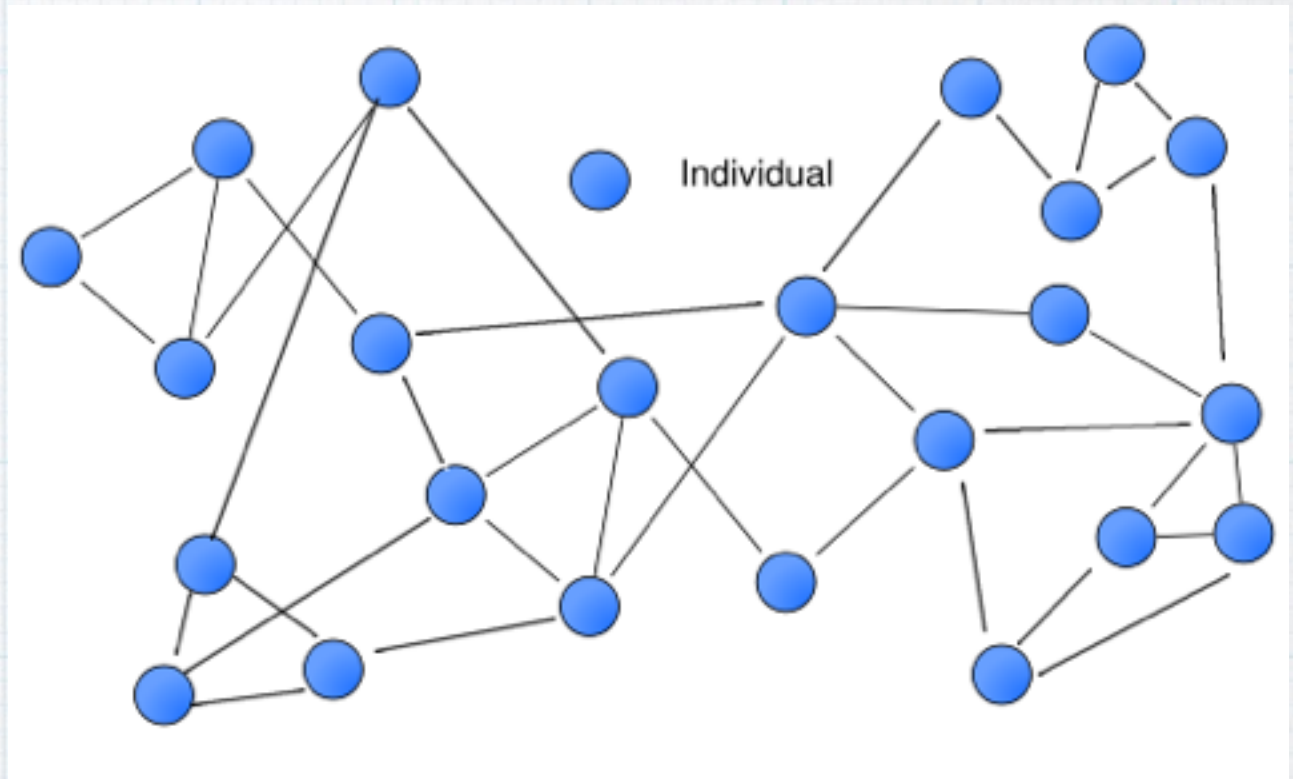
Brainstorming sulla parola
Intervallo

Brainstorming sulla parola
Connessione

a casa



per strada



in classe

INTERVALLI LIMITATI

Dati due numeri reali a e b , con $a < b$, si chiama:

INTERVALLO APERTO (a, b)

l'insieme dei numeri reali x tali che $a < x < b$



INTERVALLO CHIUSO $[a, b]$

l'insieme dei numeri reali x tali che $a \leq x \leq b$



INTERVALLO APERTO A DESTRA $[a, b)$

l'insieme dei numeri reali x tali che $a \leq x < b$



INTERVALLO APERTO A SINISTRA $(a, b]$

l'insieme dei numeri reali x tali che $a < x \leq b$



per $a=b$???

INTERVALLI ILLIMITATI

Dato un numero reale a qualsiasi, si chiama:

INTERVALLO ILLIMITATO SUPERIORMENTE

l'insieme dei numeri reali x tali che $x \geq a$

$[a, +\infty)$



INTERVALLO ILLIMITATO INFERIORMENTE

l'insieme dei numeri reali x tali che $x \leq a$

$(-\infty, a]$



Osservazione

- Un intervallo limitato è in corrispondenza con i punti di un segmento
- Un intervallo illimitato è in corrispondenza con i punti di una semiretta
- L'intervallo $(-\infty, +\infty)$ è in corrispondenza con i punti di una retta e rappresenta l'insieme dei numeri Reali

all'università

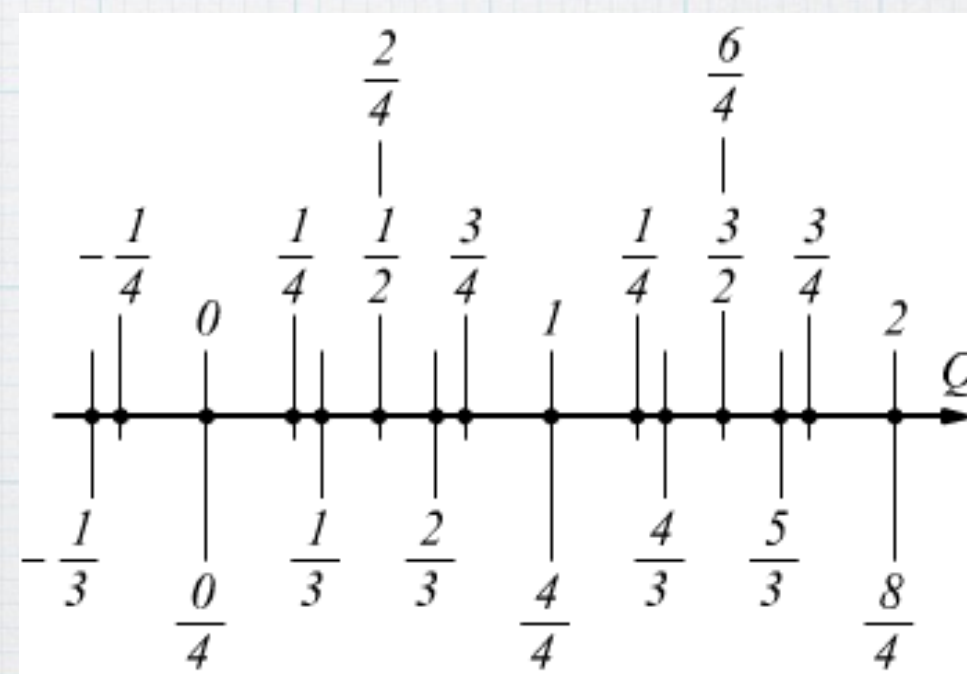
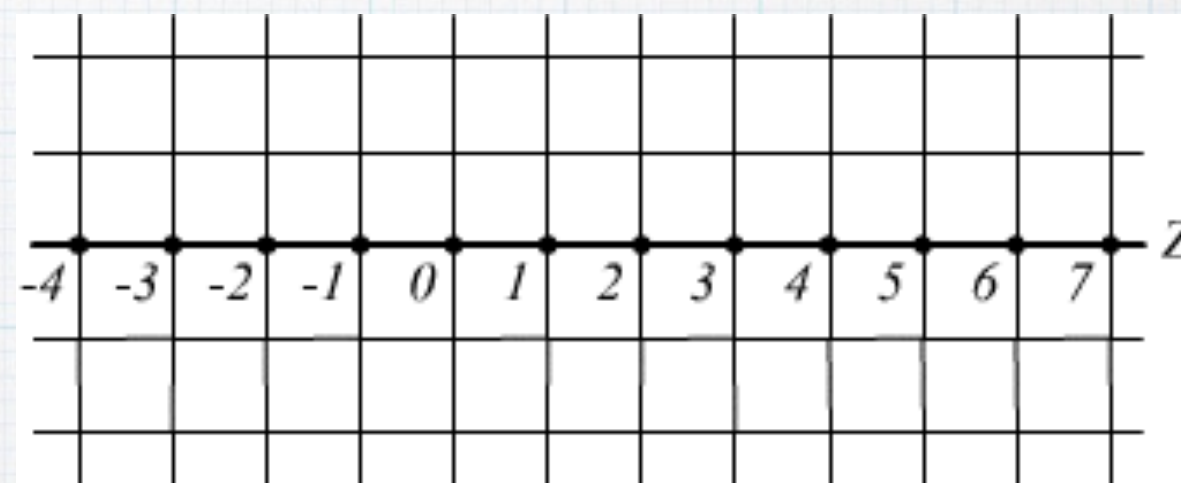
I è un intervallo di \mathbb{R} se $\forall x, y \in I$, dato $z \in \mathbb{R}$ $x < z < y$ si ha $z \in I$

TEOREMA I intervallo $\Leftrightarrow I$ è del tipo $\emptyset, \mathbb{R},]a, b], [a, b[,]a, b[,]a, b[$
 $[a, +\infty[,]a, +\infty[,]-\infty, a],]-\infty, a[$

\Leftarrow facile
 \Rightarrow Cosa nasconde??

C-T OGNI INTERVALLO E' UN CONNESSO

Connessione? Magari!



Completezza

Brainstorming sulla parola
Limite

Brainstorming sulla parola
Infinito

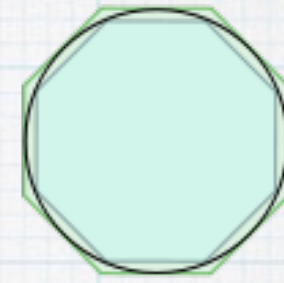
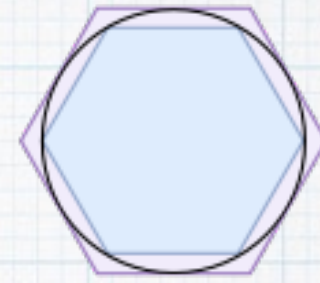
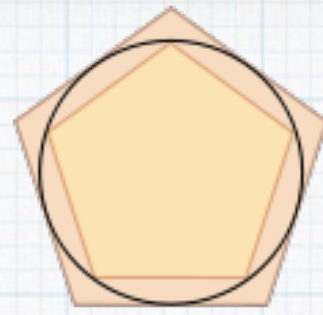
Brainstorming sulla parola
Completezza



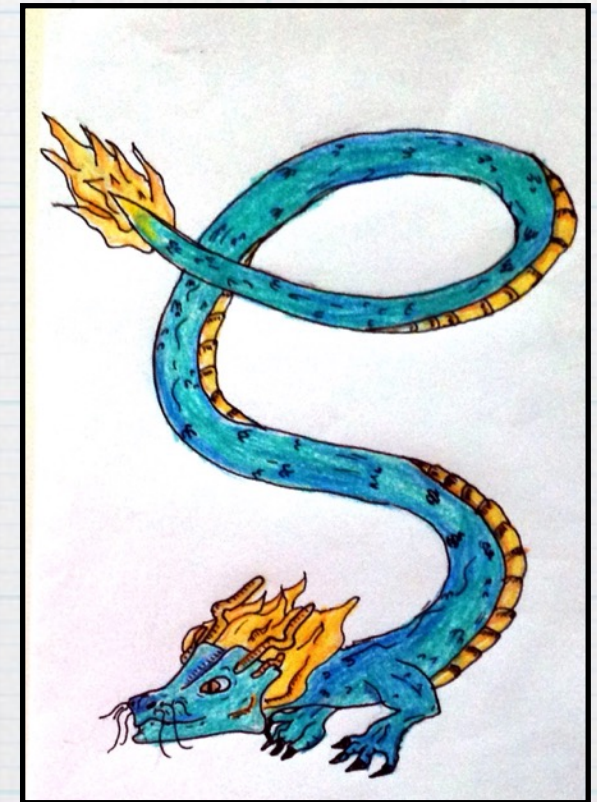
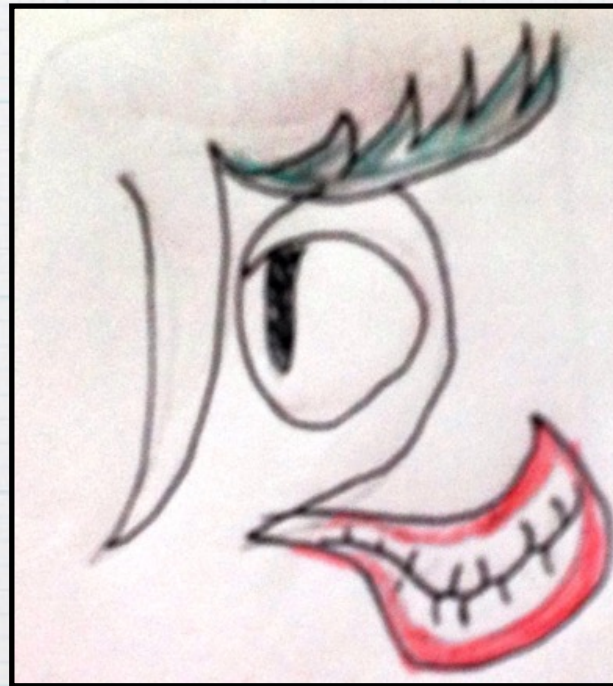
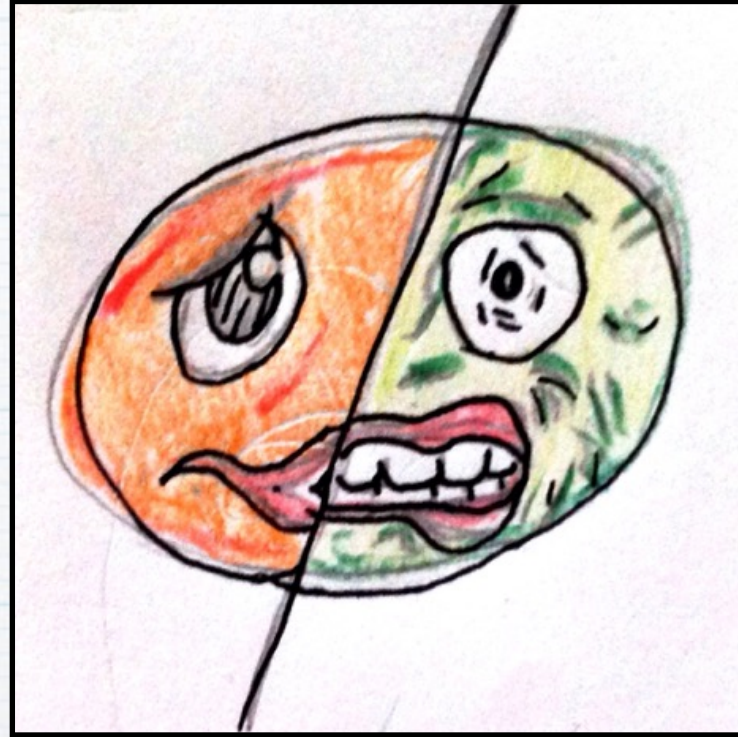
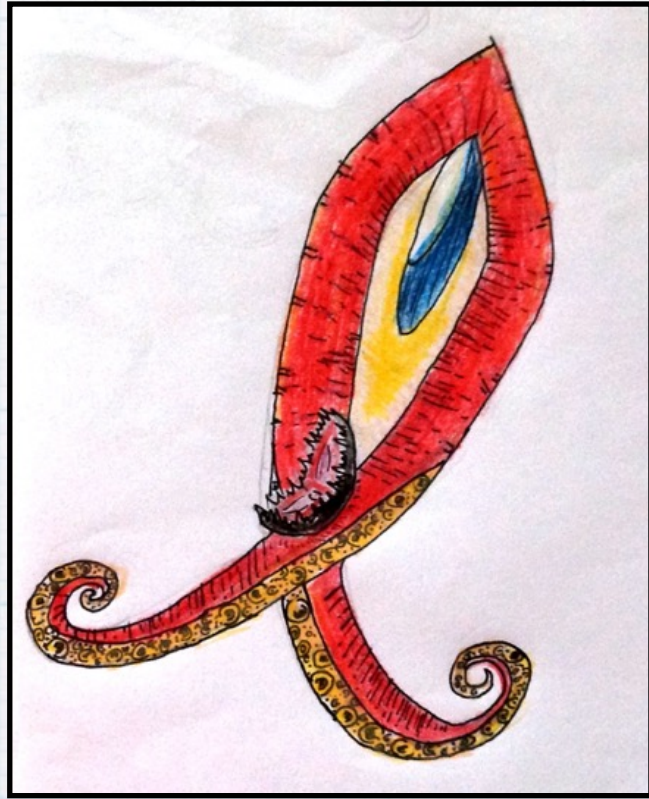
a casa



per strada



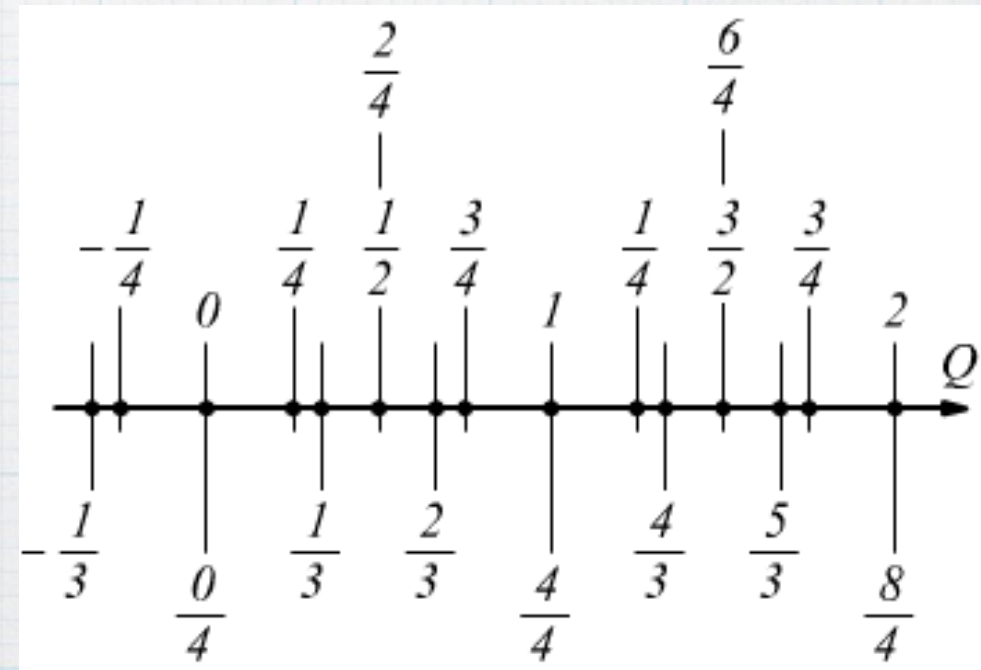
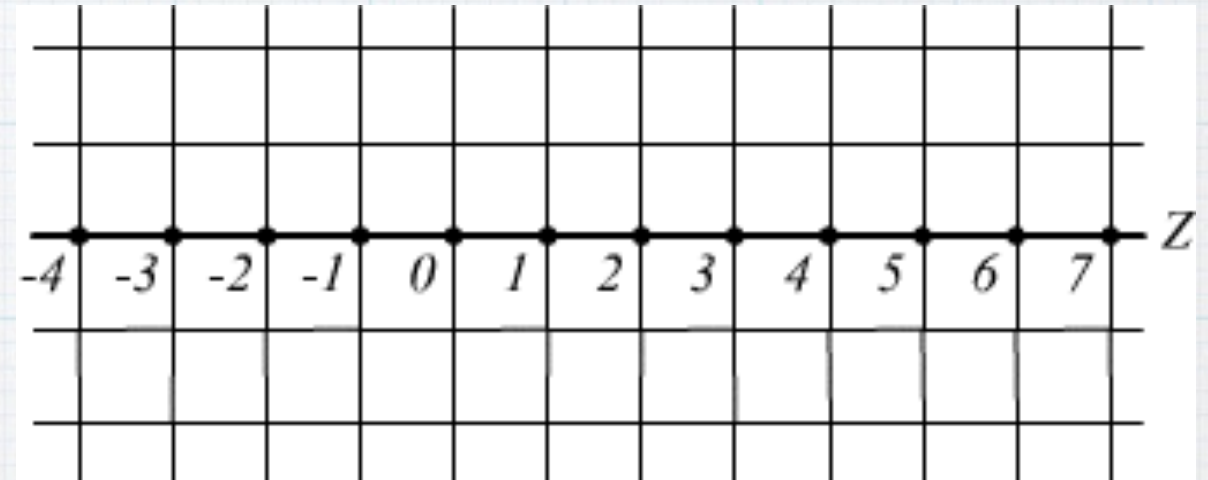
in classe



all'università

C-M Ogni successione monotona è regolare

Completezza? NO!!!!!!!



Continuità

Brainstorming sulla parola
Intorno

Brainstorming sulla parola
Separazione



a casa

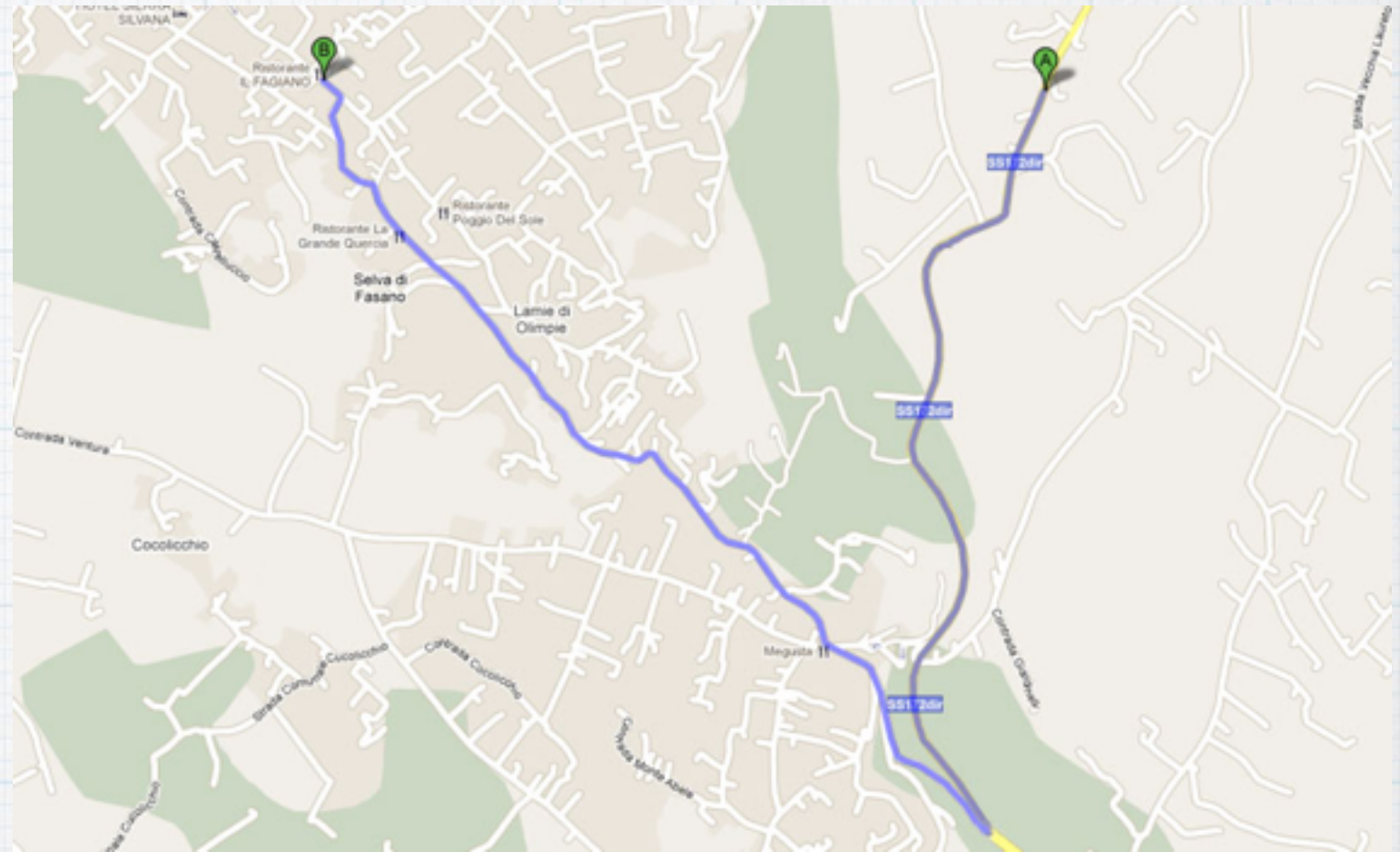
Per capire meglio il concetto di **continuità**, proviamo ad immaginare un modo diverso, che sia nient'affatto graduale. Mi alzo la mattina, vado in bagno e apro l'acqua per lavarmi. Tutto bene al principio: l'acqua scorre dal rubinetto alla temperatura che più mi piace e che mi permette di passare dallo stato di torpore a quello di veglia senza particolari traumi. Ma, improvvisamente, senza che nulla lo lasciasse presagire, la temperatura dell'acqua diviene gelida. Non faccio a tempo a riprendermi dallo shock, che diventa bollente. Allontano le mani di scatto, ma il getto (che prima andava regolarmente verso il basso), senza nessun preavviso, comincia a cambiare direzione senza alcun preavviso: verso l'alto, verso lo specchio, verso di me, poi di nuovo verso il basso e così via, senza nessun criterio apparente.

Cos'è, quindi, la continuità? E' l'opposto di quello che ho descritto. E' un mondo in cui due istantanee di ciò che ci circonda scattate ad istanti "**vicini**", si "**somigliano**". Le transizioni e le trasformazioni possono avvenire, ma non in maniera drastica, immediata. I cambiamenti possono avvenire, ma sempre passando per una sequenza di stati intermedi dallo stato di partenza a quello di arrivo. Ovviamente il concetto andrebbe precisato ed è in questa fase che l'uso del linguaggio matematico mostra tutta la sua potenza e duttilità.

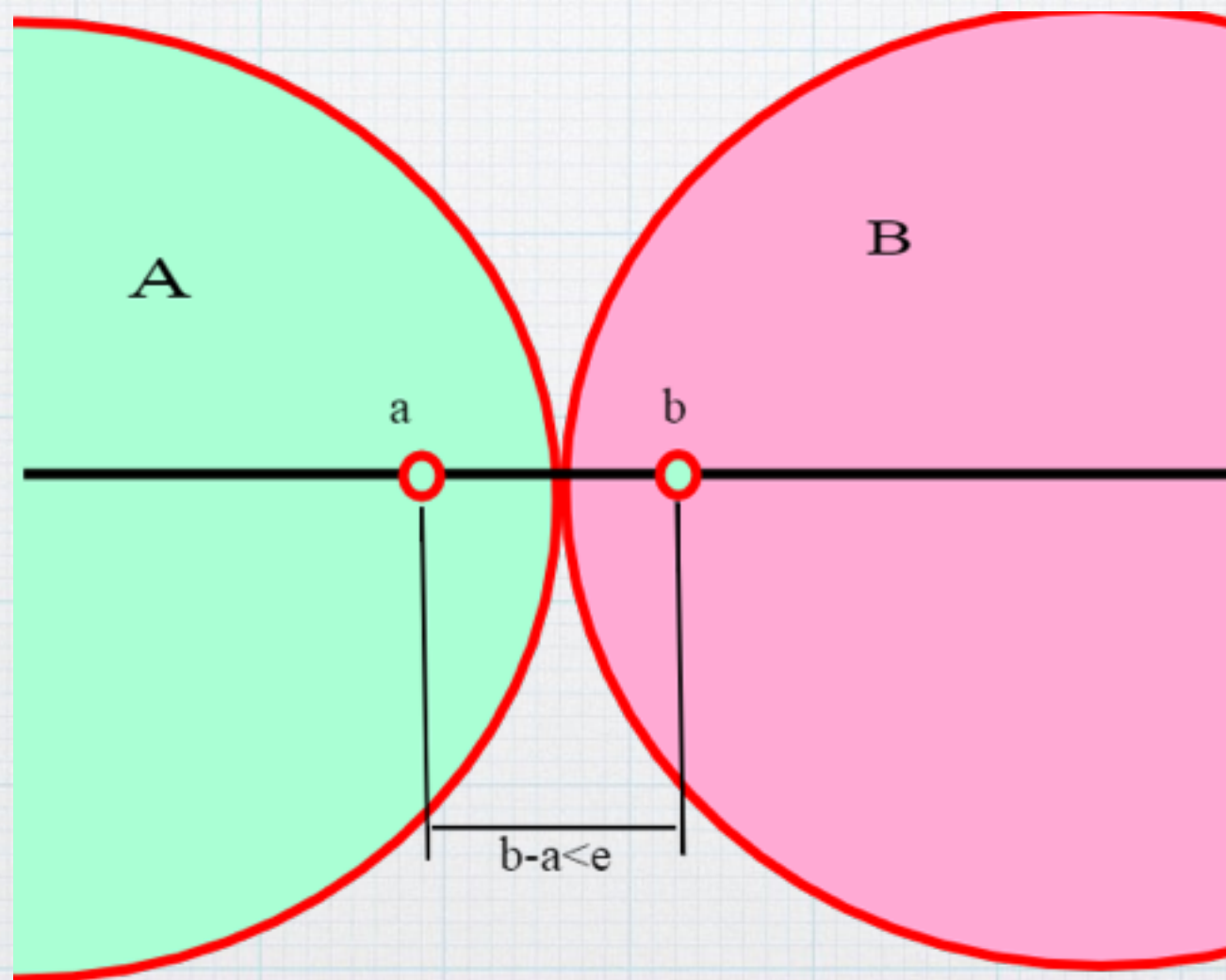
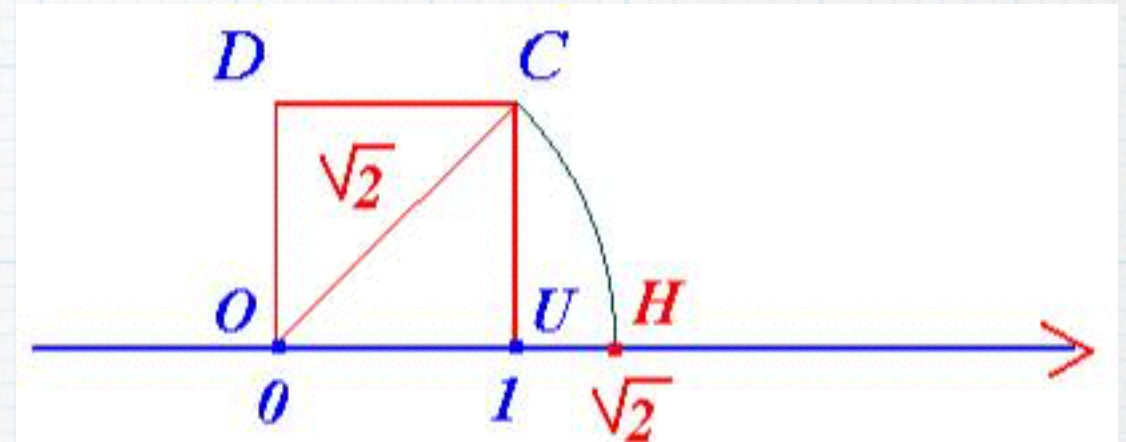
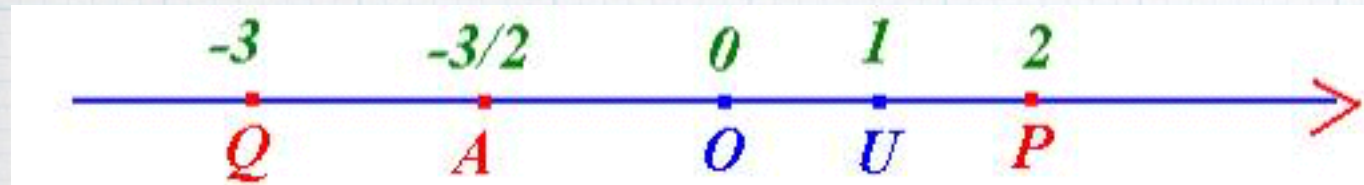
di Corrado Mascia



per strada



all'università



Conclusione linguaggio-parola-simbolo

Connessione
Continuo
Vicino Limite Regolare
Discreto Intorno Intervallo Accumulazione
frattali Isolato Separazione Infinito
Completezza

a casa

Fate una bolla di sapone
e osservatela: potreste
passare tutta la vita a
studiarla

Lord Kelvin

per strada

I buoni matematici riescono
a vedere le analogie. I grandi
matematici riescono a
vedere le analogie tra le
analogie.

Banach

in classe

**Il numero misura la
realtà e permette di
penetrare il significato**

Pitagora

all'università

La prima dote del matematico è l'immaginazione, la sua fantasia non è in fondo molto diversa da quella del musicista, del pittore, dell'architetto e di ogni altro artista. Naturalmente, come il musicista se vuol comunicare i propri sogni deve esprimerli in un linguaggio ben preciso, tale che ogni esecutore del tempo presente e dei secoli futuri possa esprimere i brani che lui ha composto, così anche il matematico deve tradurre i propri sogni in un linguaggio matematico che può essere compreso senza ambiguità ed equivoci da studiosi d'ogni Paese e d'ogni tempo. [...] In questa libertà di sogno il matematico non deve fermarsi agli oggetti di cui si può dare un'immediata rappresentazione sensibile, deve muoversi liberamente tra oggetti reali e ideali, concreti e astratti, visibili e invisibili, finiti e infiniti

Ennio De Giorgi