

# Modelli Fisici e Metodi Matematici

Seminario di orientamento consapevole

Marilena Ligabò

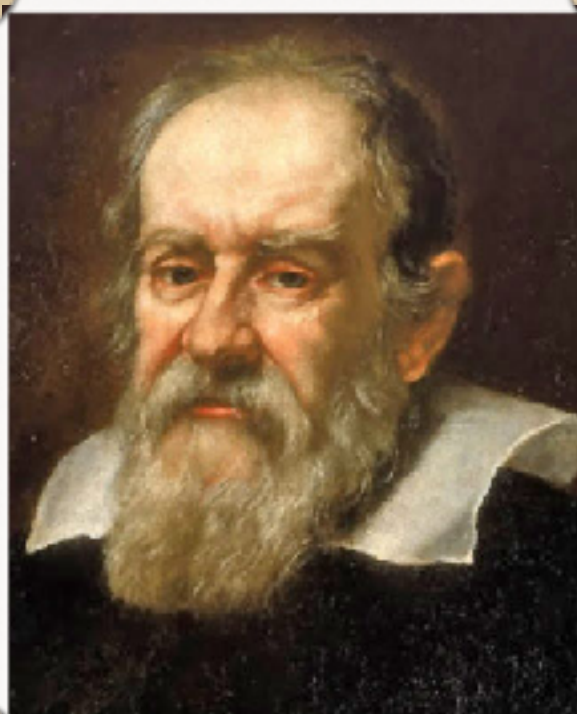
Bari, 18 marzo 2020



# Contenuti (prima parte)

- ◆ Pensieri e parole di alcuni grandi fisici-matematici;
- ◆ Due leggi fondamentali dell'ottica: legge della riflessione e legge della rifrazione;
- ◆ Come spiegarle?
- ◆ Applicazioni pratiche.





Galileo Galilei (1564 – 1642) è stato un fisico, filosofo, astronomo e matematico italiano, considerato il padre della scienza moderna.

La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto.





Jules Henri Poincaré (1854 –1912)

Poincaré, considerato l'ultimo universalista, dal momento che eccelse in tutti i campi della Matematica nota al suo tempo.

### La scienza e l'ipotesi

L'esperienza è la sorgente unica della verità: essa sola può insegnarci qualcosa di nuovo. [...]

Ma se l'esperienza è tutto, che posto resterà alla fisica matematica? [...]

Non potremmo accontentarci della nuda esperienza? [...] Lo scienziato deve fare ordine: la scienza si fa con i fatti così come una casa si fa con i mattoni, ma l'accumulazione di fatti non è scienza più di quanto un mucchio di mattoni non sia una casa.





Eugene Paul Wigner (1902 – 1995) è stato un fisico e matematico ungherese naturalizzato statunitense, Premio Nobel per la fisica nel 1963.

La irragionevole efficacia della matematica nelle scienze naturali


Il miracolo dell'appropriatezza del linguaggio della matematica per la formulazione delle leggi della fisica è un dono meraviglioso che noi non comprendiamo né meritiamo. Dovremmo esserne grati e sperare che esso rimarrà valido nelle ricerche future e che si estenderà, nel bene o nel male, a nostro piacimento, anche se forse a nostro turbamento, alle più ampie branche del sapere.



# Ottica

L'ottica è la branca della fisica che descrive il comportamento e le proprietà della luce e l'interazione di questa con la materia.

L'ottica geometrica studia i fenomeni ottici assumendo che la luce si propaghi mediante raggi rettilinei. Essa è valida quando la luce interagisce solo con oggetti di dimensioni molto maggiori della sua lunghezza d'onda.

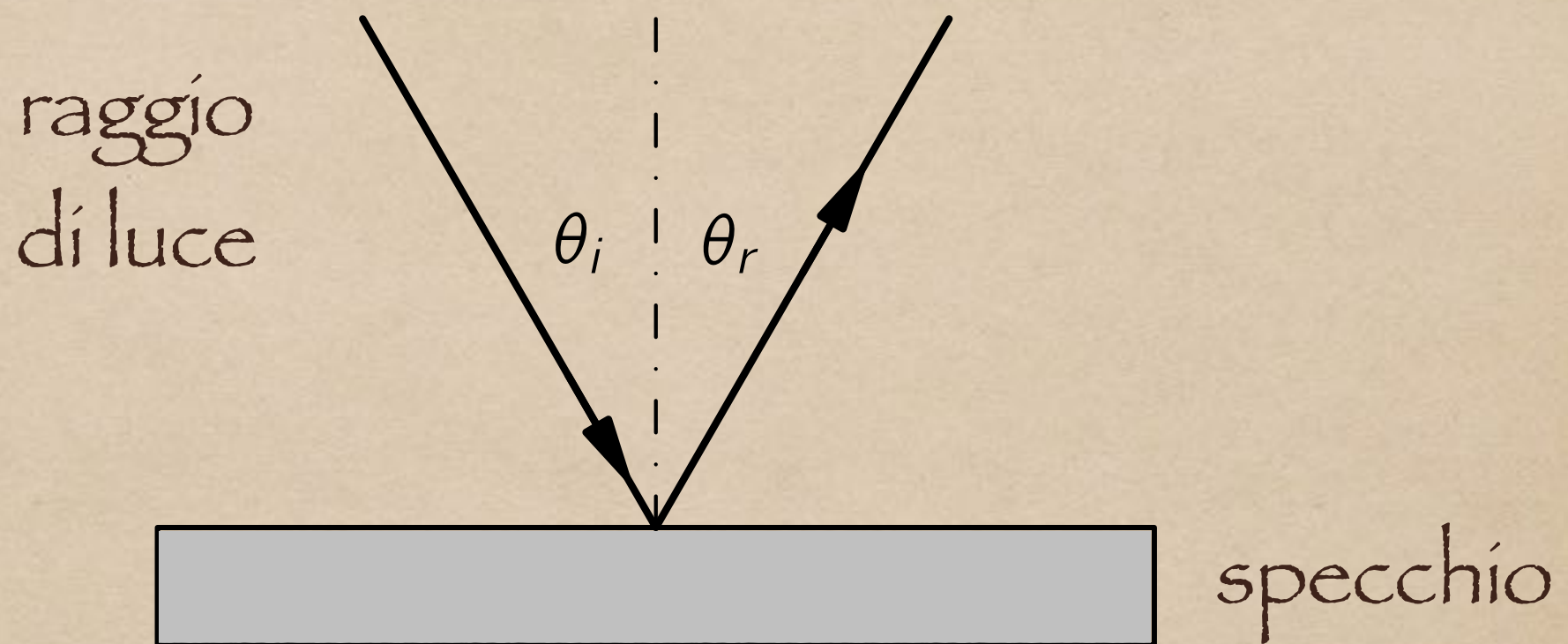


Riflessione

Rifrazione



# Legge della riflessione



$$\theta_i = \theta_r$$

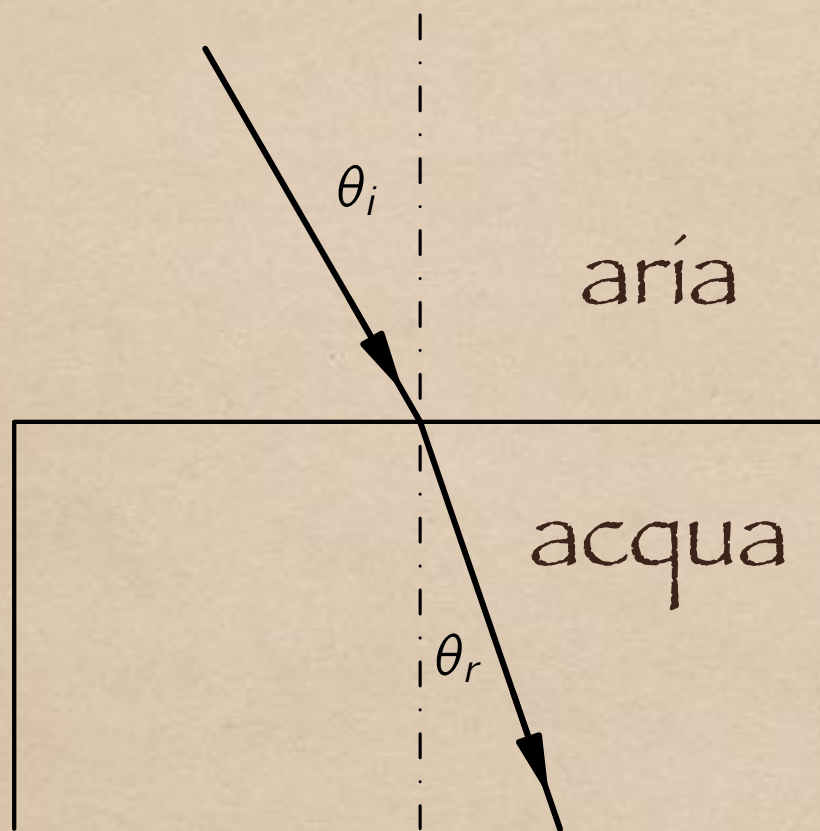
L'angolo di incidenza è uguale  
all'angolo di riflessione







# Rifrazione



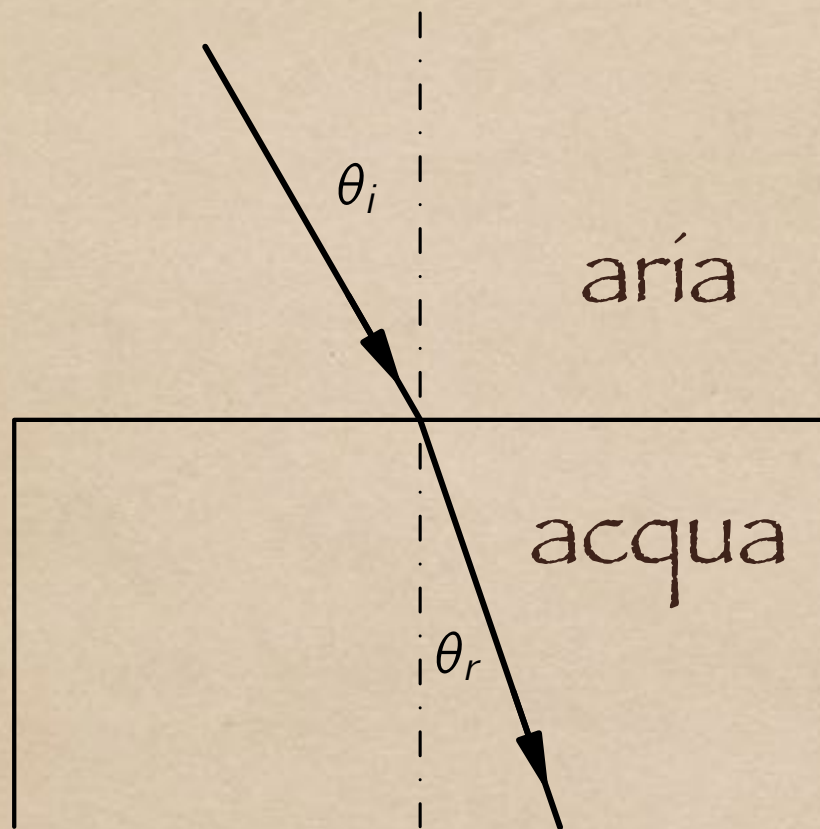
angolo in aria	angolo in acqua
$10^\circ$	$8^\circ$
$20^\circ$	$15-1/2^\circ$
$30^\circ$	$22-1/2^\circ$
$40^\circ$	$29^\circ$
$50^\circ$	$35^\circ$
$60^\circ$	$40-1/2^\circ$
$70^\circ$	$45-1/2^\circ$
$80^\circ$	$50^\circ$



Claudio Tolomeo (100 d. C. circa – 175 circa d. C.), fu un astrologo, astronomo e geografo greco, che visse e lavorò ad Alessandria d'Egitto



# Trovare la regola



Legge di Snell

$$\sin \theta_i = n \sin \theta_r$$

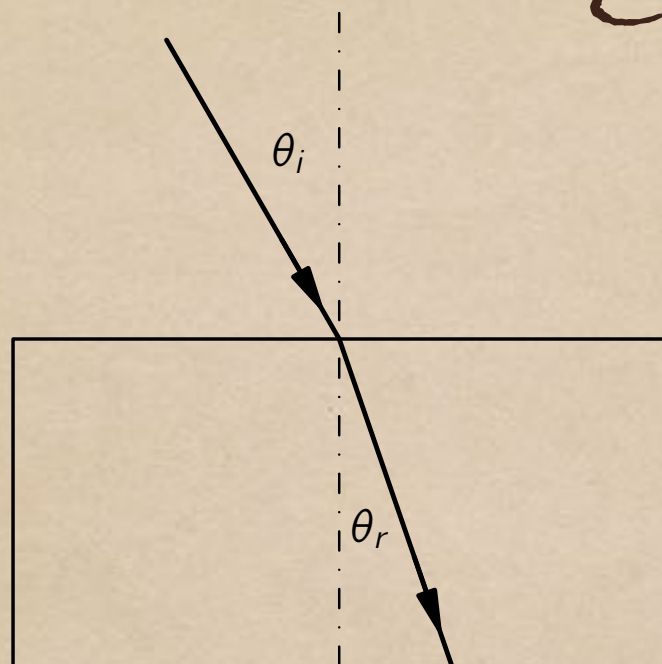
↑  
indice di rifrazione



Willebrord Snell van Royen (1580 – 1626)  
è stato un matematico, astronomo e  
fisico olandese



# Legge di Snell



indice di rifrazione

$$\sin \theta_i = n \sin \theta_r$$

permette  
di predire

Tolomeo (140)

aria	acqua
10°	8°
20°	15-1/2°
30°	22-1/2°
40°	29°
50°	35°
60°	40-1/2°
70°	45-1/2°
80°	50°

Snell (1621)

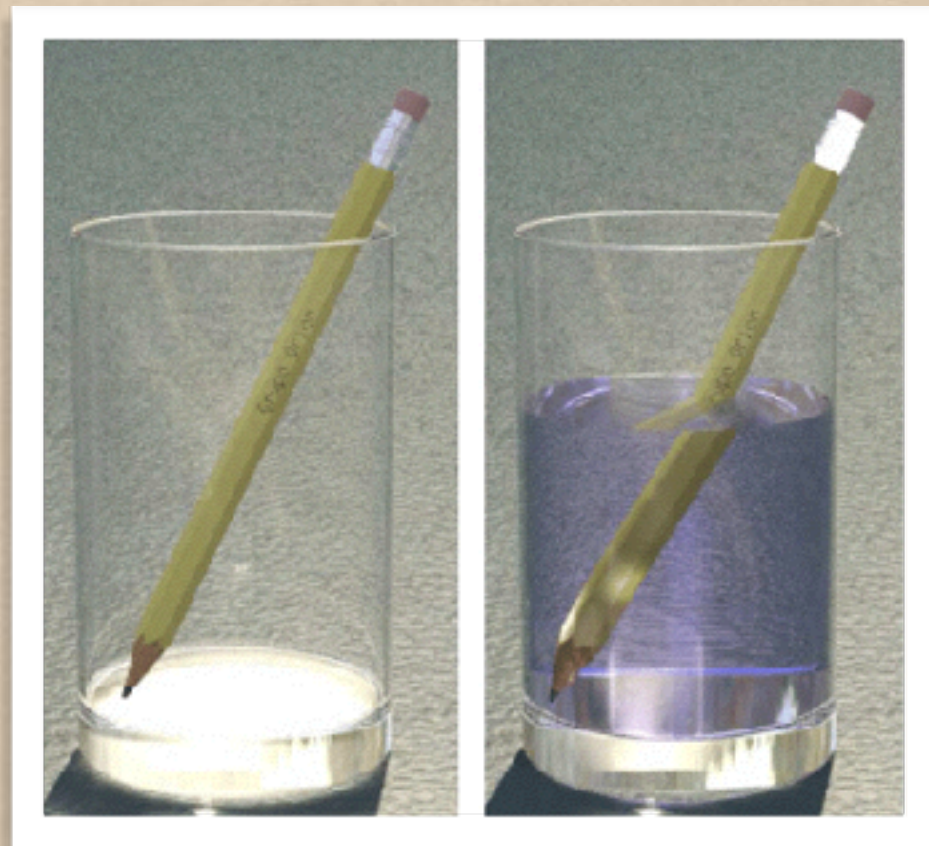
aria	acqua
10°	7-1/2°
20°	15°
30°	22°
40°	29°
50°	35°
60°	40-1/2°
70°	45°
80°	48°







# Matite in un bicchiere





# Ecco spiegato il perché!





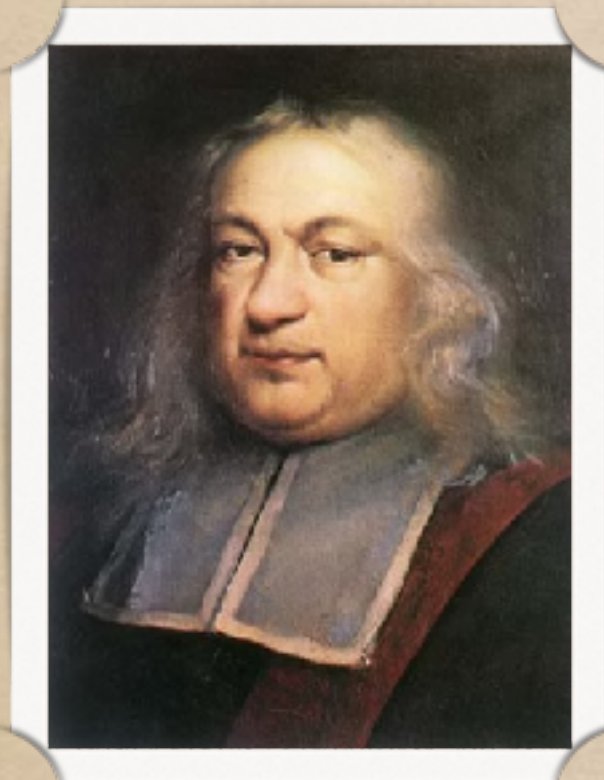
# Ricapitoliamo

- ◆ Osservazione dei fenomeni;
- ◆ Tabella di numeri (raccolta dati);
- ◆ Formula matematica che spiega i dati numerici.

Ma la vera gloria della scienza è:  
trovare un modo di pensare !!!



# Principio del tempo mínimo di Fermat



Pierre de Fermat (1601-1665)  
è stato un matematico e  
magistrato francese.

Tra tutti i possibili cammini che un raggio di luce può percorrere per andare da un punto a un altro, esso segue il cammino che richiede il tempo più breve.



# Ultimo teorema di Fermat



- ♦ Il suo enunciato è molto semplice, ma dimostrarlo ha rappresentato una sfida per secoli:

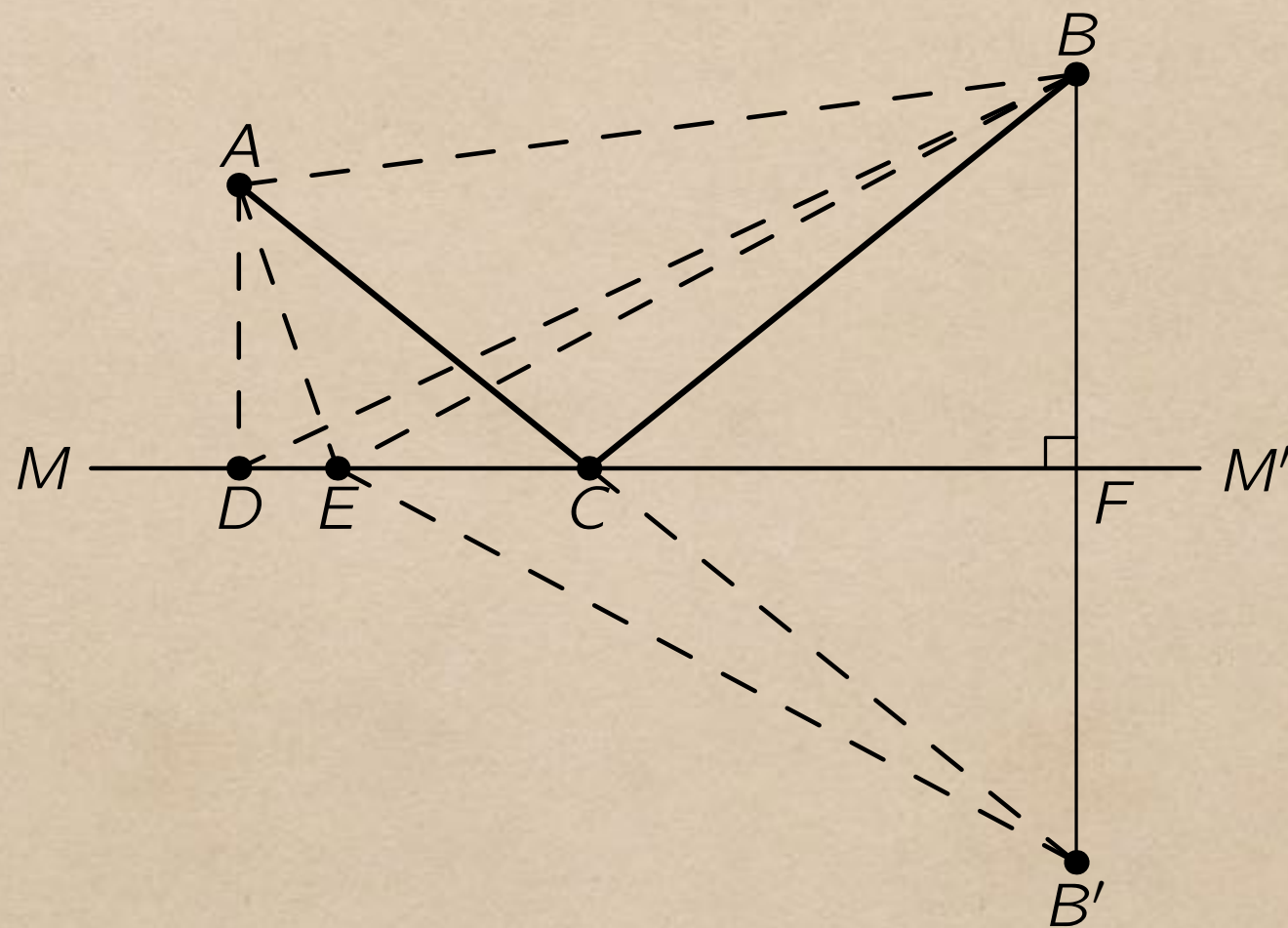
Non è possibile trovare quattro numeri interi  $x, y, z$  e  $n$  con  $n > 2$  per cui:

$$x^n + y^n = z^n$$

- ♦ Fermat annotò la sua congettura, sul margine di un volume dell'Arithmetica di Diofanto, con le seguenti parole:  
«Dispongo di una meravigliosa dimostrazione di questo teorema che non può essere contenuta nel margine troppo stretto della pagina »
- ♦ La presunta dimostrazione del teorema non fu mai trovata. Probabilmente la dimostrazione generale che Fermat affermò di aver trovato era sbagliata. Eulero provò a dimostrare il teorema, ma riuscì solo nel caso particolare  $n=3$ . La dimostrazione completa arrivò solo nel 1994 da parte del matematico Andrew Wiles.



# Legge della riflessione spiegata con il principio di tempo minimo



Legge della riflessione  $\theta_i = \theta_r$



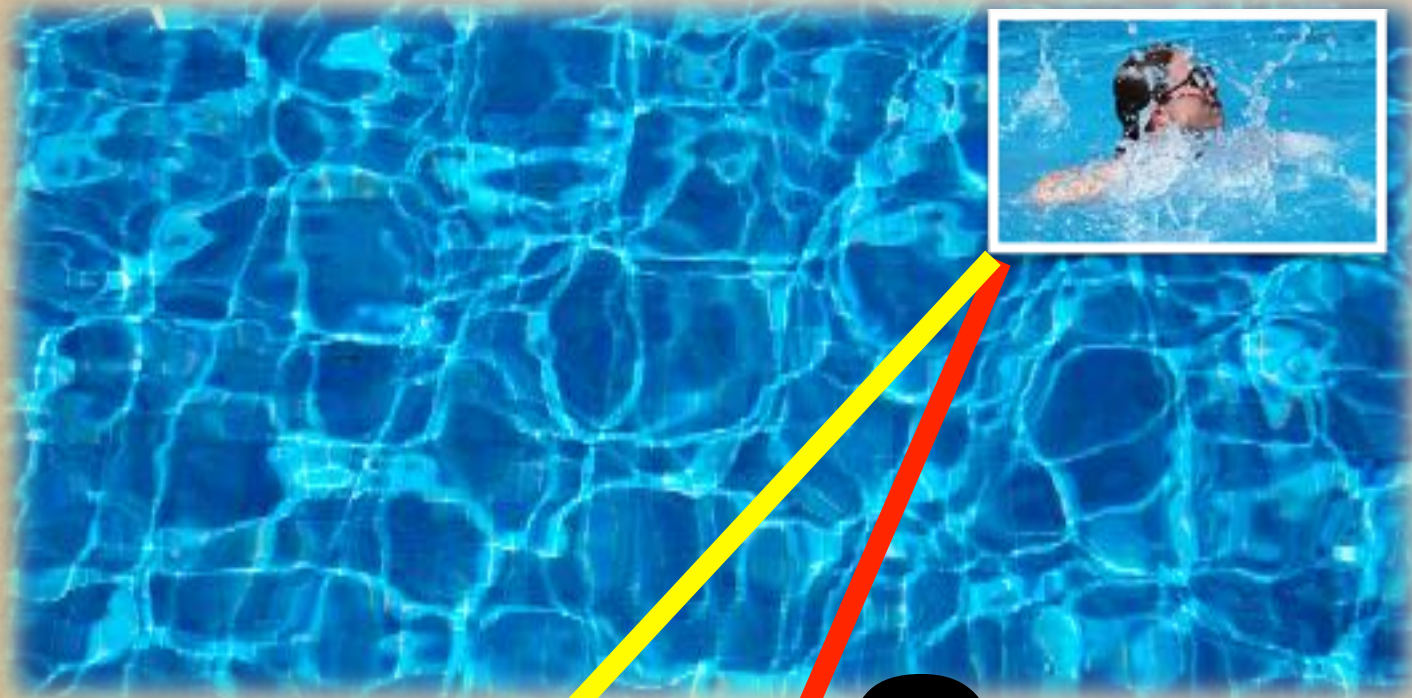
# Legge della rifrazione di Snell spiegata con il principio di tempo minimo



La luce è come un bagnino!! [Feynmann]



# Il problema del bagnino

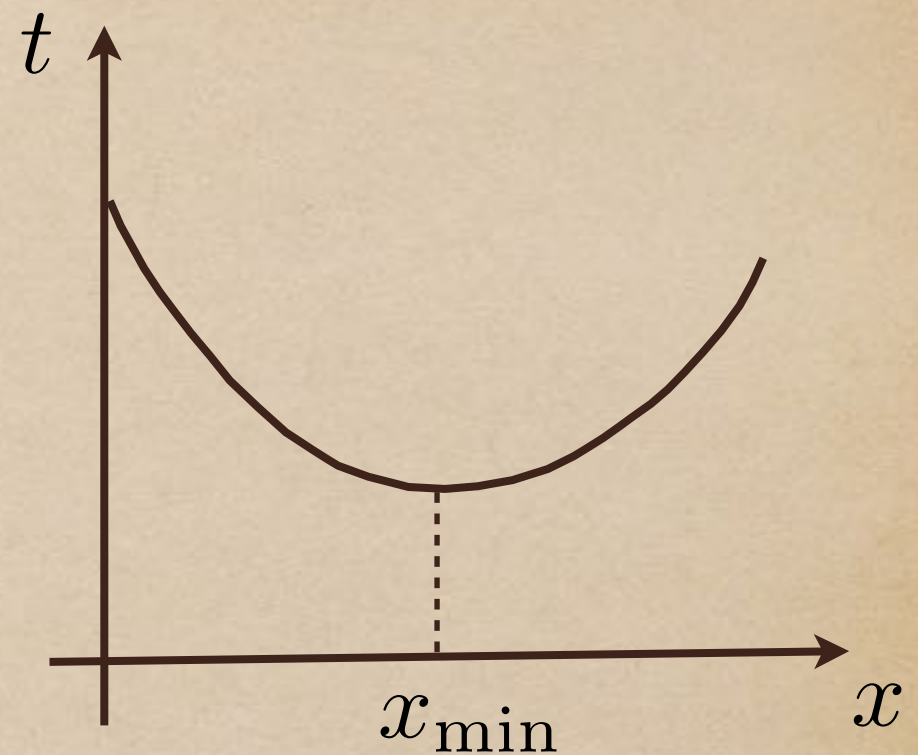
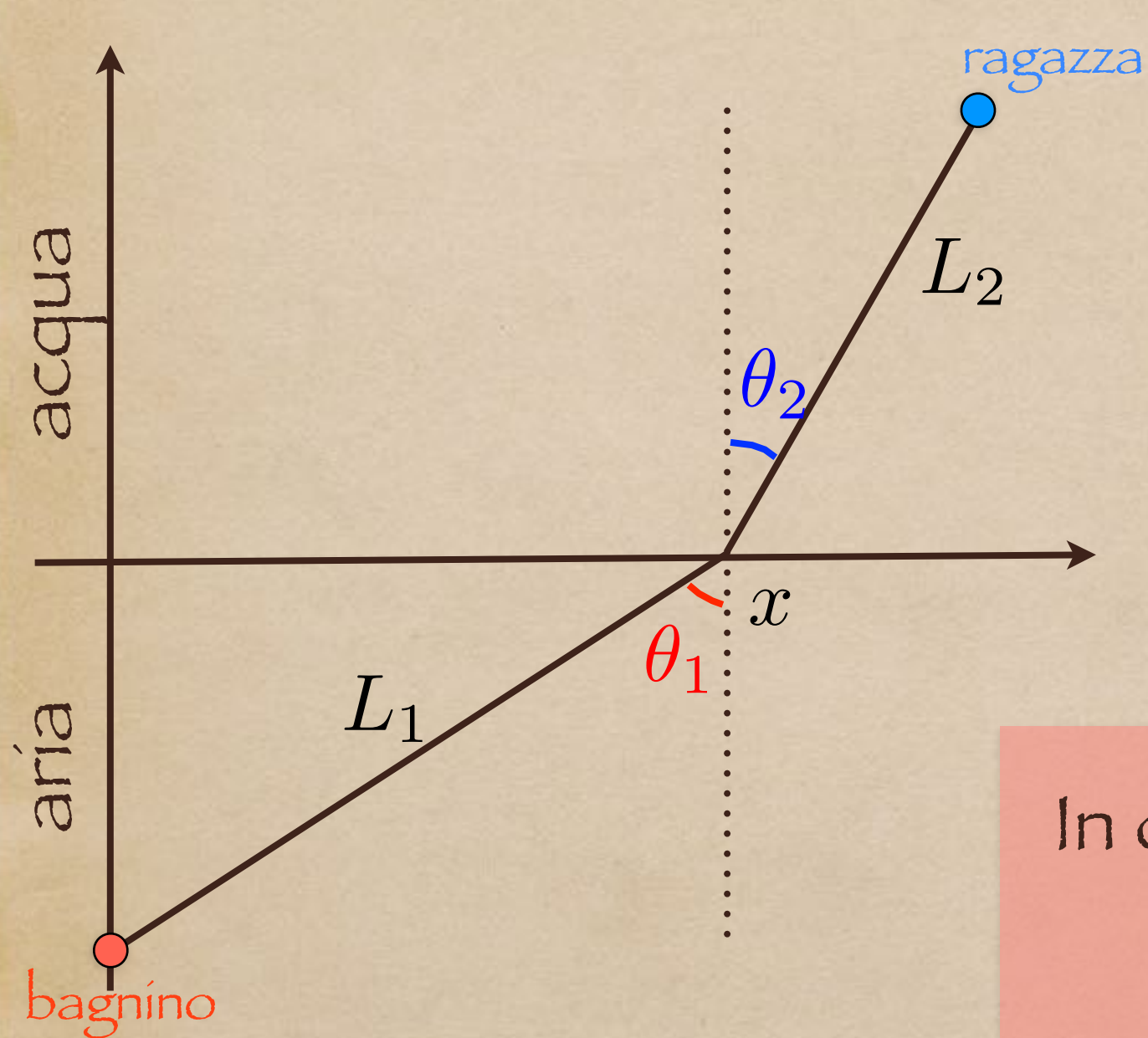


?

Una ragazza è caduta in acqua da una barca e grida chiedendo aiuto. Il bagnino si trova sulla spiaggia, vede l'incidente, può correre e nuotare. Cosa fa?



# Modello matematico



In corrispondenza di  $x_{\min}$

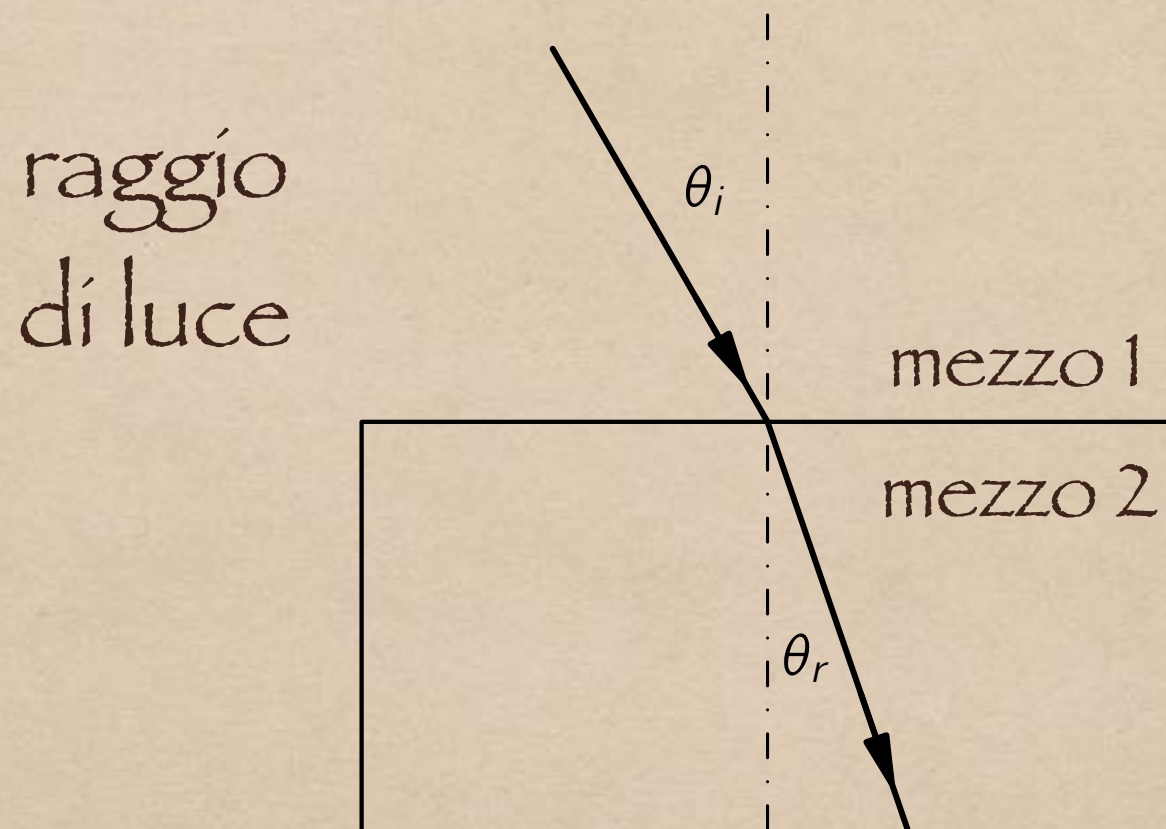
$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

<https://www.geogebra.org/m/pEzsEdpD>

$v_1$  velocità nell'aria  
 $v_2$  velocità nell'acqua



# Legge della rifrazione di Snell



$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{v_1}{v_2} = n_{12}$$

$$\sin \theta_i = n_{12} \sin \theta_r$$

↑  
indice di rifrazione tra il mezzo 1 e il mezzo 2:  
è il rapporto tra le due velocità



# A cosa serve?

- È possibile spiegare tutto con la legge di riflessione e quella di Snell. A cosa serve il principio di Fermat?
- È semplicemente un problema filosofico o estetico?

Il principio di Fermat permette  
di predire cose nuove!



# Predice cose nuove

Tre mezzi: vetro (1), acqua (2), aria (3)

$$n_{23} = \frac{v_2}{v_3} = \frac{v_1/v_3}{v_1/v_2} = \frac{n_{13}}{n_{12}}$$

Guardando la tabella con i valori degli angoli di incidenza e di rifrazione si deduce che

$$n = \frac{v_{\text{aria}}}{v_{\text{acqua}}} > 1$$

Quindi la velocità della luce nell'aria è maggiore di quella nell'acqua!

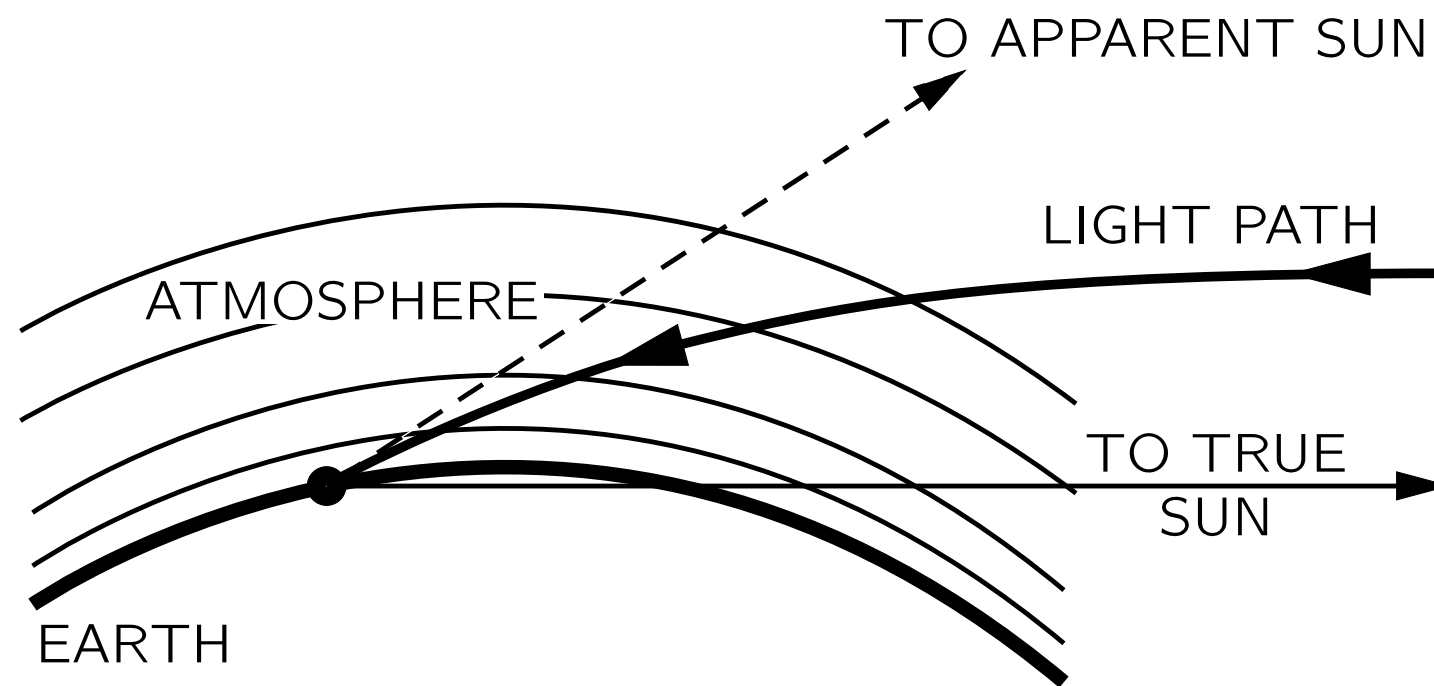


# Esempi e Applicazioni





# Il sole sotto l'orizzonte



Vicino all'orizzonte il sole apparente è più alto del sole reale di circa  $1/2$  grado!



# Un miraggio





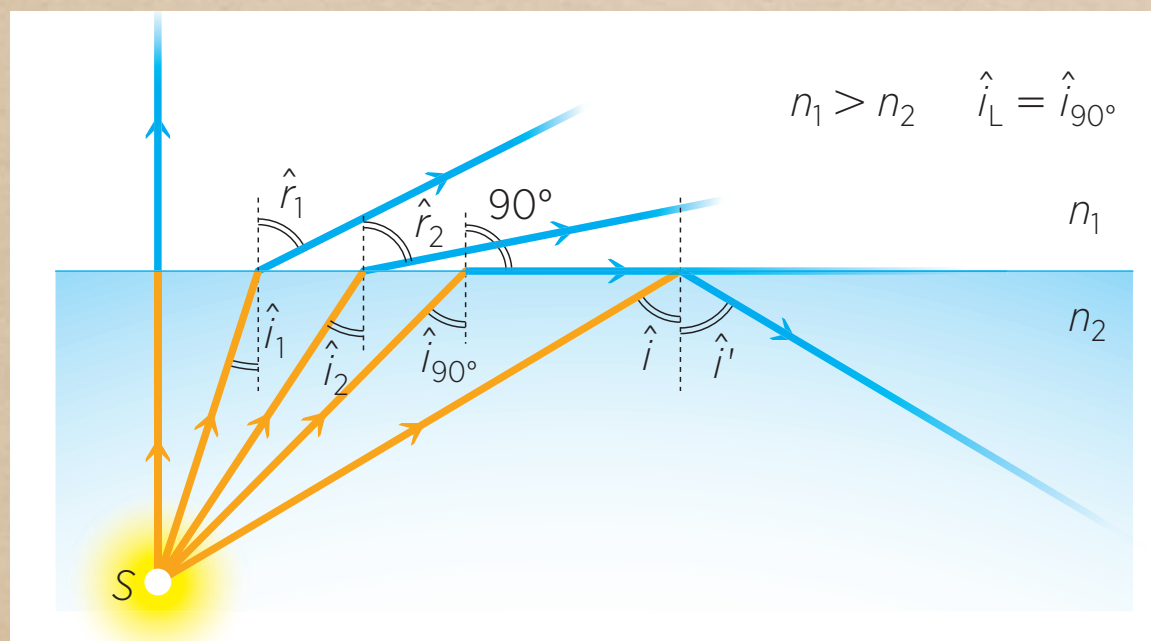
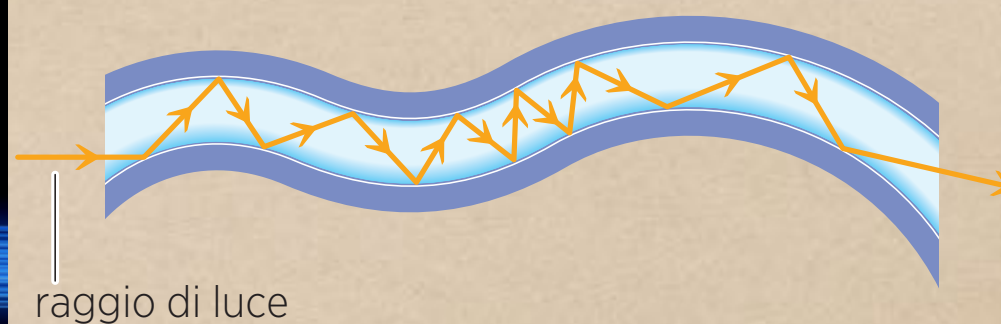
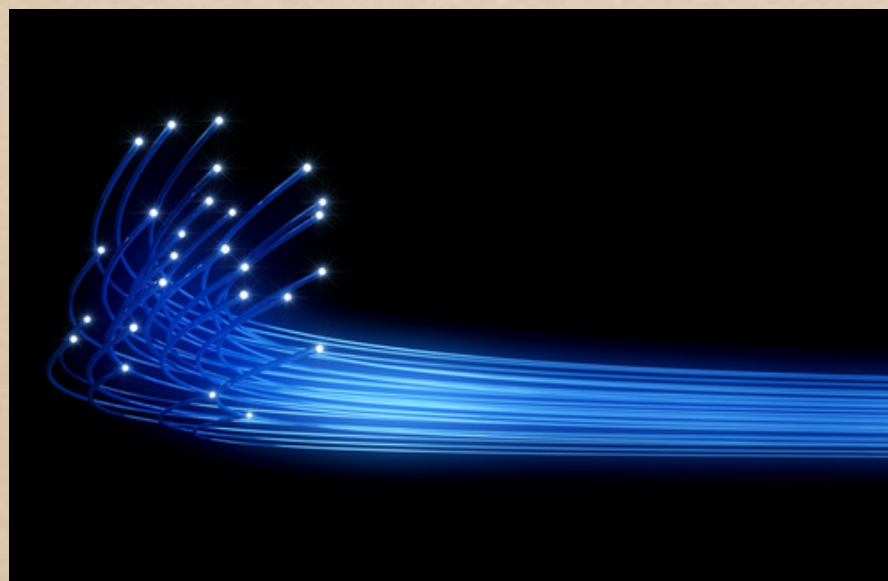
# Fata Morgana



Fata Morgana:  
leggendaria sorella di re Artu` che era in grado di  
costruire i suoi castelli in aria



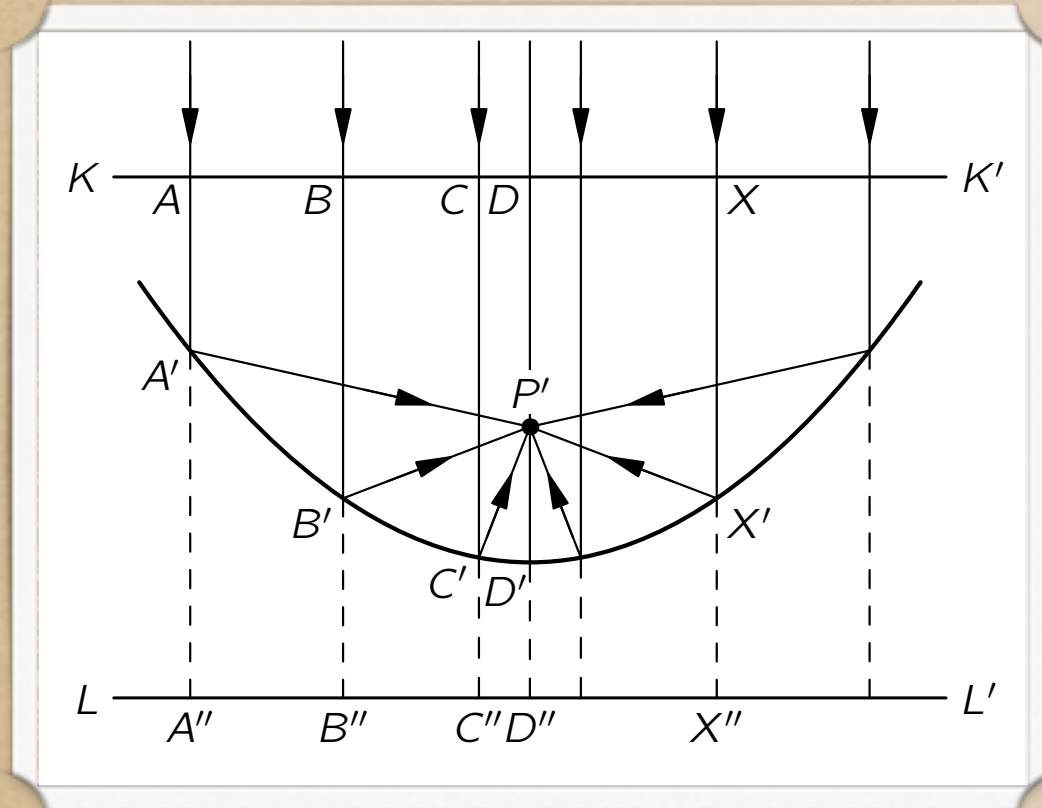
# Fibre ottiche



Fenomeno della  
riflessione totale



# Specchi concavi (parabolici)



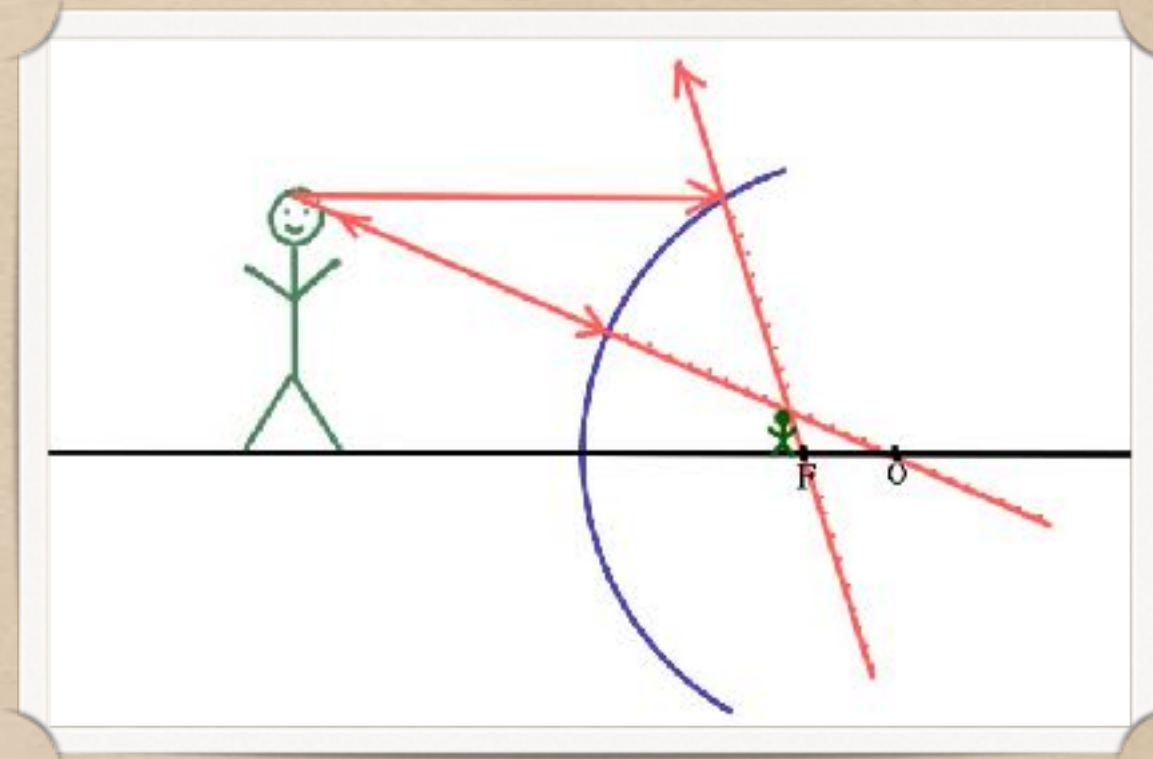
Tutta la luce  
proveniente dall'alto è  
raccolta in un unico  
punto



Centrali termosolari:  
Gli specchi parabolici seguono il  
movimento del Sole durante la  
giornata e ne concentrano il calore  
sul tubo dove scorre l'olio. Il calore  
viene poi trasformato in energia  
elettrica



# Specchi convessi (sferici)



A causa della loro forma gli specchi sferici forniscono un campo visivo più ampio di quello di altri tipi di specchi. Per questo motivo sono spesso impiegati negli incroci stradali e negli specchietti retrovisori delle auto. Bisogna però ricordare che, l'immagine virtuale formata da uno specchio sferico è rimpicciolita. Quindi l'automobile riflessa nello specchio sembra più lontana di quello che è in realtà.

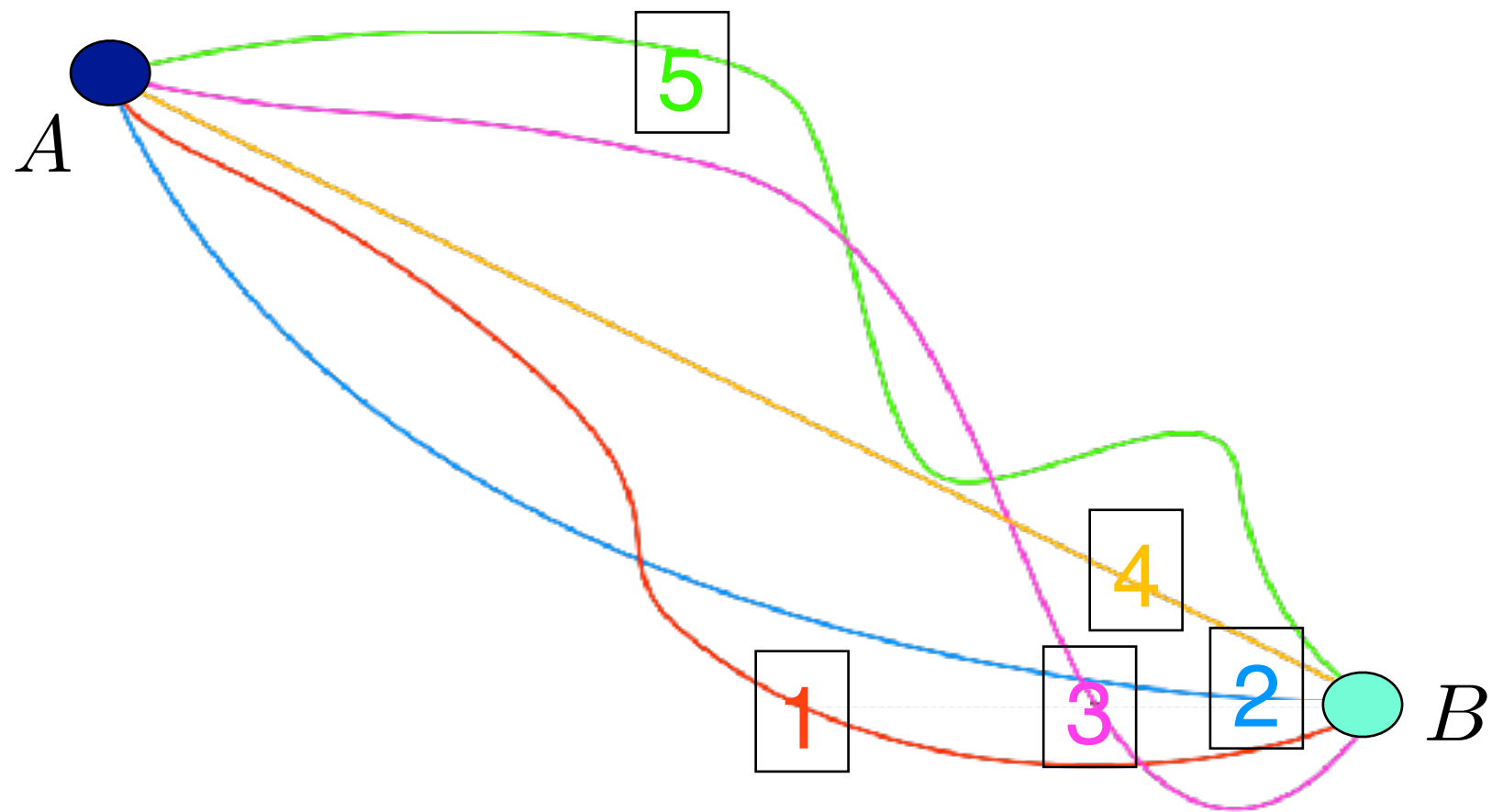


# Un altro problema di tempo mínimo: BRACHISTOCRONA

Brachistocrona dal greco βράχιστος, brachistos - il più  
breve, χρόνος, chronos - tempo)



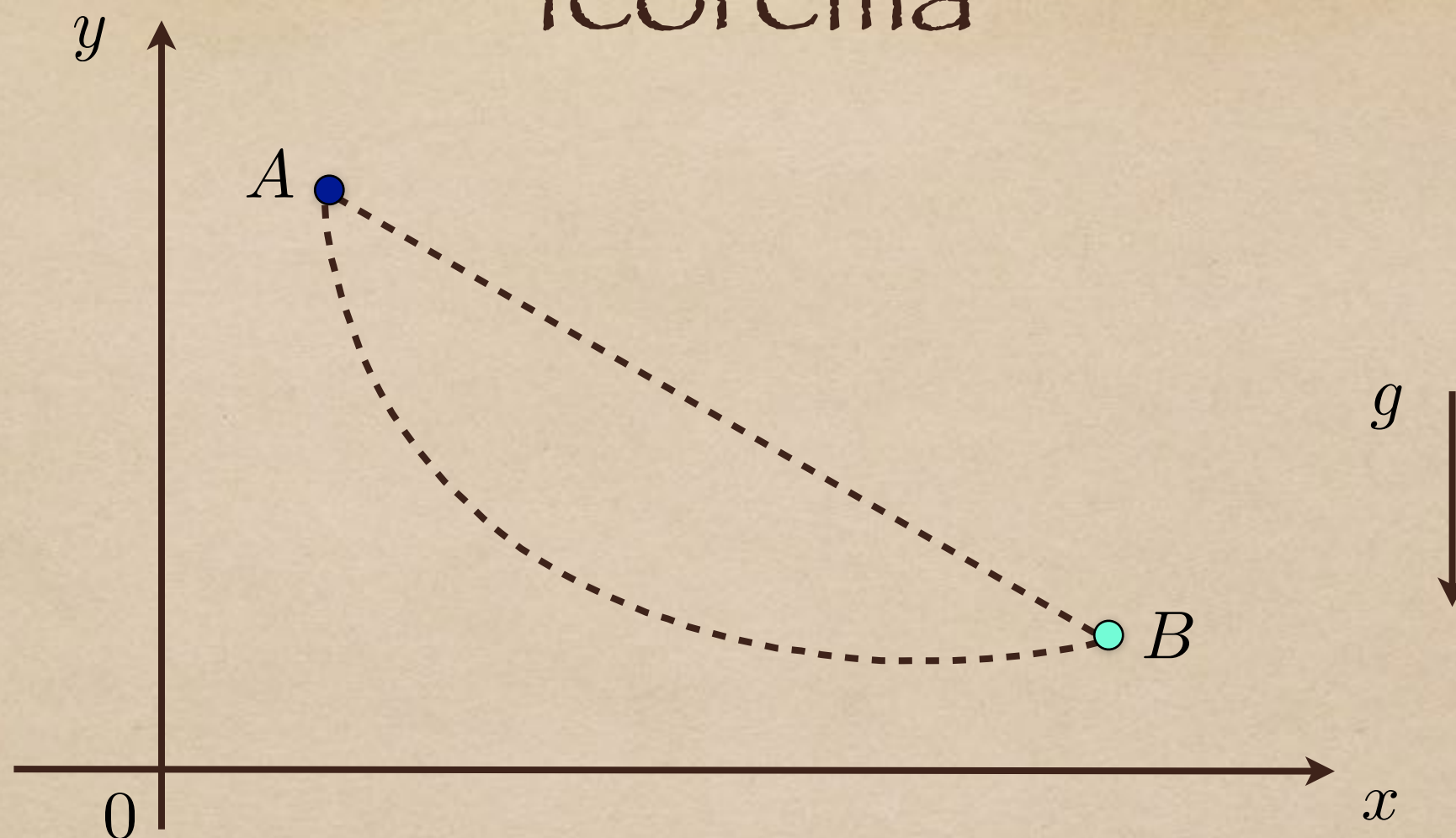
# Brachistocrona



Quale percorso scegliere per arrivare prima??



# “Teorema”

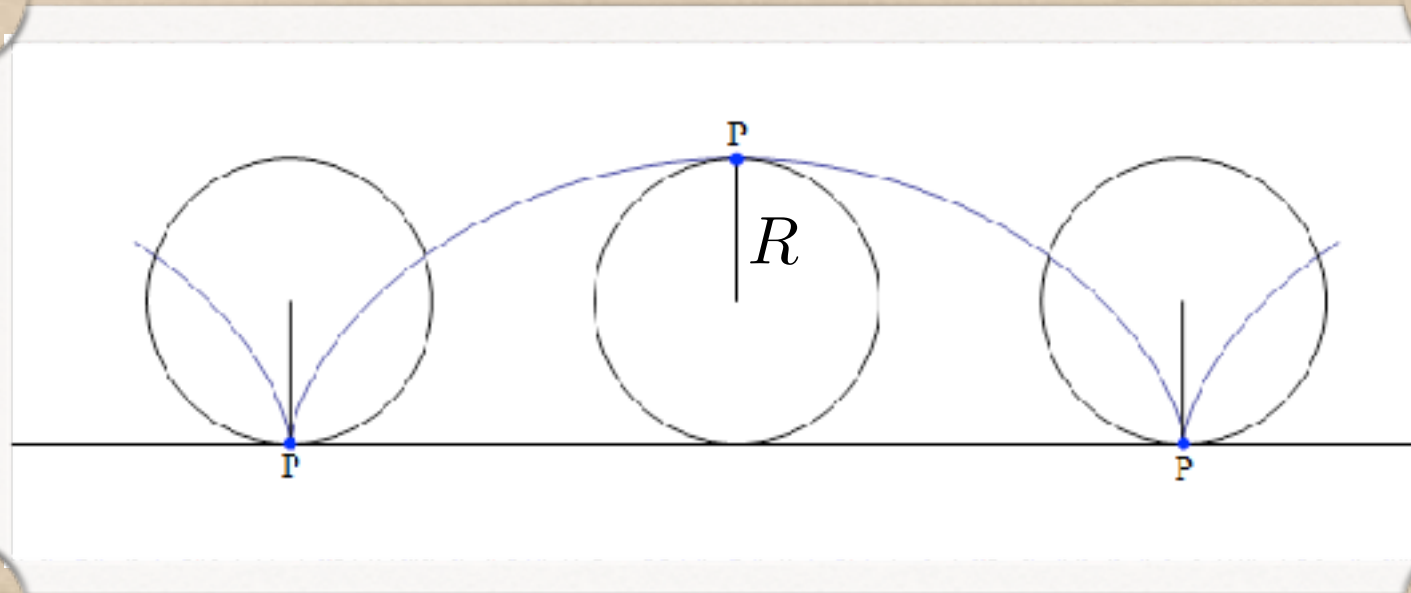


Comunque dati due punti  $A$  e  $B$ , con  $B$  posto ad una quota inferiore rispetto ad  $A$ , esiste un'unica curva congiungente  $A$  e  $B$  sulla quale un punto (pallina) sotto l'azione della forza di gravità passi da  $A$  a  $B$  nel minor tempo possibile. Tale curva è l'unico ramo di cicloide avente un vertice in  $A$  e passante per  $B$ .

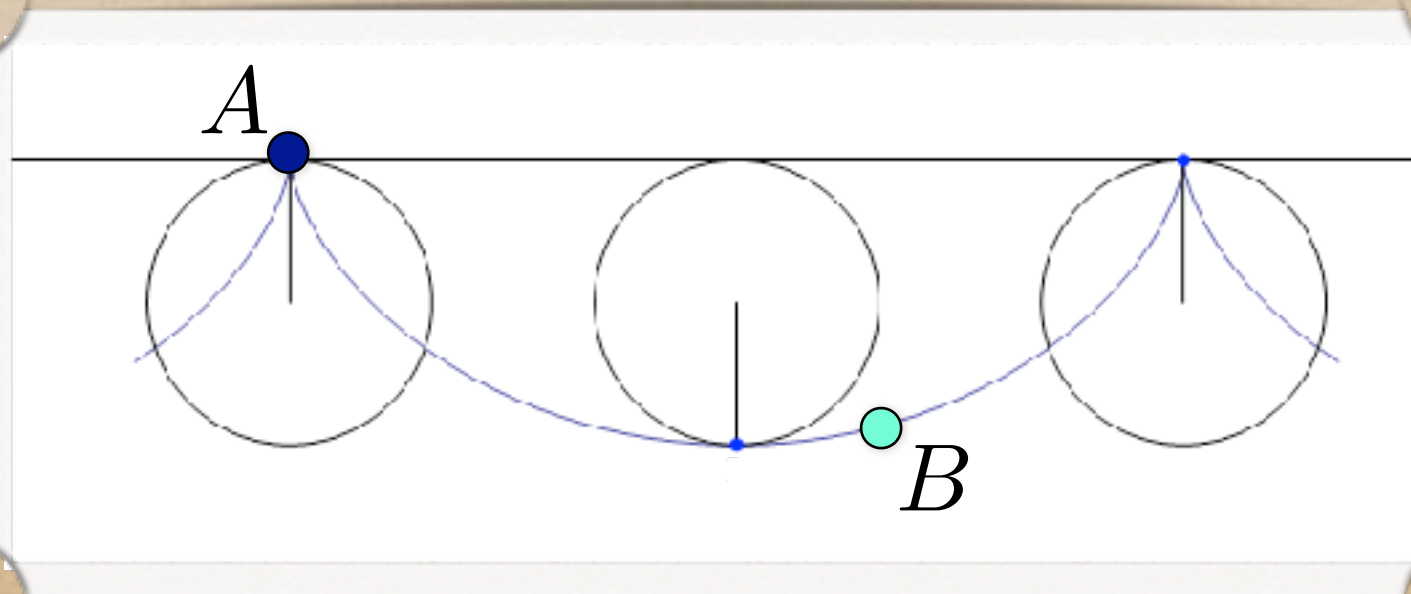


# Come la costruiamo?

Facciamo rotolare una ruota con una luce sul punto  $P$



e poi ribaltiamo











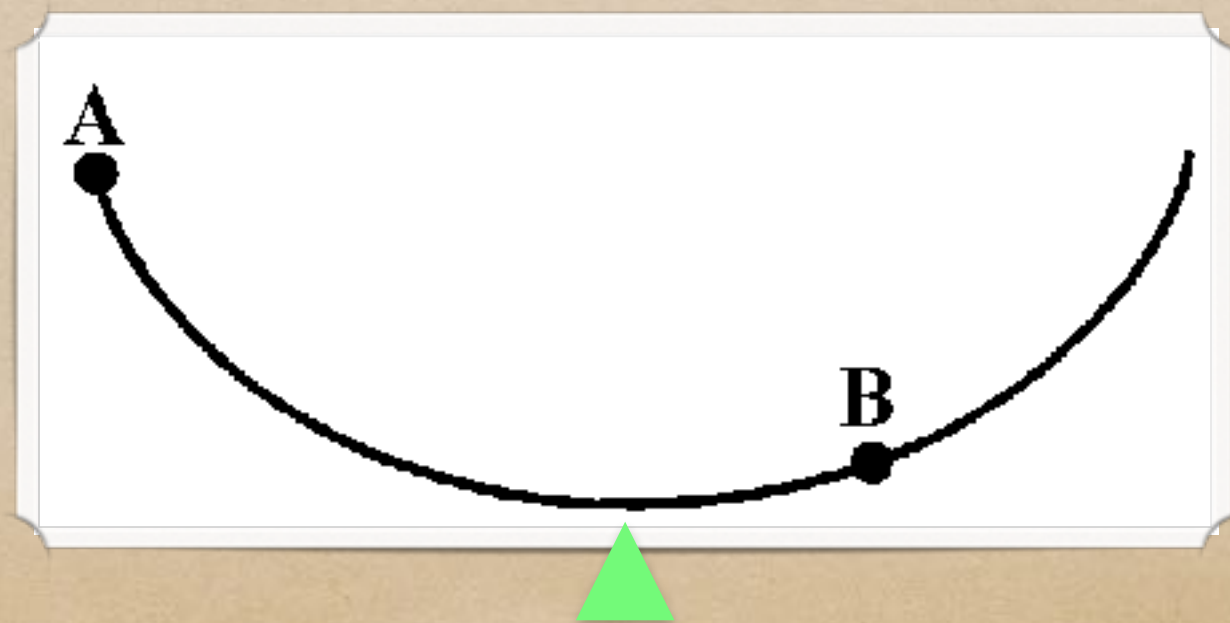






# Proprietà della Cicloide

- È la curva BRACHISTOCRONA (ossia di tempo minimo)
- Lunghezza =  $8 R$
- È ISOCRONA (dal greco ἰσόχρονος, composto da ἴσος, isos - stesso e da χρόνος, chronos - tempo)

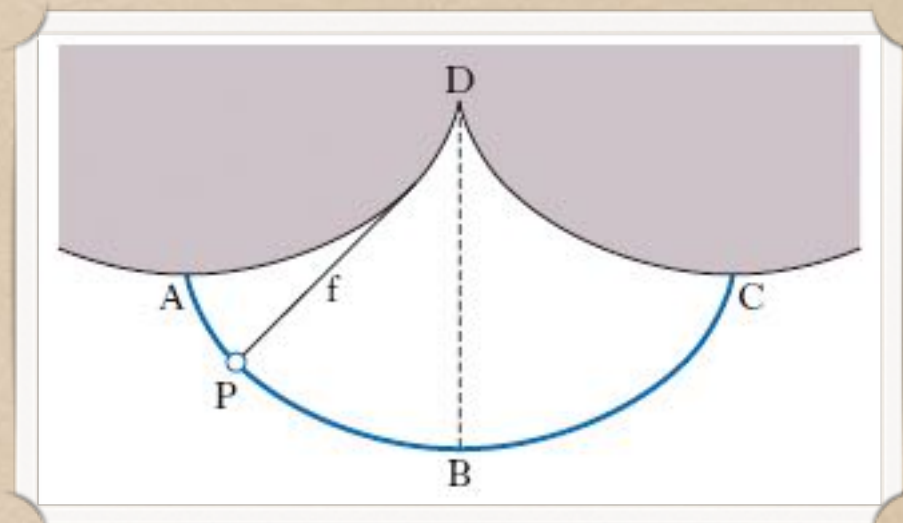








# Pendolo cicloídale



Periodo delle oscillazioni

$$T \approx 4\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$$



Siate sospettosi!!

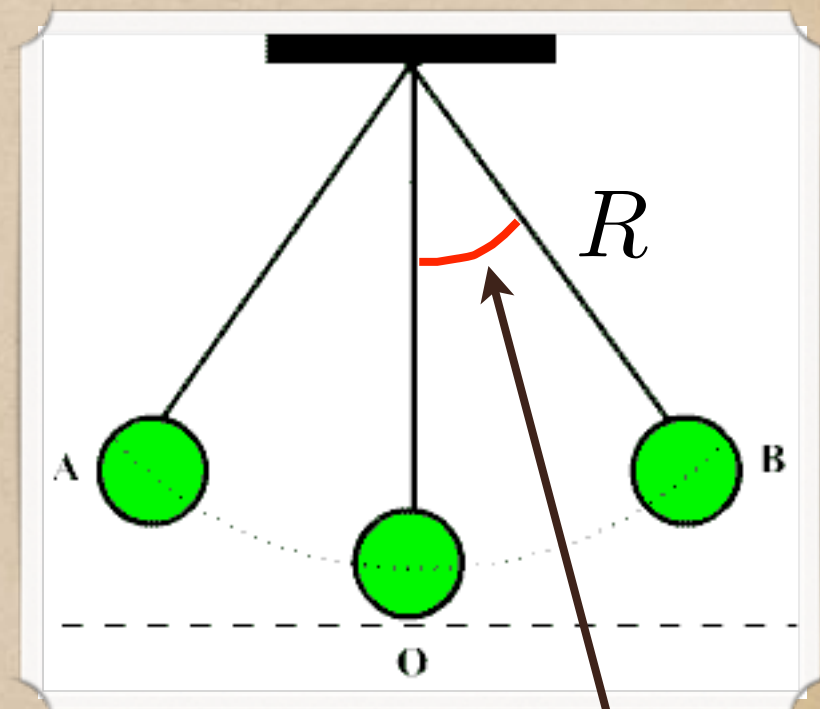
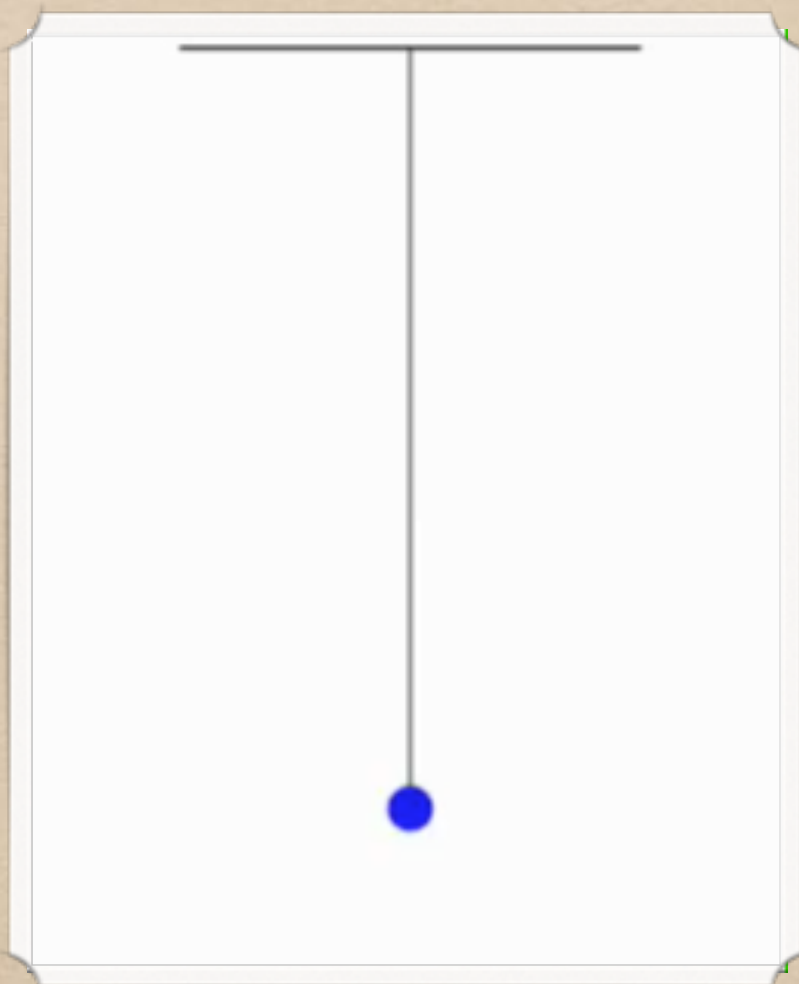


# Corse automobilistiche





# Pendolo semplice



ampiezza massima

Periodo delle **piccole** oscillazioni  $T \approx 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} + \text{errore}$

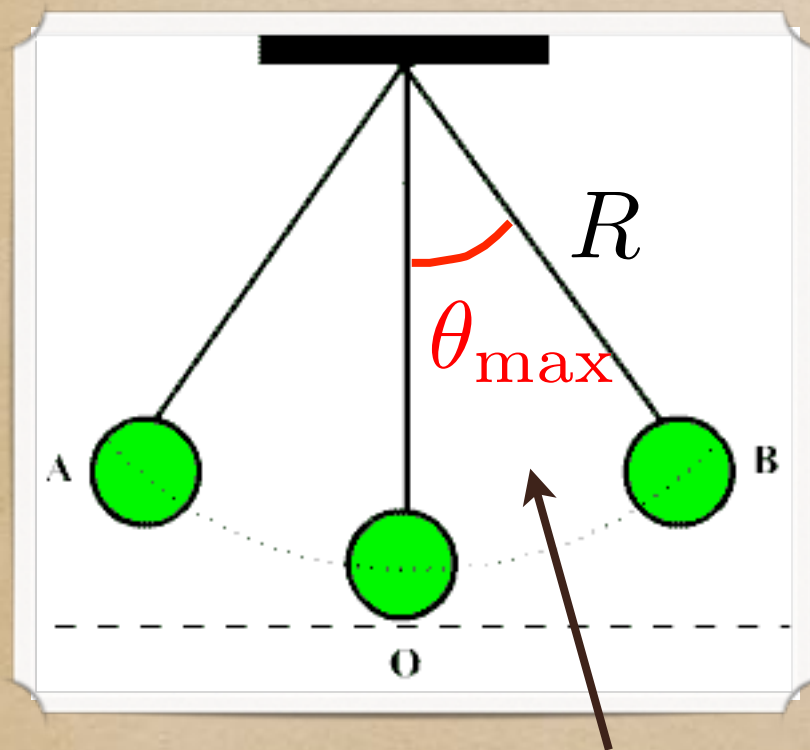


# Pendolo semplice

Il pendolo semplice non è in generale isocrono.

L'isocronia si ha soltanto se l'ampiezza delle oscillazioni è piccola.

Periodo delle **piccole** oscillazioni  $T \approx 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} + \text{errore}$



ampiezza massima

L'errore è trascurabile solo se l'ampiezza massima  $\theta_{\max}$  è piccola

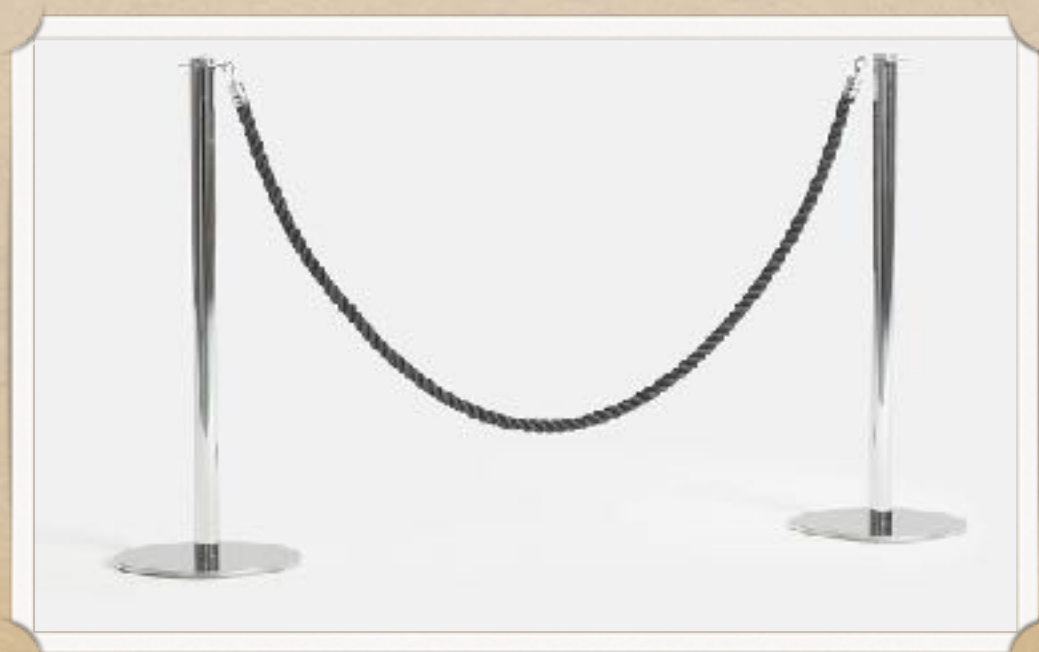


Altri problemi di "MINIMO"



# Funí sospese

...Un altro modo per tracciare su di una parete la parabola cercata è il seguente. Piantiamo nel muro due chiodi alla stessa altezza sull'orizzonte e a una distanza l'uno dall'altro che sia doppia della larghezza del rettangolo, in cui vogliamo iscrivere la parabola. Appendiamo ai chiodi le estremità di una catena sottile, di una lunghezza tale che il suo punto più basso si trovi a una distanza dal livello dei chiodi pari alla altezza del rettangolo. La catena, appesa, prende la forma della parabola, di modo che, segnando dei punti sul muro attraverso gli anelli della catena, otteniamo la traccia di una parabola, che è tagliata in due dalla linea perpendicolare al segmento tra i due chiodi che passa nel suo punto medio.

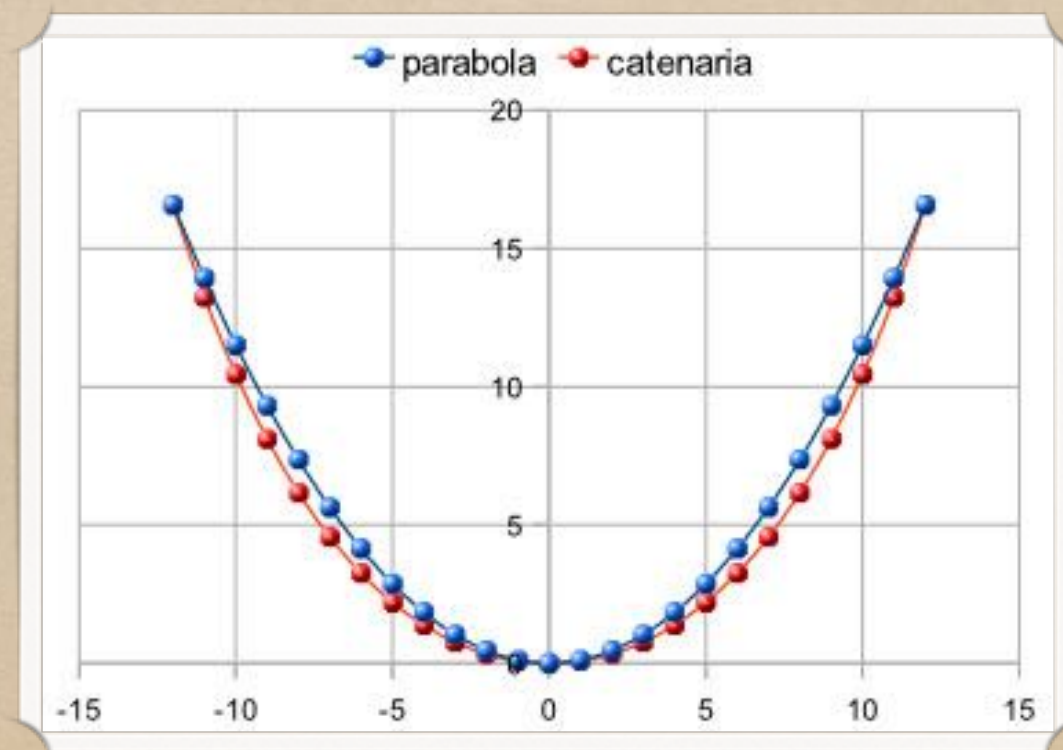


Galileo Galilei



# Funí sospese

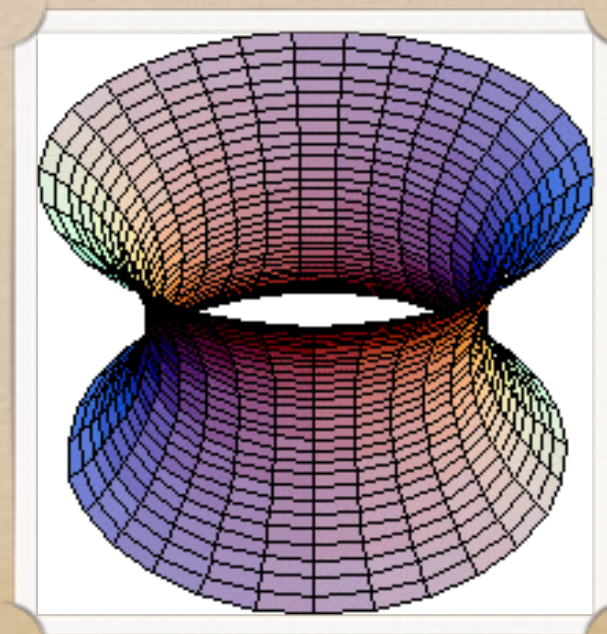
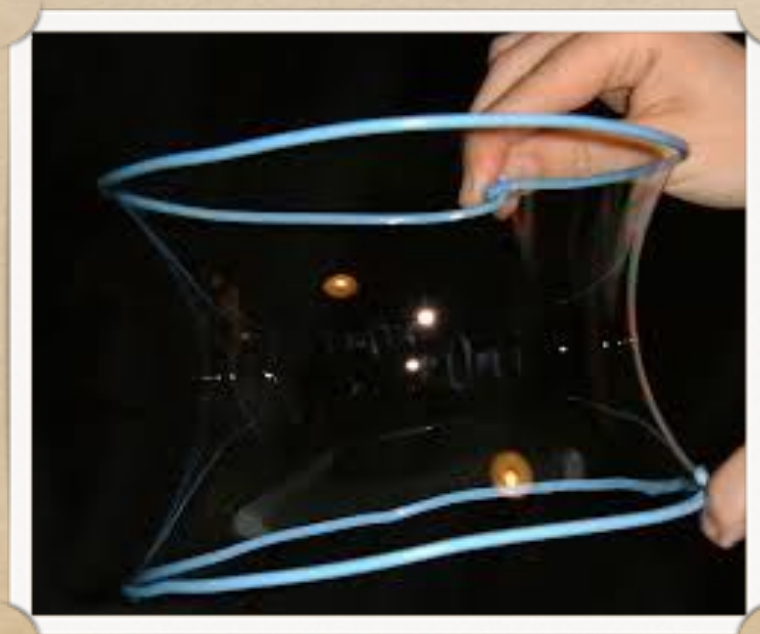
Ma lo scienziato si sbagliava. Tra la parabola e la linea tracciata dalla catena appesa c'è una piccola differenza. Appena mezzo secolo dopo Giovanni Bernoulli, Gottfried Leibniz e Christiaan Huygens trovarono l'equazione della catenaria.





# Bolle di sapone

Immaginiamo di immergere due curve circolari di fil di ferro, contenute in due piani paralleli ideali a distanza fissata, in una soluzione di acqua saponata. La lamina che si forma al momento dell'estrazione si dispone secondo una configurazione di area minima che non è un cilindro come si potrebbe pensare, ma una superficie di rivoluzione che presenta una strozzatura nella zona centrale e che ha per bordo le due circonferenze.





Una curiosità...



# Ruote quadrate!





# Ottica

<https://www.youtube.com/watch?v=uKN3X16f-ng>

# Cicloíde

<http://www.etudes.ru/it/etudes/cycloid/>

[https://prezi.com/iidebywle\\_wm/isocronismo-del-pendolo-/](https://prezi.com/iidebywle_wm/isocronismo-del-pendolo-/)

<https://www.youtube.com/watch?v=h08vjuSEkS4>

<https://www.youtube.com/watch?v=85rlpv6amHY>

# Catenaria

<http://www.etudes.ru/it/etudes/catenary/>



GRAZIE  
PER  
L'ATTENZIONE