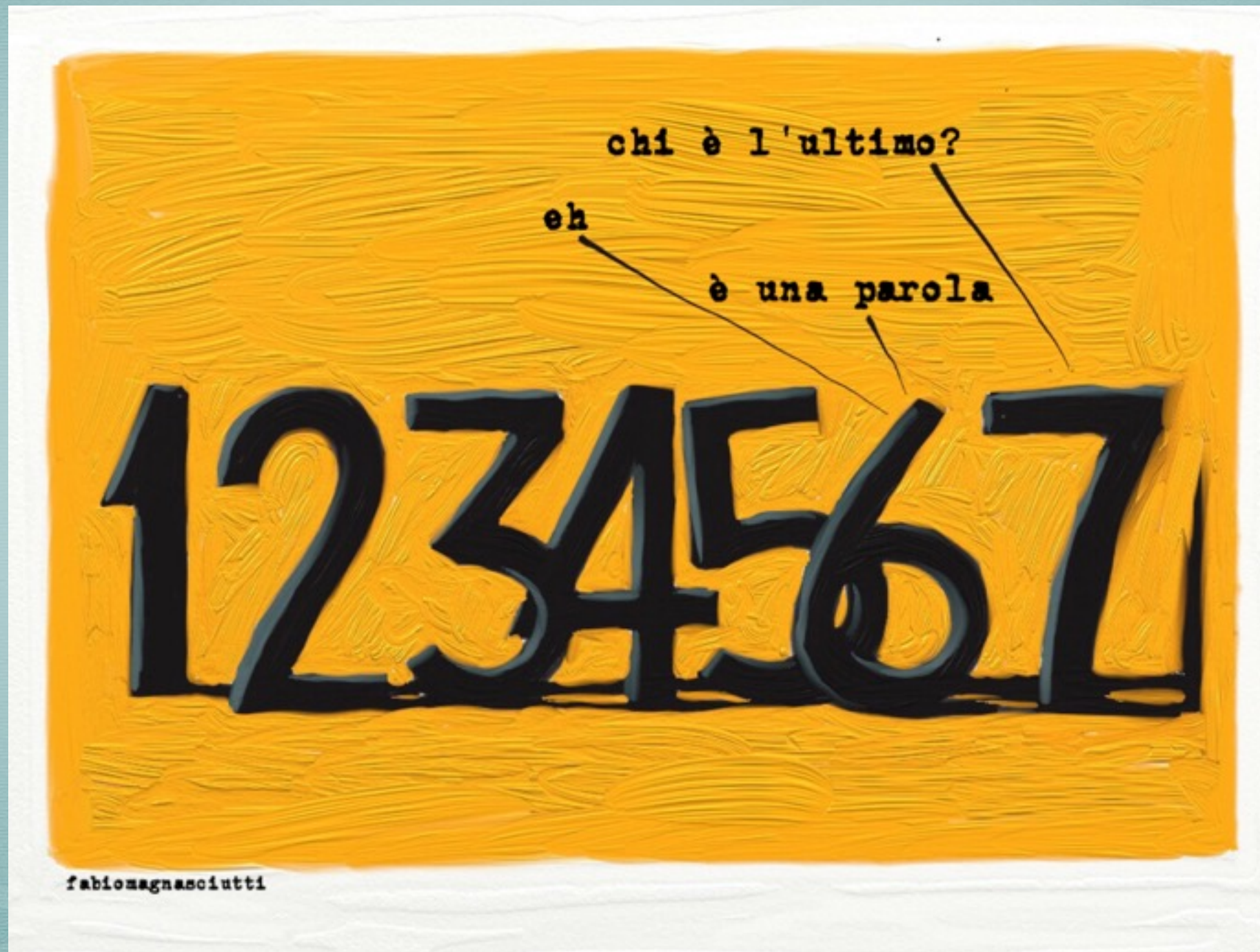


Gli studenti che vedranno l'infinito

di Sandra Lucente



Orientamento Consapevole
11.02.2020 ore 15.00 Aula I Dipartimento di Matematica

L'Infinito

"Sempre caro mi fu quest'ermo colle,
e questa siepe, che da tanta parte
dell'ultimo orizzonte il guardo esclude.
Ma sedendo e mirando, interminati
spazi di là da quella, e sovrumani
silenzi, e profondissima quiete
io nel pensier mi fingo, ove per poco
il cor non si spaura. E come il vento
odo stormir tra queste piante, io quello
infinito silenzio a questa voce
vo comparando: e mi sovvien l'eterno,
e le morte stagioni, e la presente
e viva, e il suon di lei. Così tra questa
immensità s'annega il pensier mio:
e il naufragar m'è dolce in questo mare.

Giacomo Leopardi (1819)



Percepire l'infinito



Infinite volte



Infinite volute

E poi c'è l'infinito metafisico

Un oggetto infinitamente bello!

Finito

Infinità
Rettilinea



Infiniti
Passi



La cautela di Euclide

Il finito
nell'infinito



Ma sedendo e mirando, interminati
spazi di là da quella, e sovrumani
silenzi, e profondissima quiete
io nel pensier mi fingo, ove per poco
il cor non si spaura.

L'Infinito

Elementi, Libro XI prop XX, Leopardi ne aveva tre copie



Euclide
IV a.C.

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37
41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113	127	131	137	139	149	151
157	163	167	173	179	181	191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251	257	263	269	271	277	281
283	293	307	311	313	317	331	337	347	349	353	359
367	373	379	383	389	397	401	409	419	421	431	433
439	443	449	457	461	463	467	479	487	491	499	503
509	521	523	541	547	557	563	569	571	577	587	593
599	601	607	613	617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719	727	733	739	743
751	757	761	769	773	787	797	809	811	821	823	827
829	839	853	857	859	863	877	881	883	887	907	911
919	929	937	941	947	953	967	971	977	983	991	997

I segreti di Pitagora

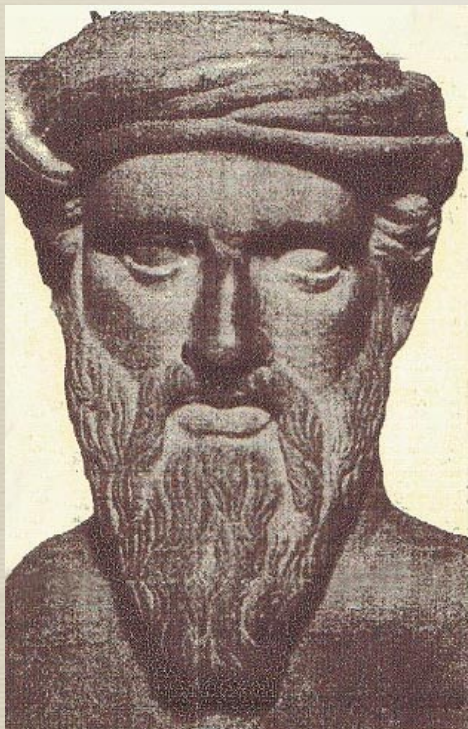


L'infinito
disegnabile

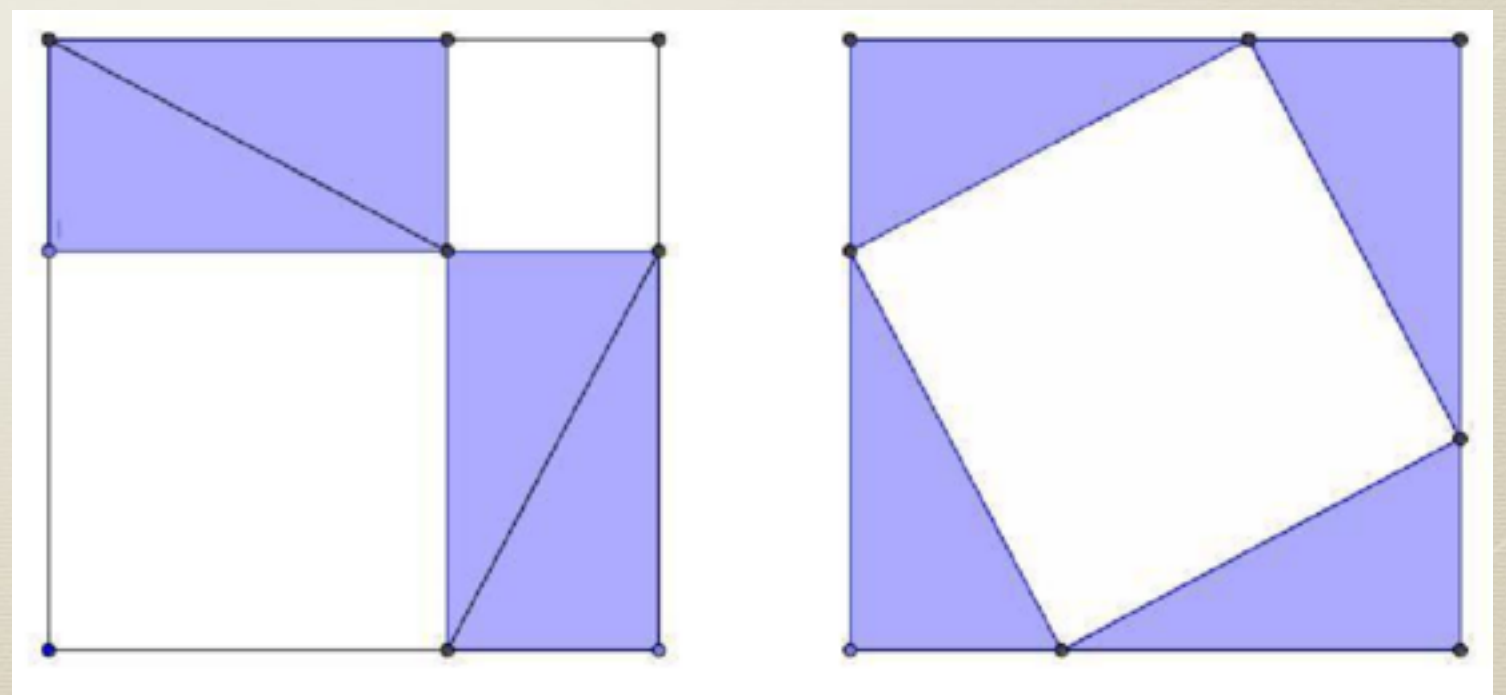
La tendenza nostra verso un **infinito che non comprendiamo**, forse proviene da una cagione semplicissima, e **più materiale che spirituale**

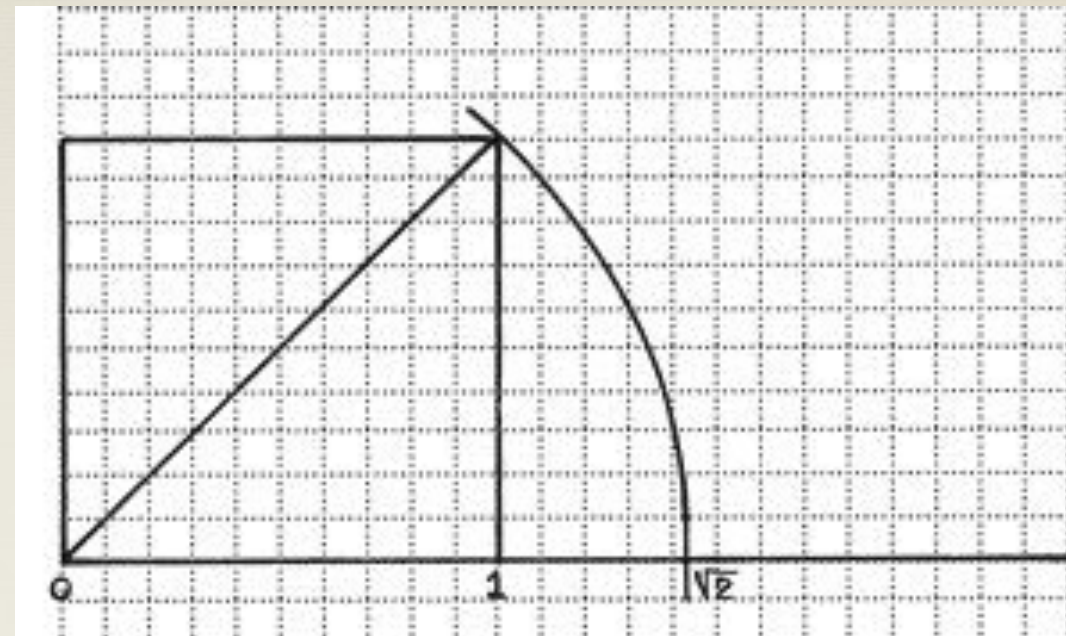
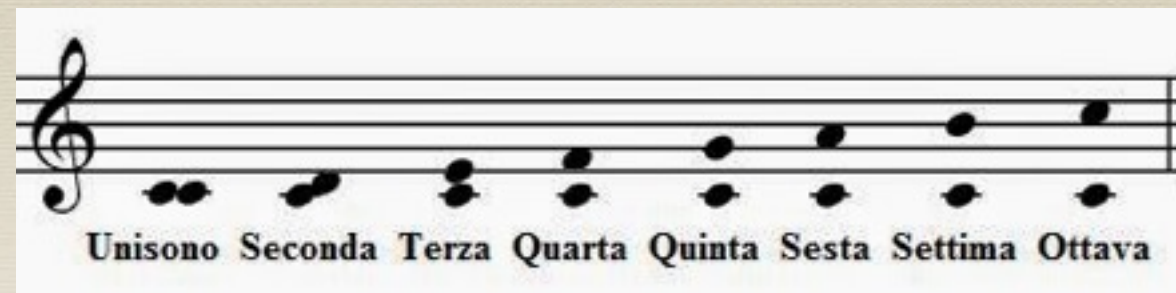
Zibaldone 165

Elementi, Libro I, Prop XLVII, Leopardi ne aveva tre copie

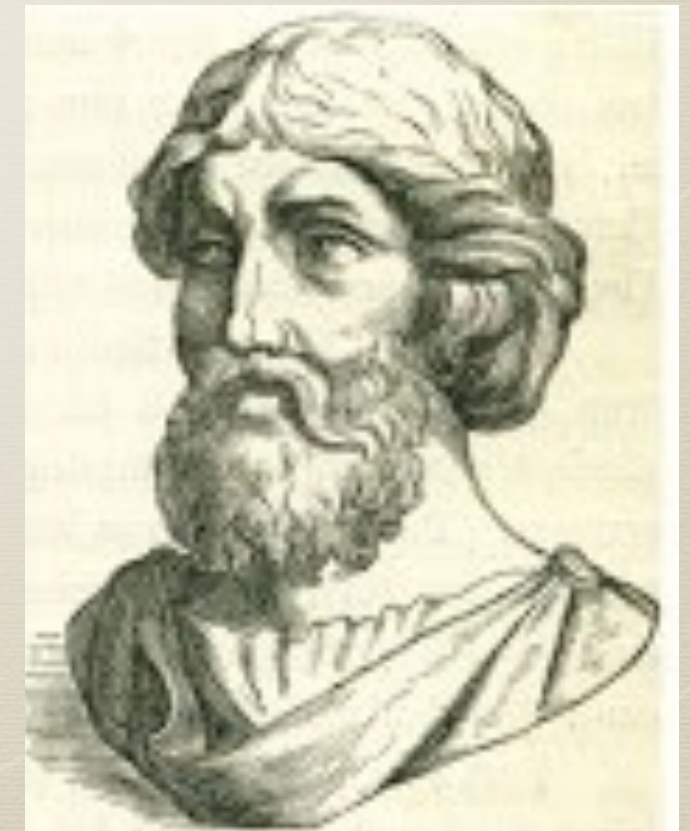
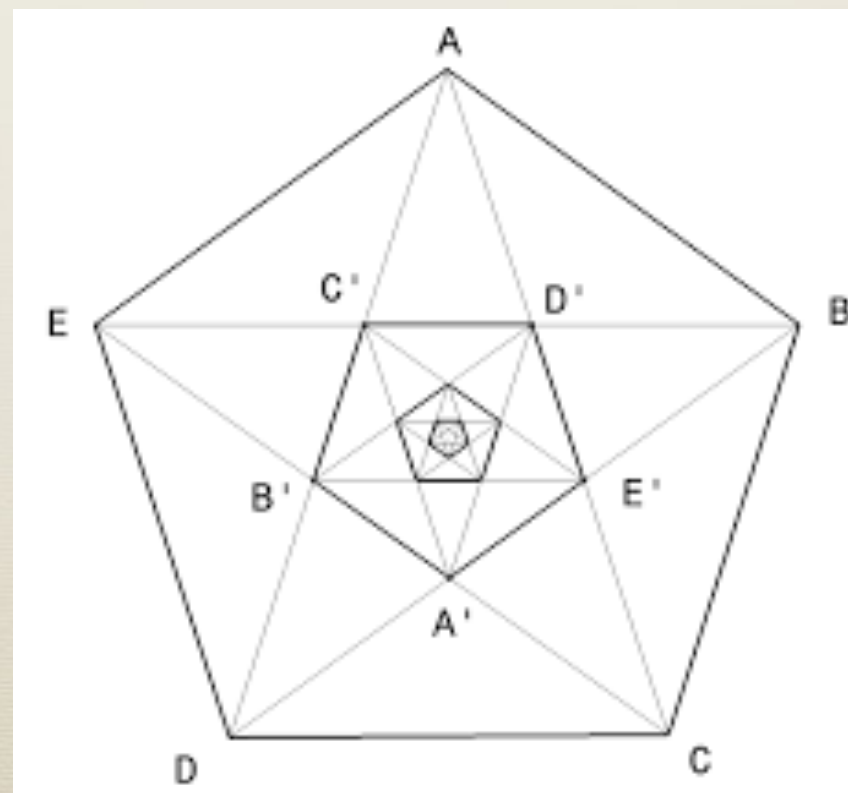
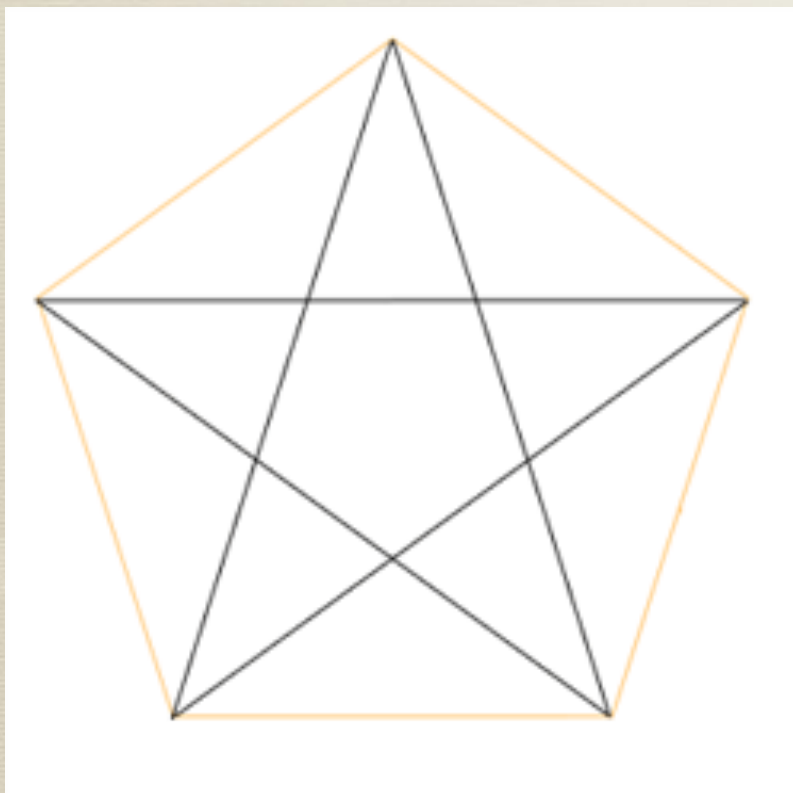


Pitagora
V a.C





Ippaso
V a.C



Il dubbio di Saccheri, Bolay, Lobacievski, Riemann, Beltrami, Poincarè

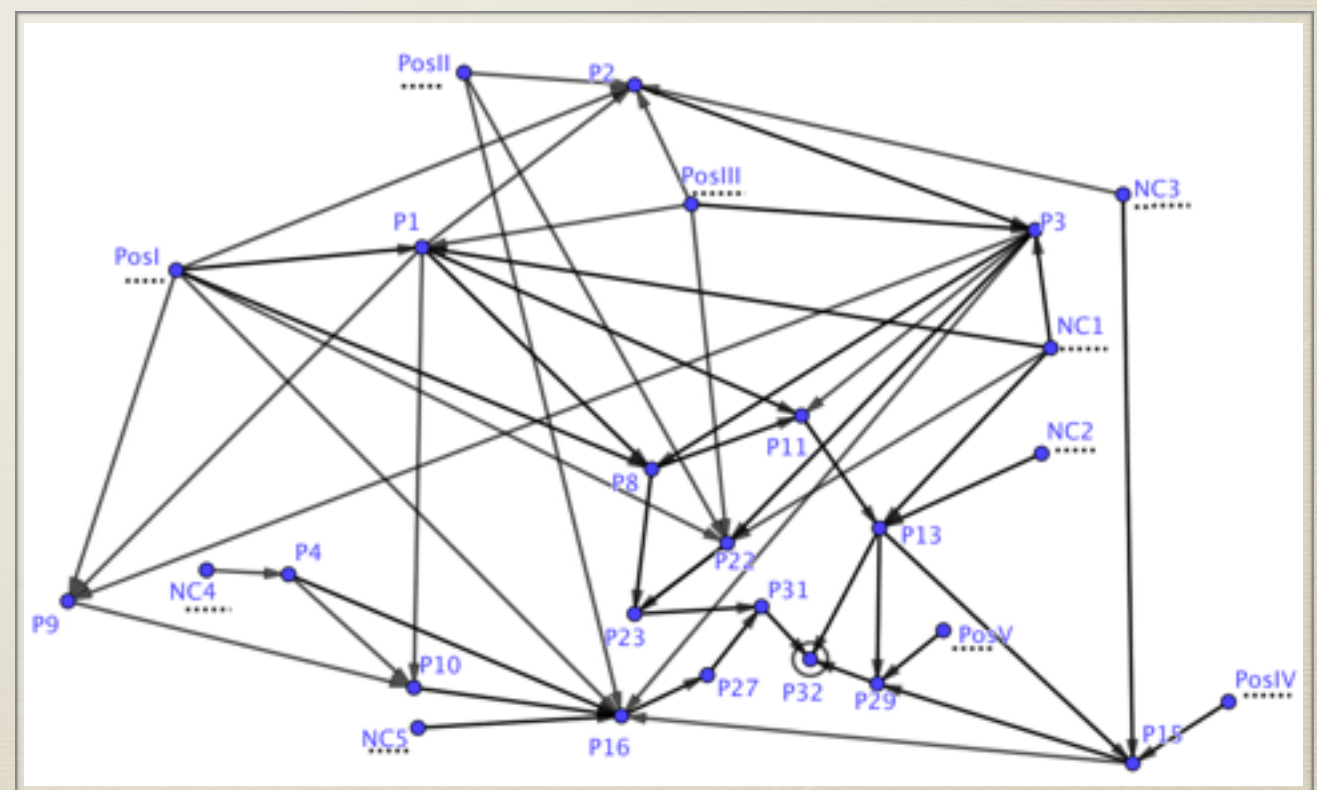
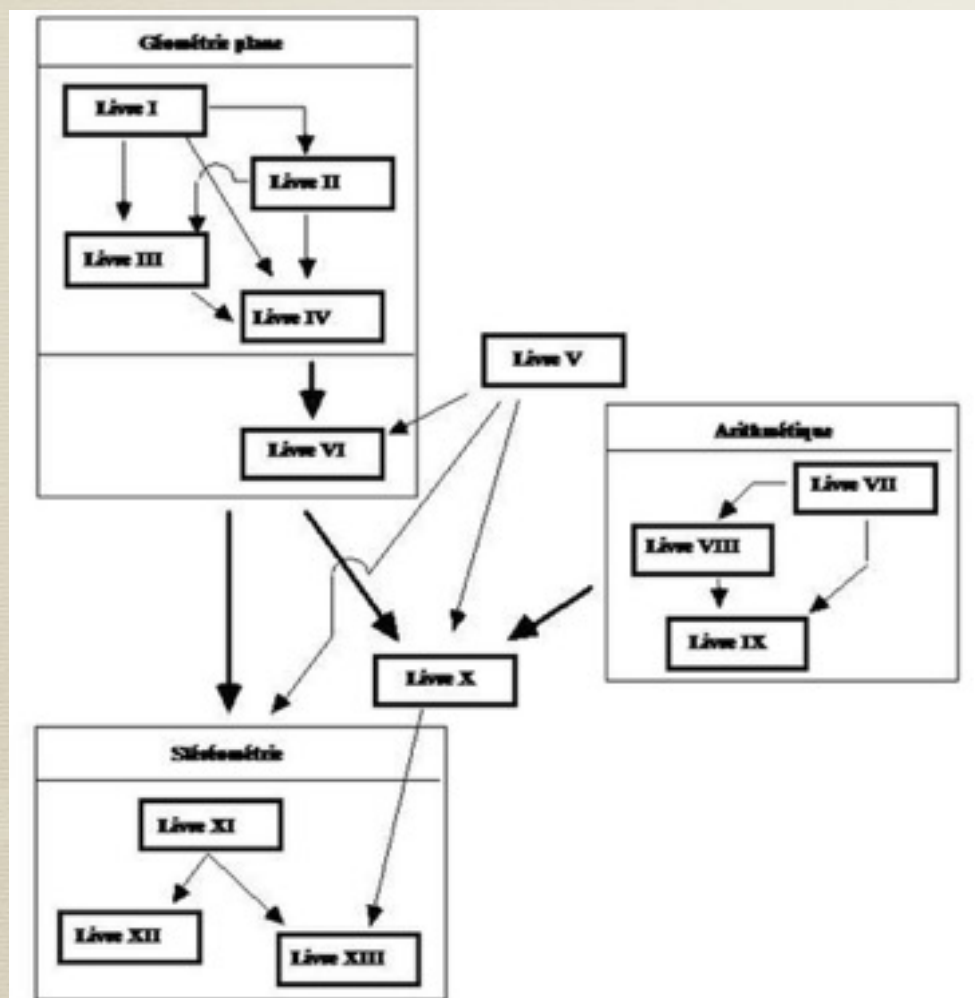


L'infinito nel
finito

Il credere l'universo infinito è un'illusione ottica:
almeno tale è il mio parere.

Zibaldone 4292

Elementi, Libro I, Postulato V, Commandino 1575 ad Urbino



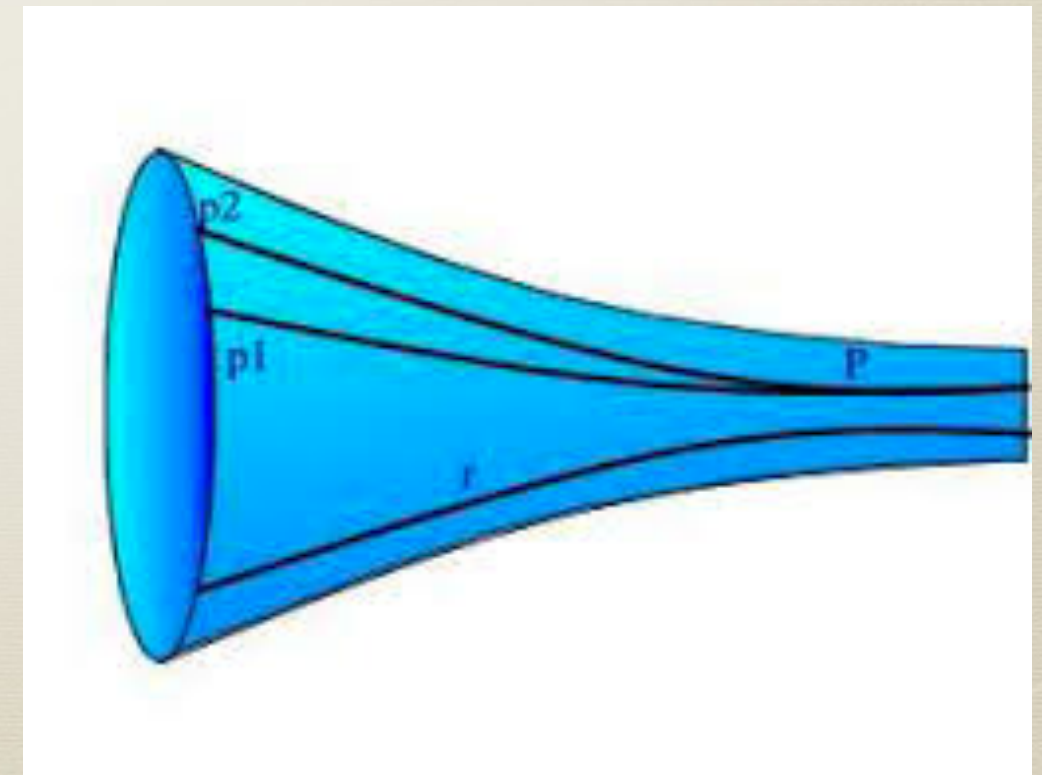
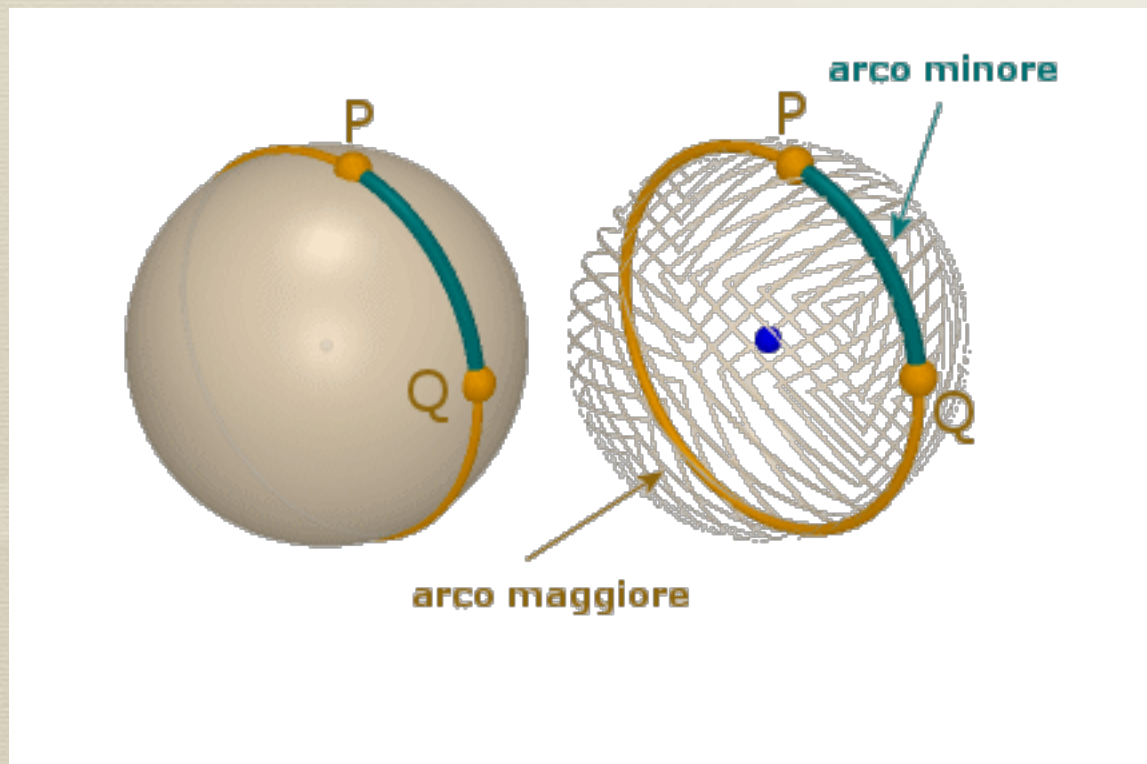
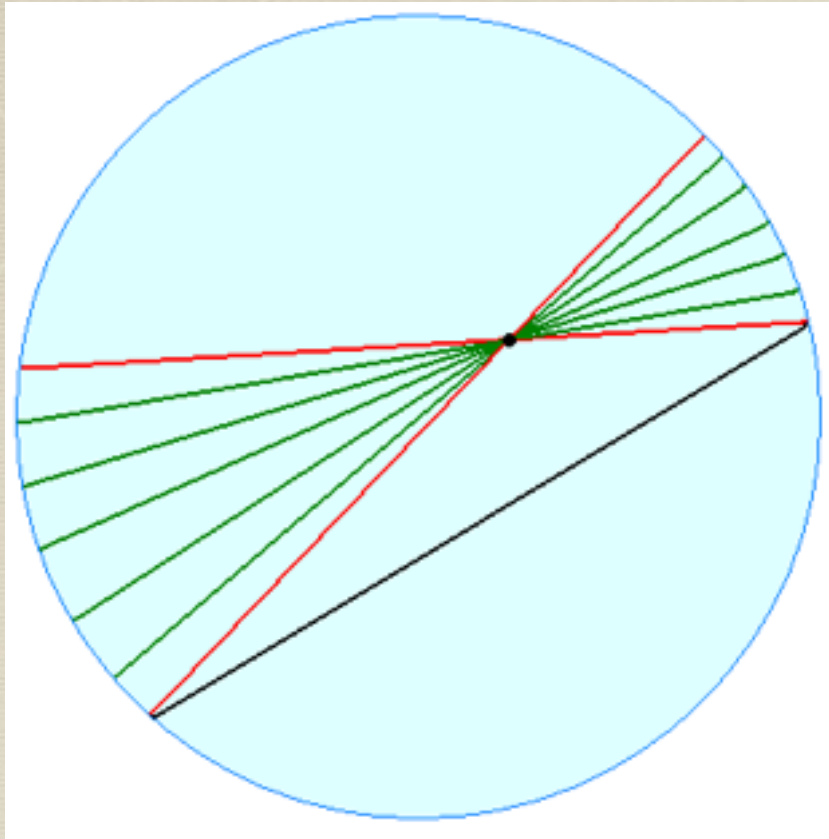
Sempre caro mi fu quest'ermo colle,
e questa siepe, che da tanta parte
dell'ultimo orizzonte il guardo esclude.

1819 G.L. L'Infinito

V postulato: Se una retta che taglia altre due rette determina dallo stesso lato angoli interni minori di due angoli retti, prolungando le due rette, esse si incontreranno dalla parte dove i due angoli sono minori di due retti.

V postulato: Dati una retta r e un punto P non appartenente ad r , esiste una e una sola retta passante per P e parallela ad r
(1795 Playfair)

DEF. IV Una retta è una
linea che giace ugualmente
rispetto ai punti su di essa.



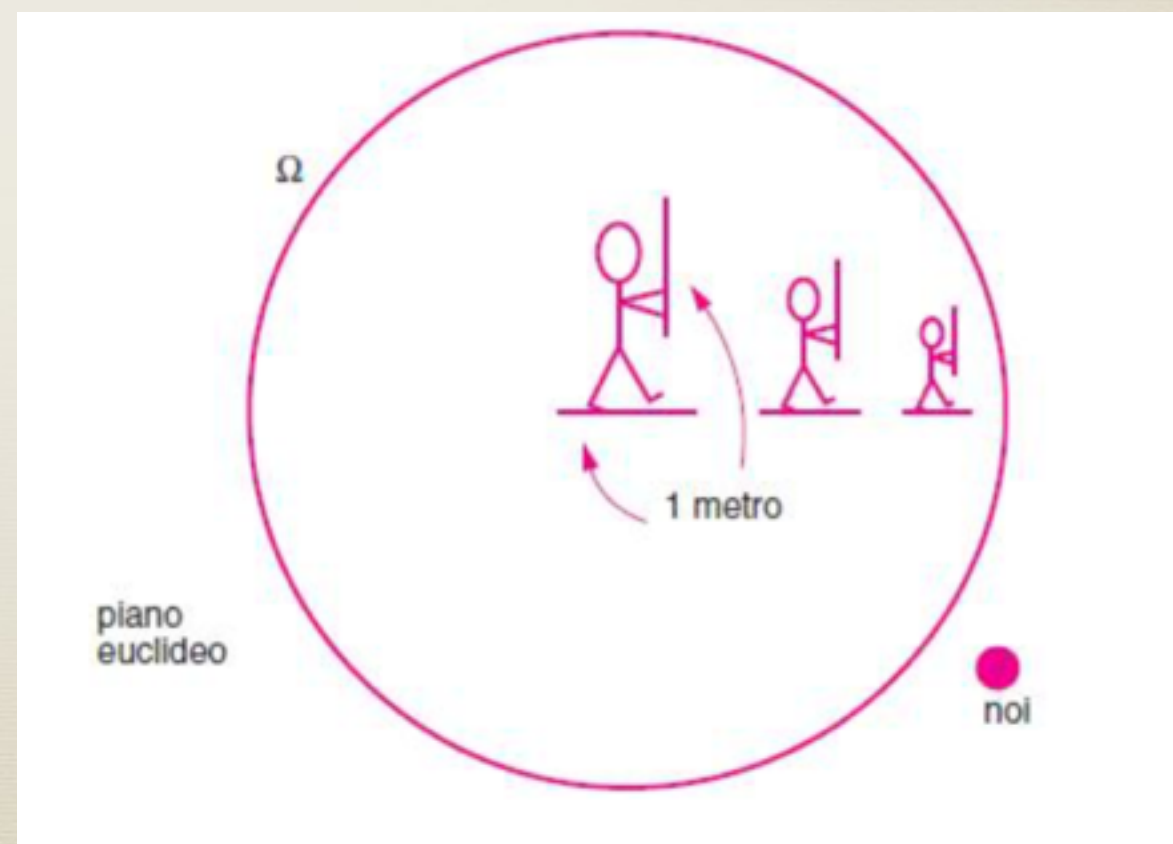
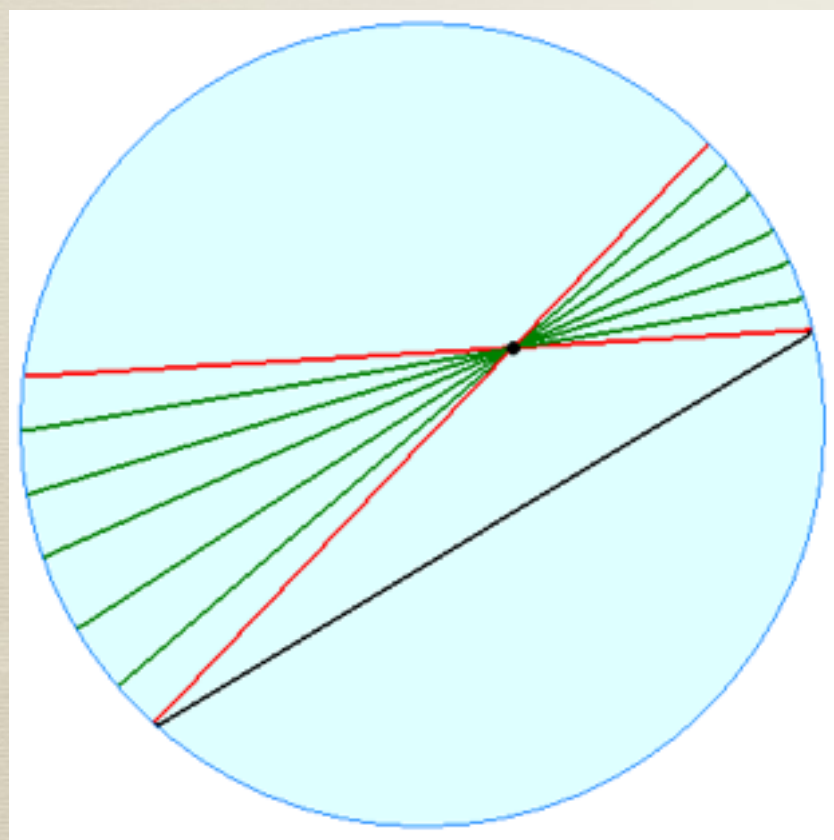
LA GEOMETRIA MUSCOLARE

LA GEOMETRIA VISIVA

(non ci sono angoli, non ci sono distanze)

LA GEOMETRIA TATTILE

(vietata ai Mundurucu)



La domanda di Zenone e la risposta di Eulero

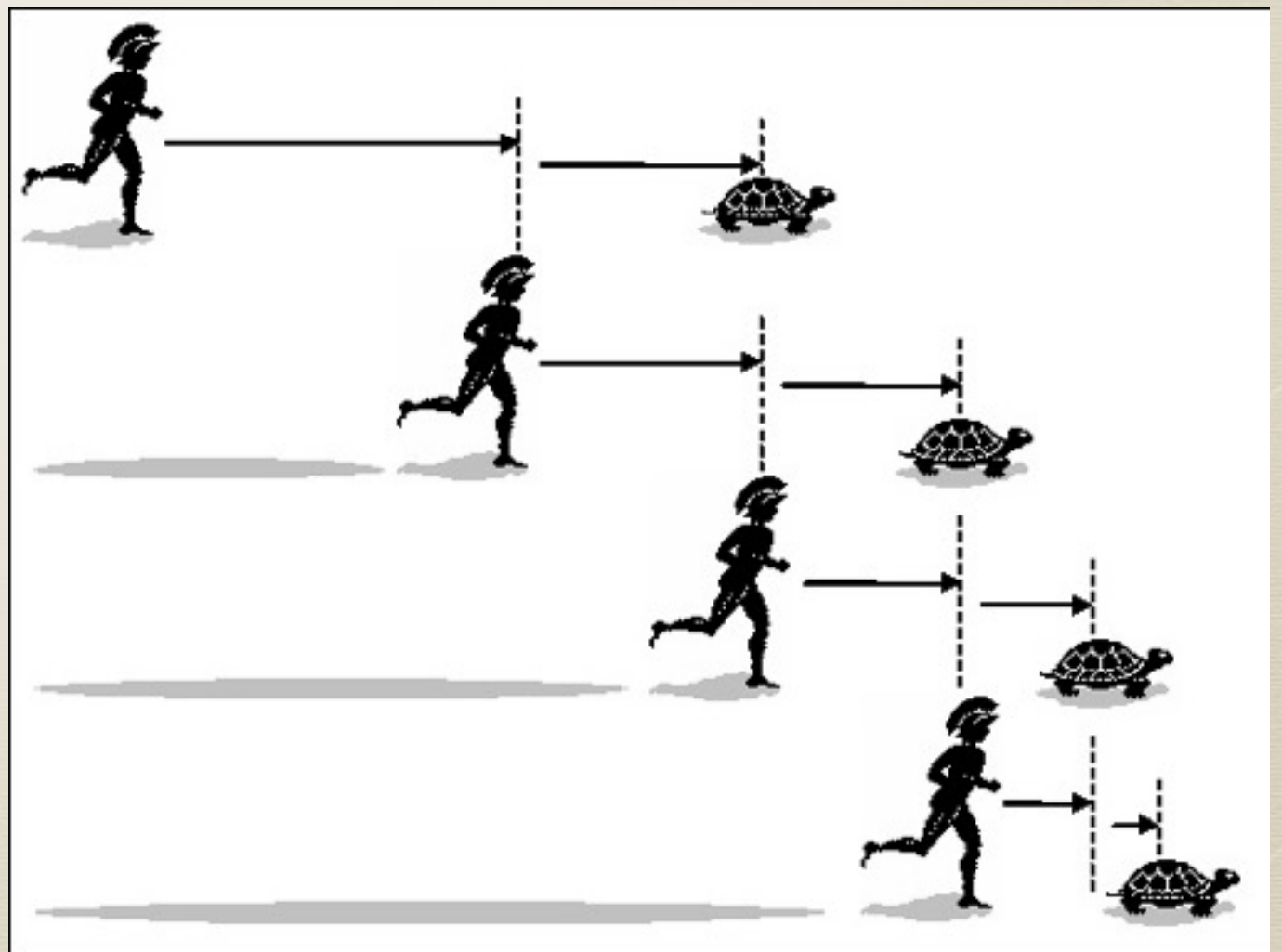


Infiniti
infinitesimi
danno il finito

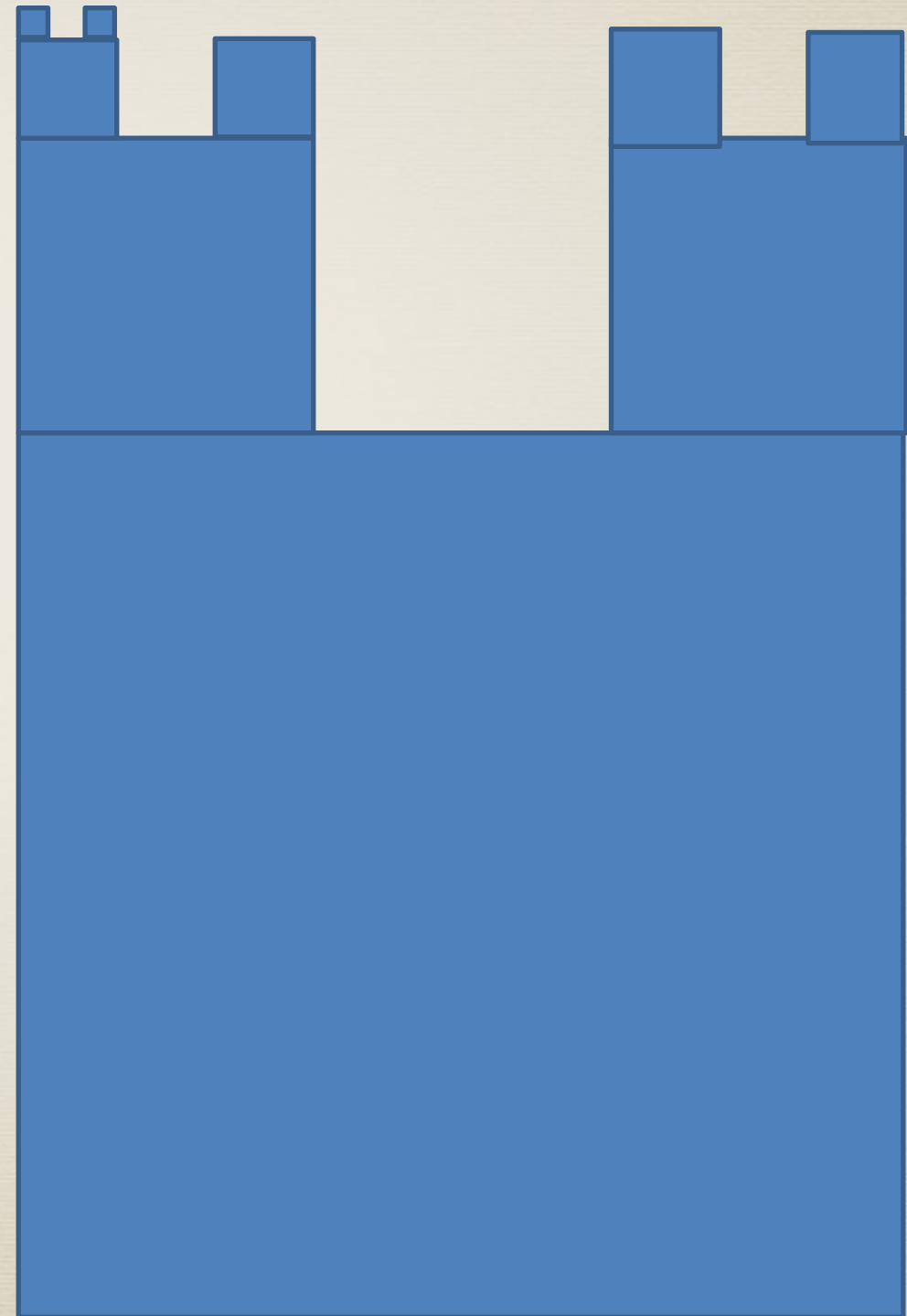
Ci ho veduto una serie di **ragionamenti** che può **imbrogliare** e **inquietare**, e io per mia natura non sono lontano dal dubbio anche sopra le cose credute **indubitabili**, però avendo nella mente le risposte che a quei ragionamenti si possono e debbono fare, per mia **quiete** le scrivo.

(Zibaldone 15)

Zenone
V a.C.



Una torre infinita... ma non troppo





Pezzi piccoli danno sempre il finito?
O meglio il limitato?



STELE DAUNE
MANFREDONIA



Procedendo
all'infinito che
succede?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$



$$\varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \ddots}}}}$$



$$\sqrt{\phi + 2} - \phi = \frac{e^{-2\pi/5}}{1 + \frac{e^{-2\pi}}{1 + \frac{e^{-4\pi}}{1 + \frac{e^{-6\pi}}{1 + \dots}}}} = 0.2840\dots$$

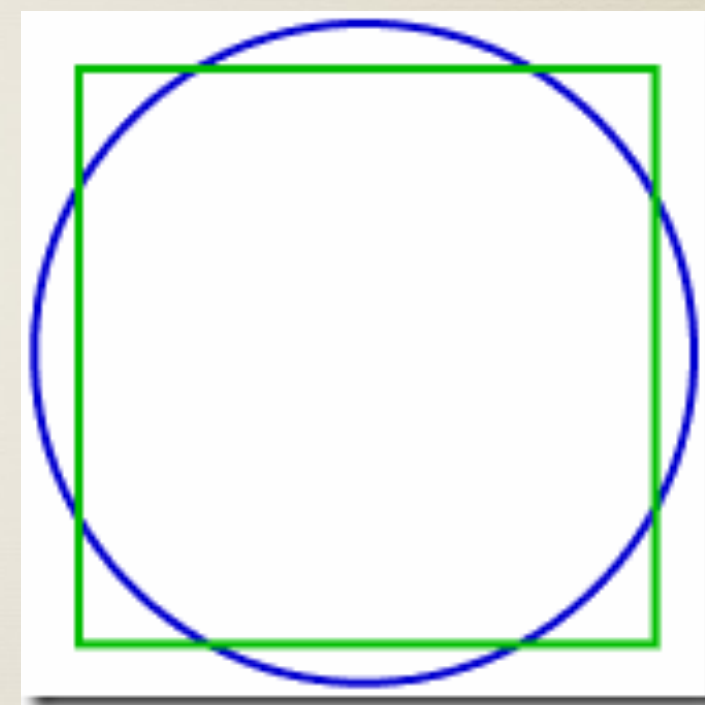
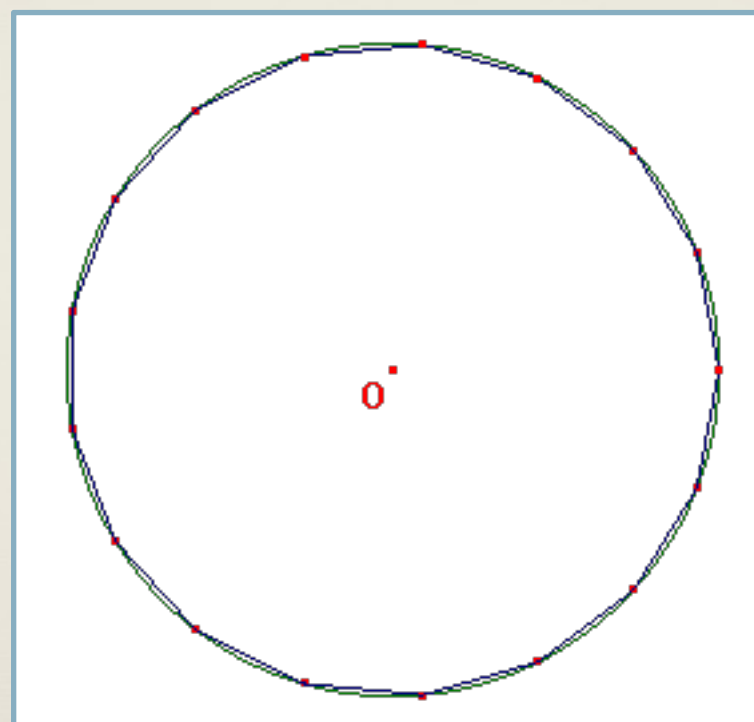
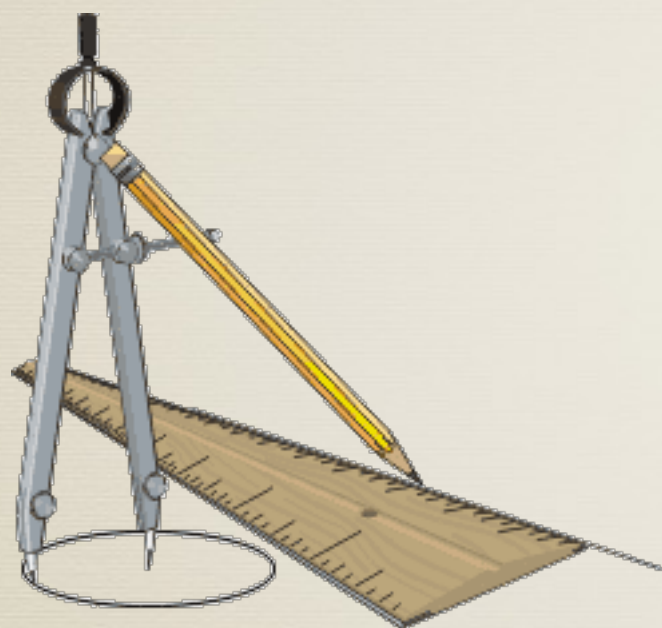
Il percorso di Archimede, Riemann, Lebesgue, Cauchy, Weierstrass

Il concetto di
limite

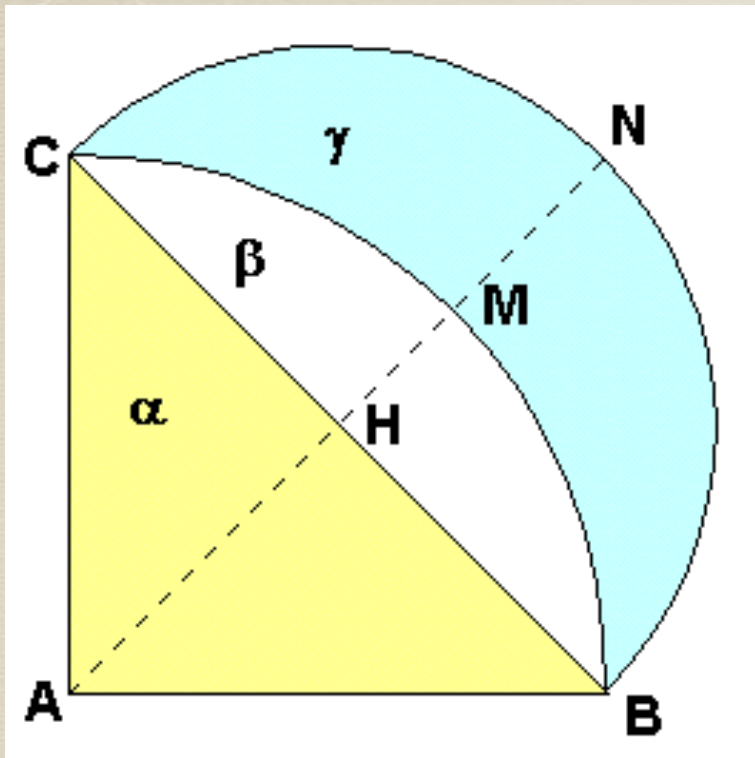


Il tutto esistente è **infinitamente** piccolo a paragone della **infinità** vera, per dir così, del non-esistente, del nulla.

Zibaldone 4174

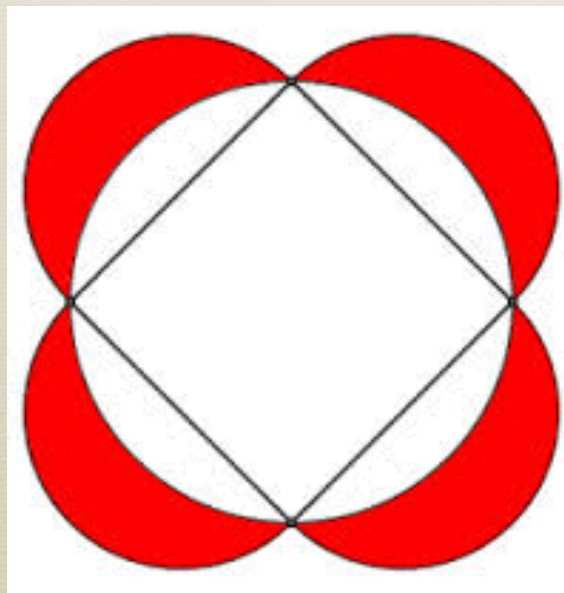


Quadratura di aree curvilinee



l'area della lunula BMCN è uguale a quella del triangolo rettangolo ABC.

Ippocrate di Chio
V a.C.



CONVERSANO

Possiamo "quadrare" il cerchio?

Risposta negativa Lindemann 1882



Cambiamo domanda:
Quanto misura l'area del cerchio di raggio 1?

Archimede
III a.C.



Dividiamo per quattro?



6: SAN SEVERO

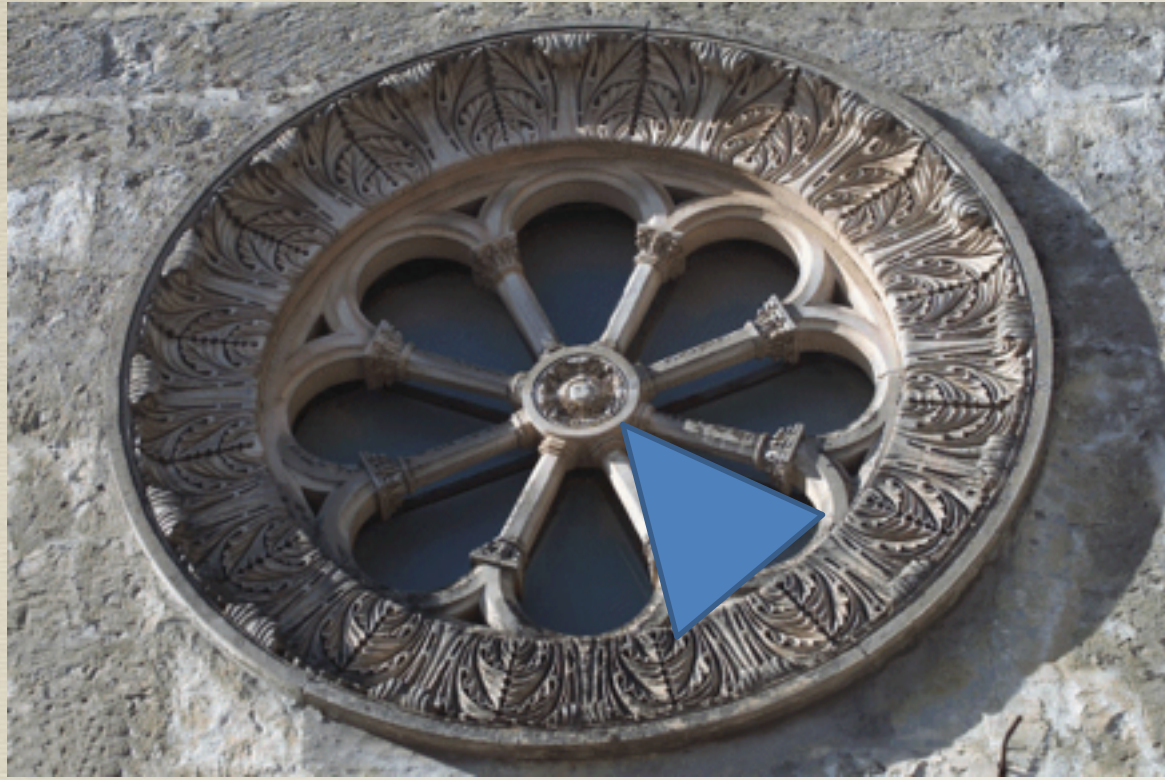


6bis : RUVO DI PUGLIA

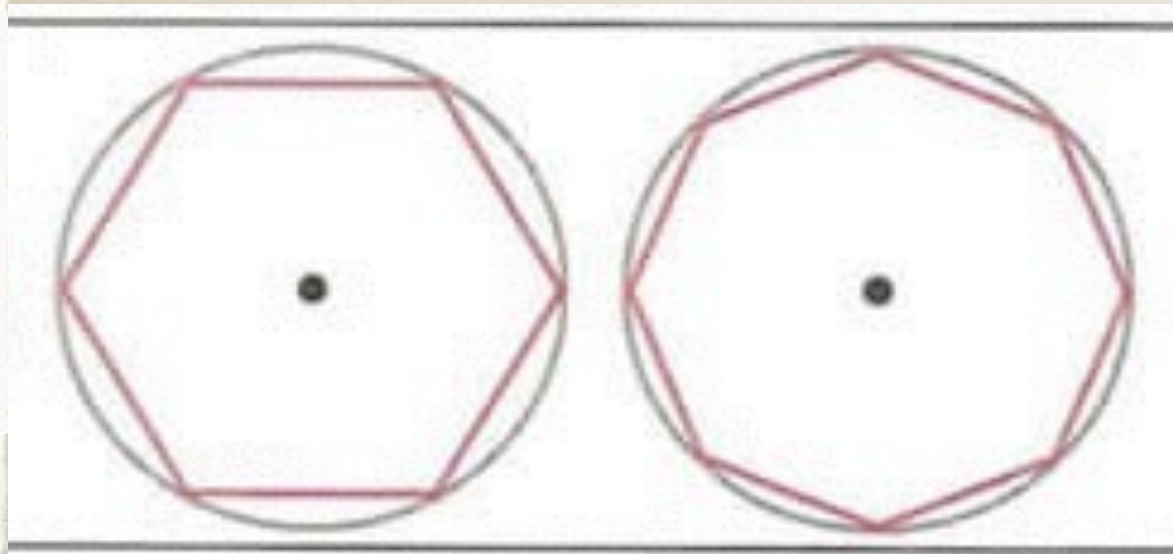
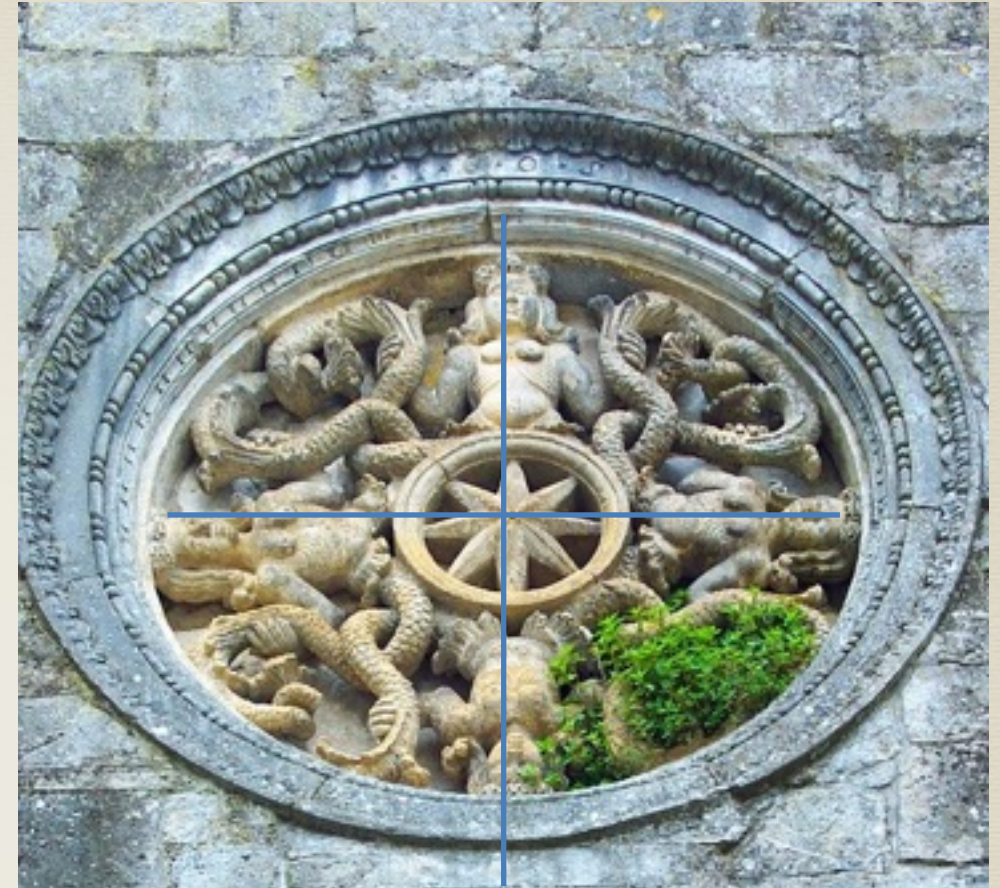
laterale



8: CAROVIGNO



8: MONTE SANT'ANGELO



11: TROIA

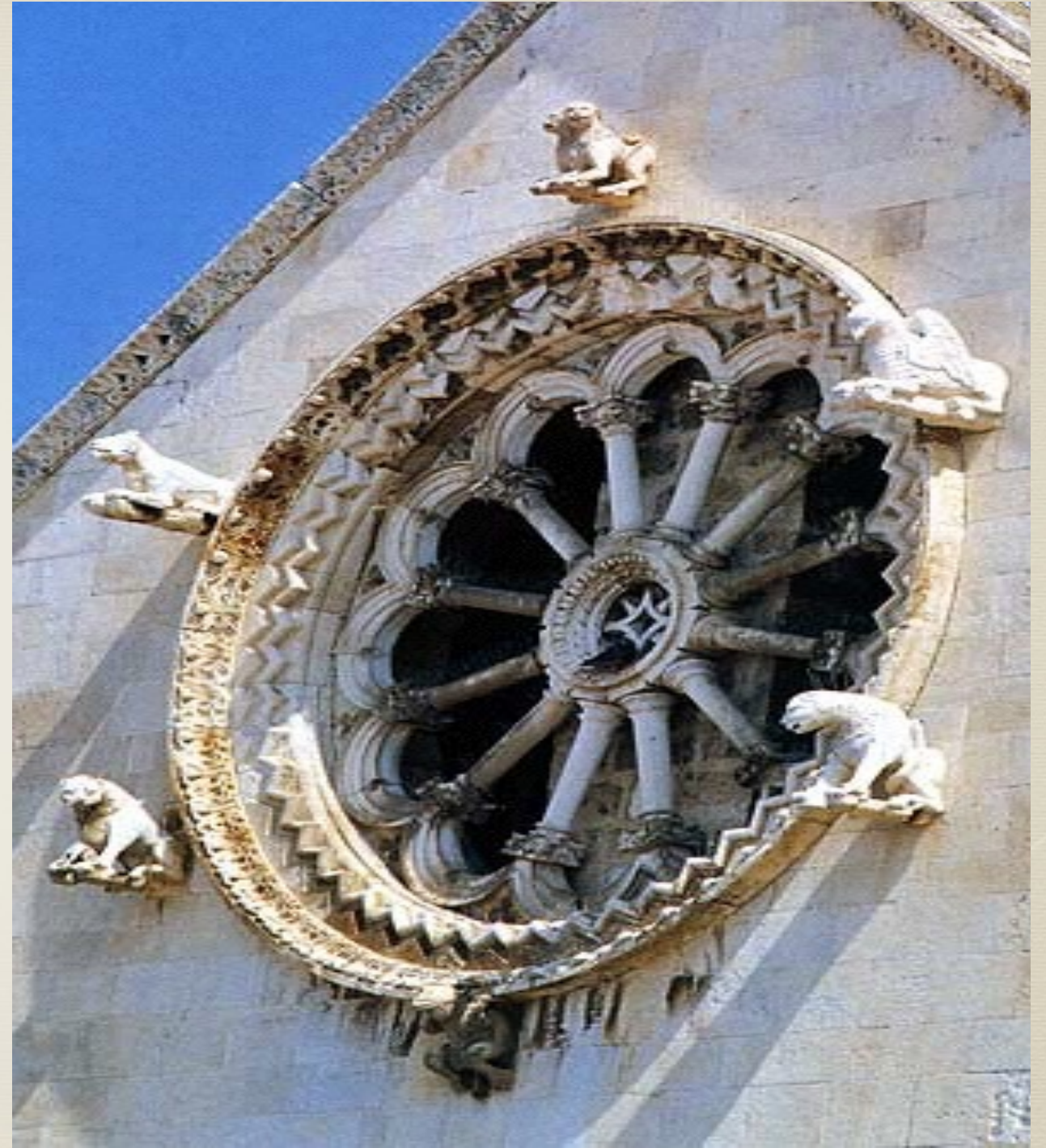


Un endecagono regolare
non può essere costruito in modo esatto con l'uso
di soli riga e compasso.

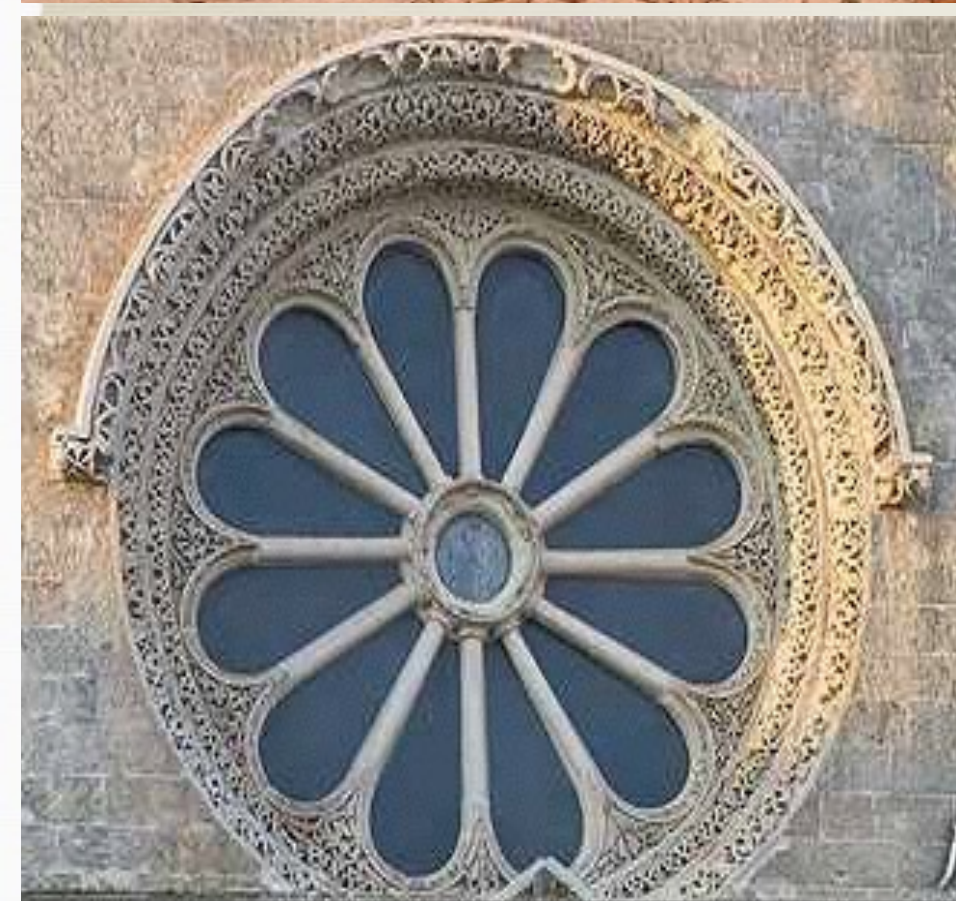
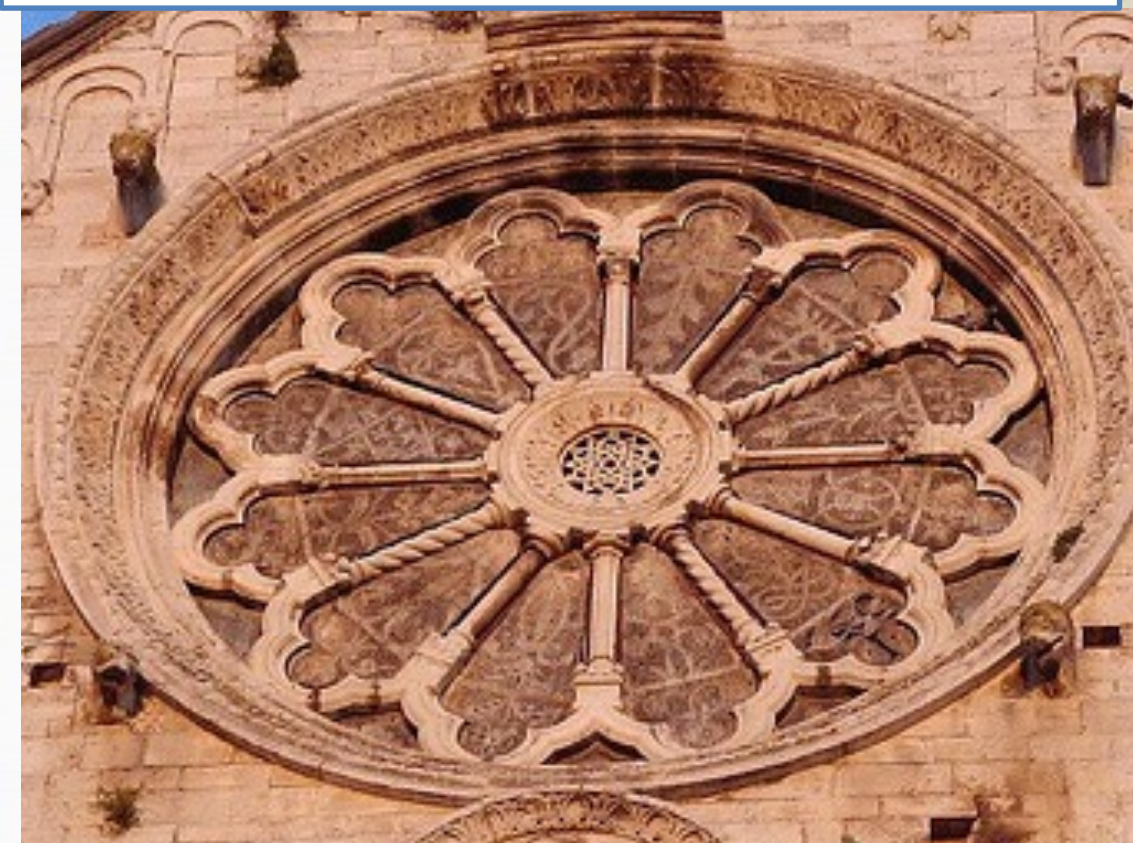
12) TRANI (laterale)



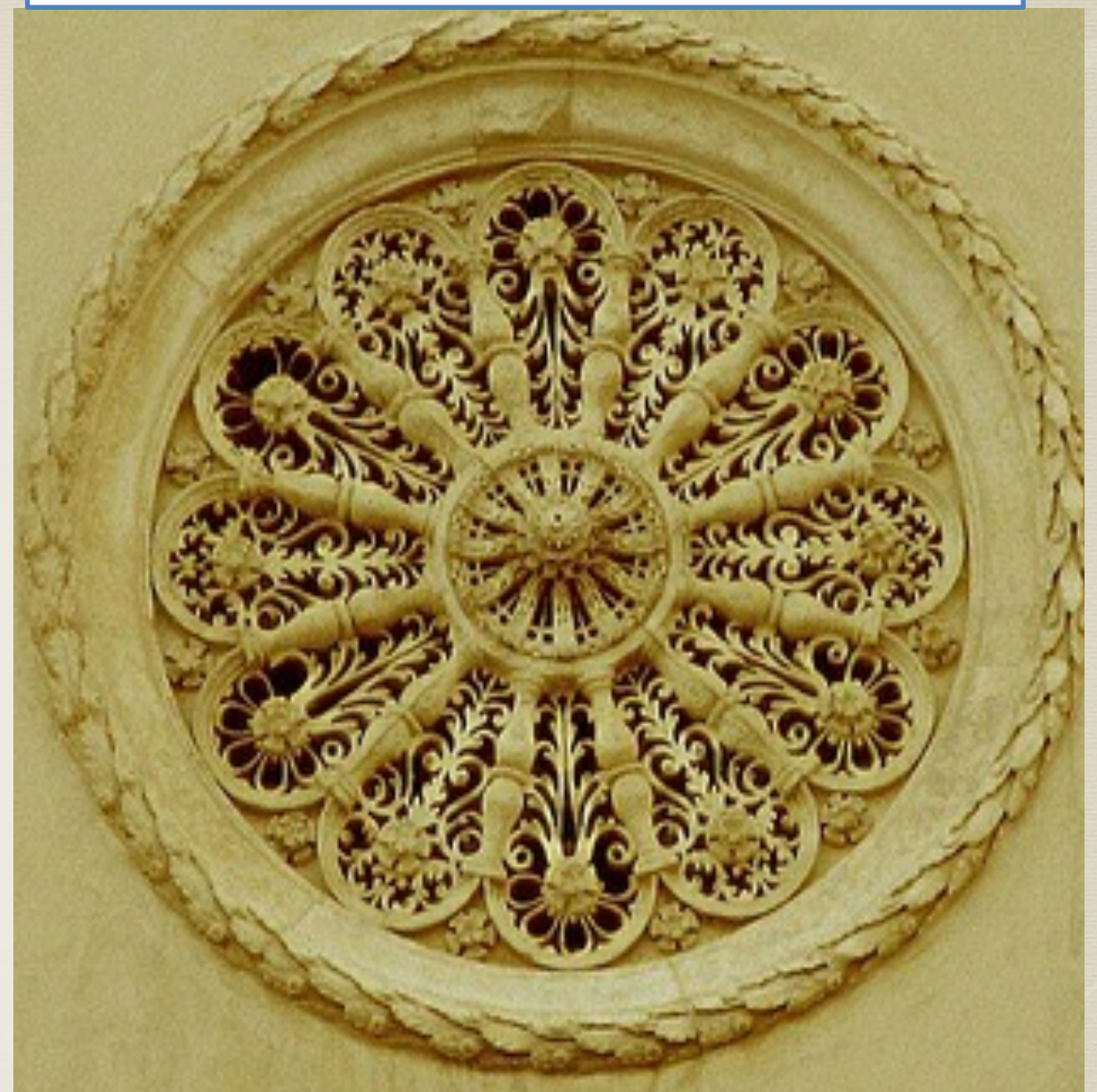
12) GIOVINAZZO



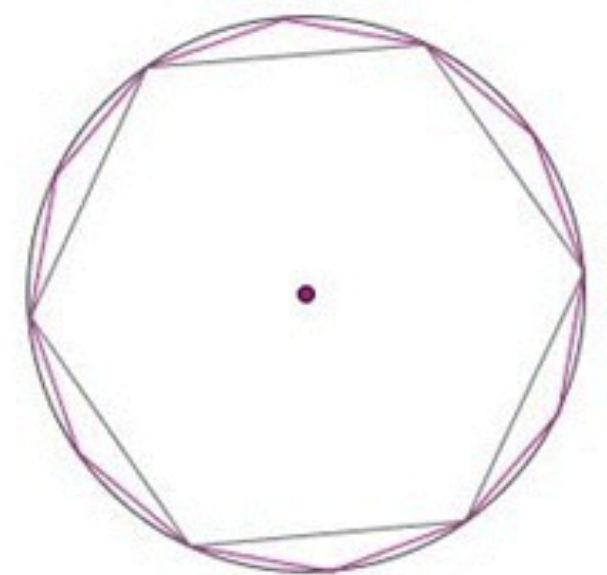
12) RUVO di Puglia



12) MOLA di Bari

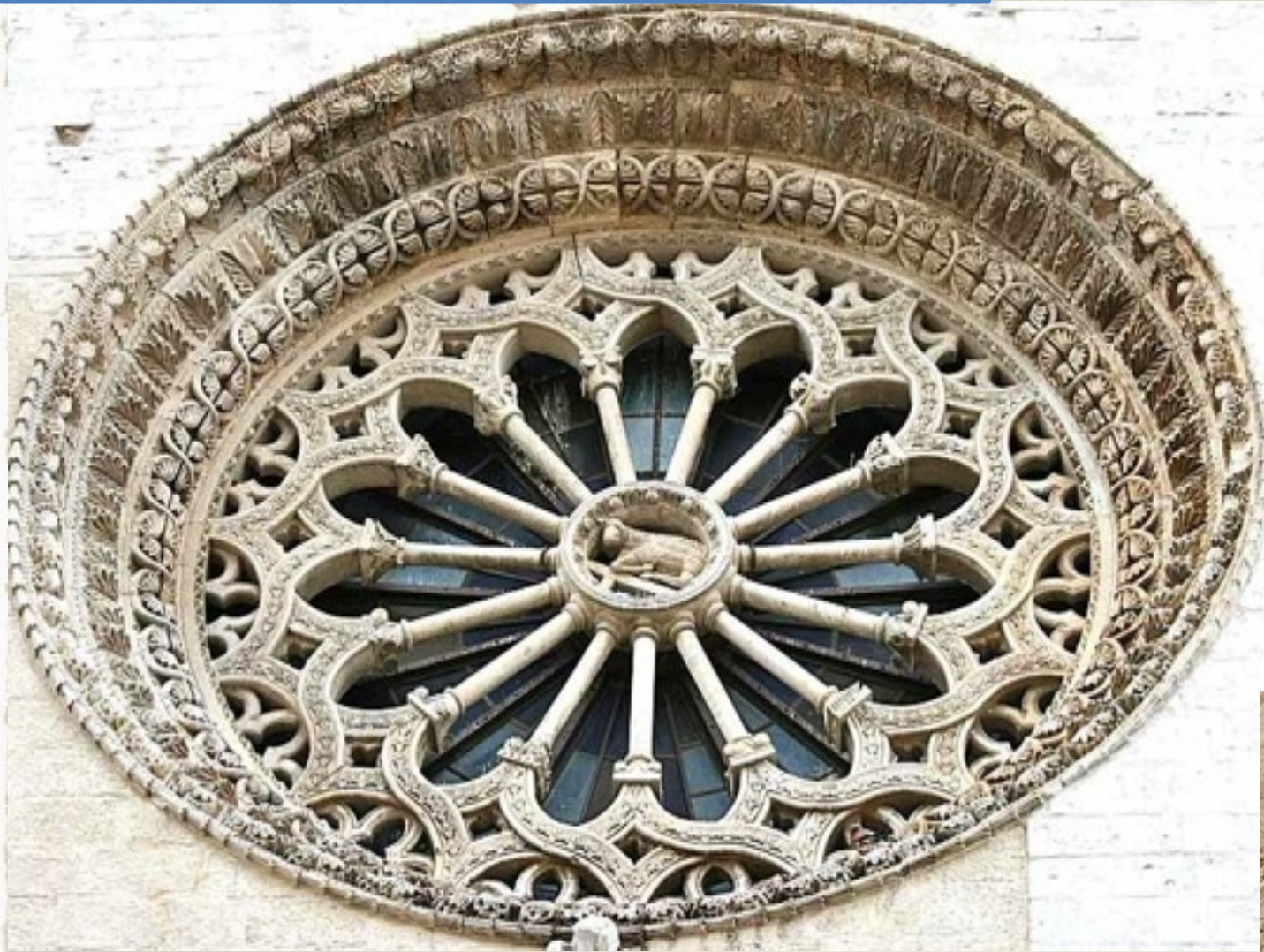


Il cerchio si sta
esaurendo...



12) GALATINA

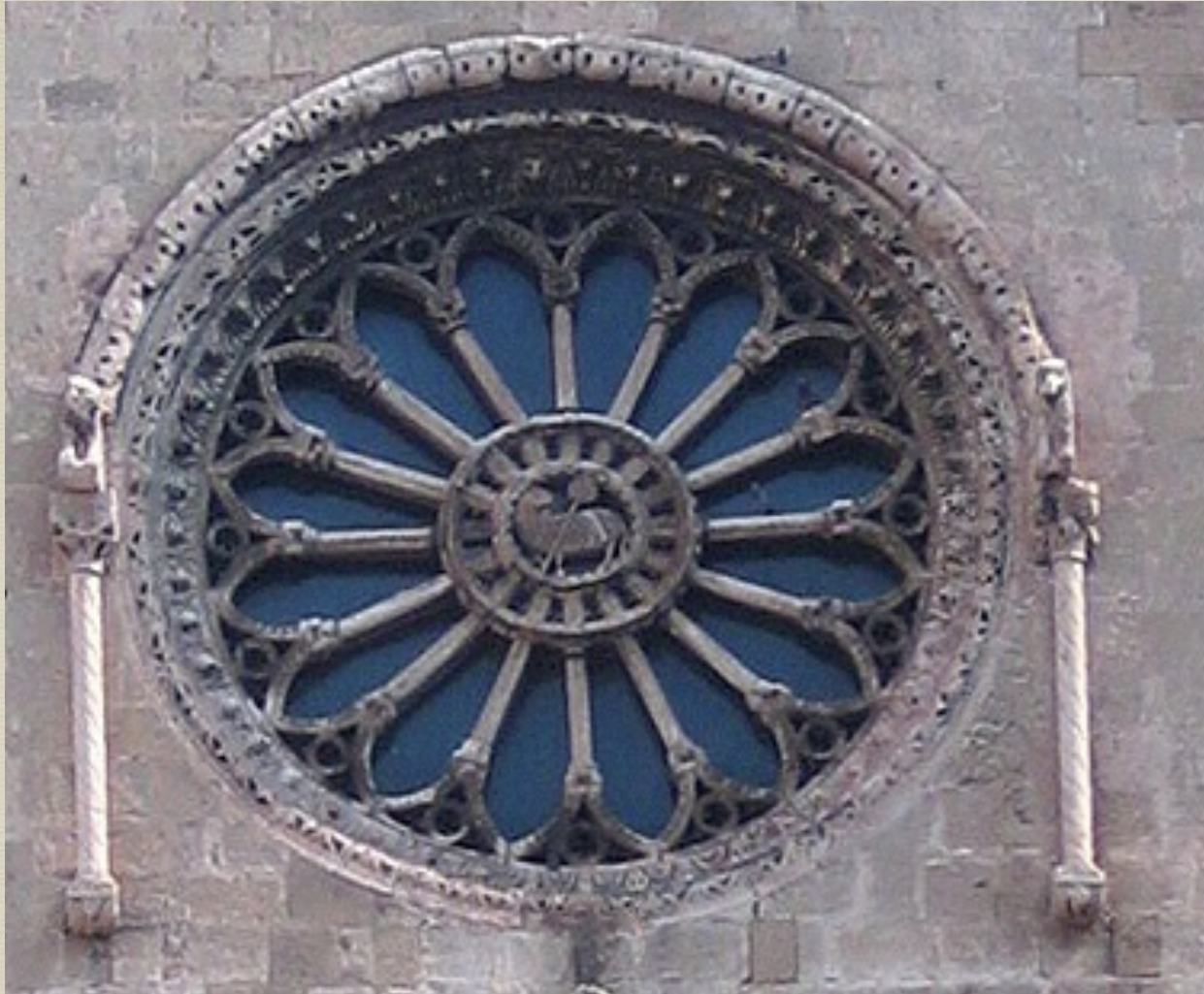
15) ALTAMURA



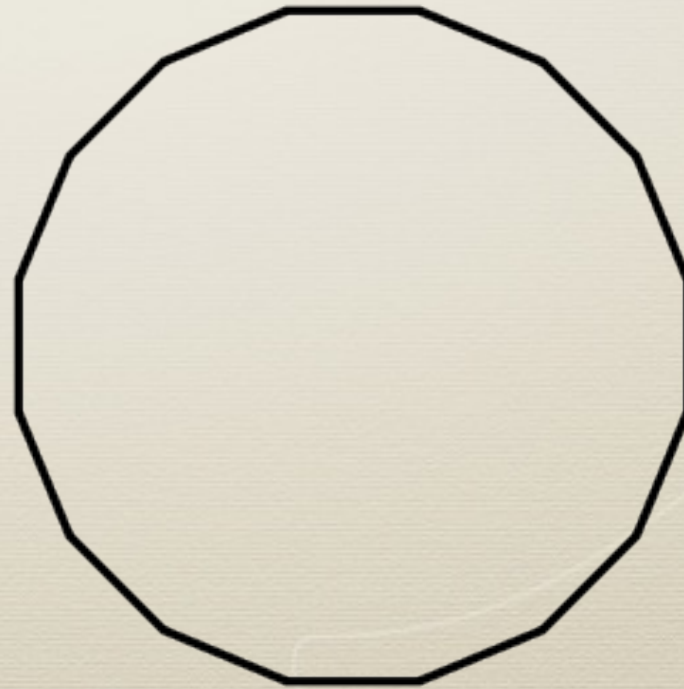
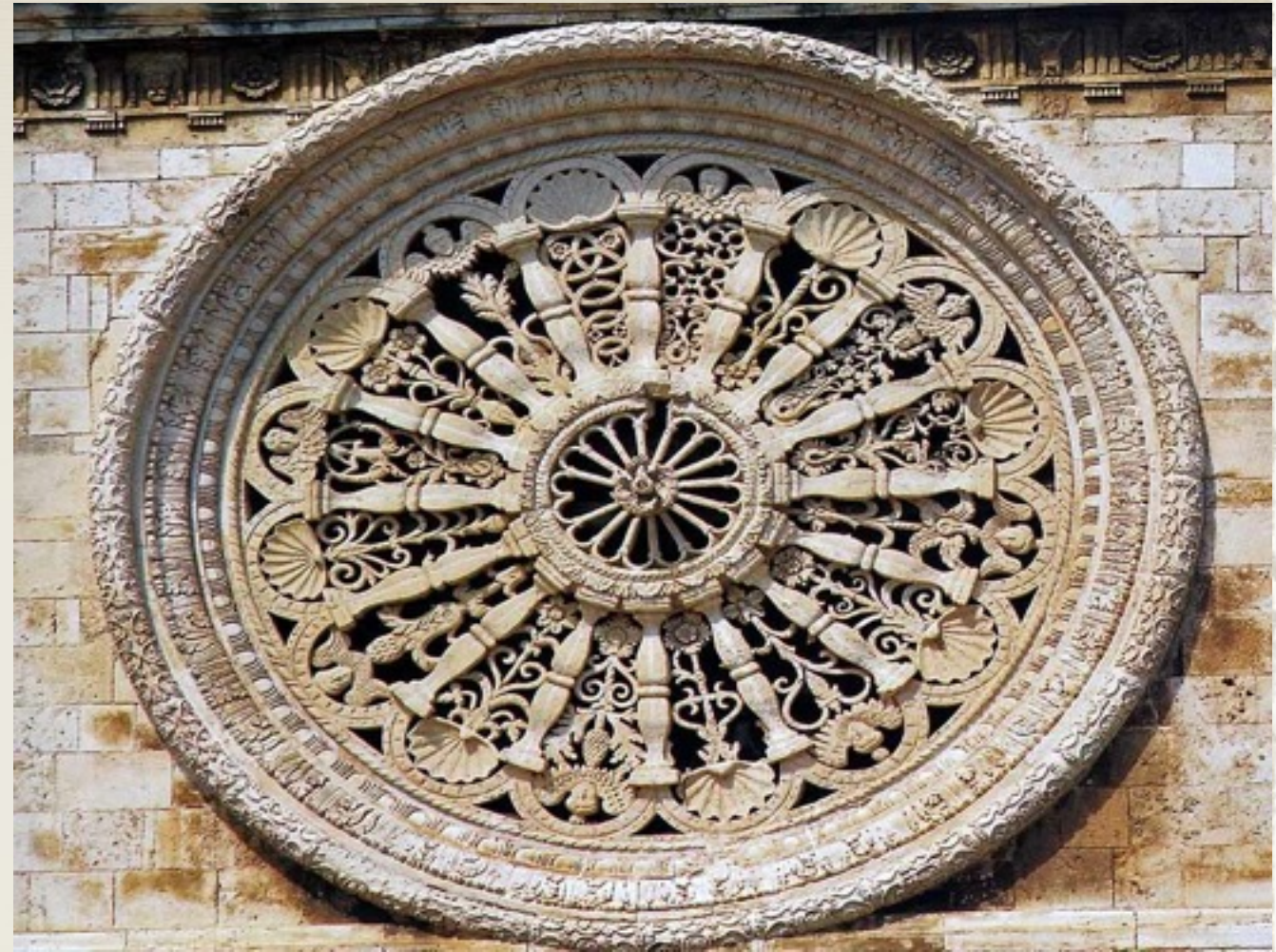
16) OTRANTO



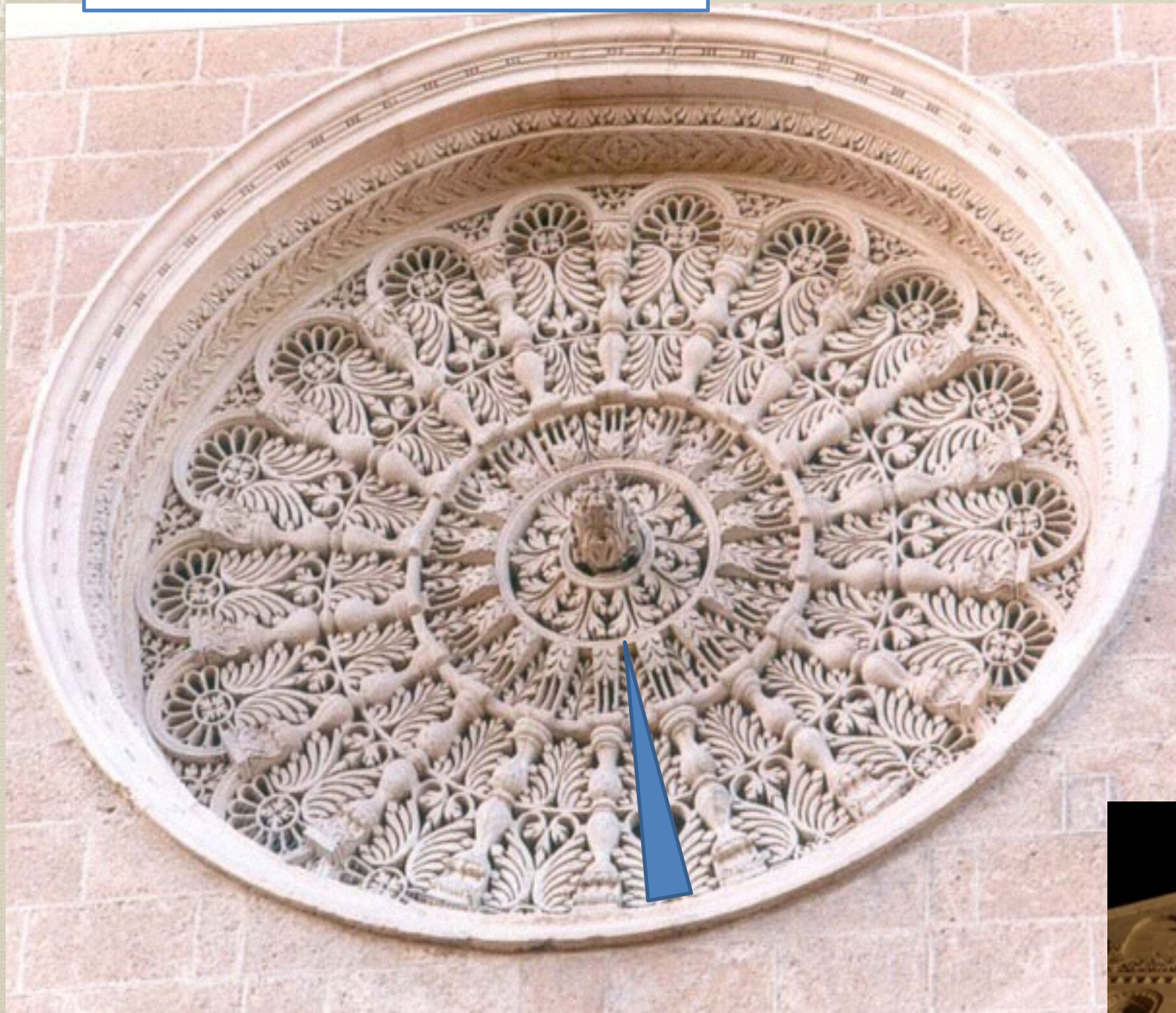
16) TARANTO (San Domenico)



16) ACQUAVIVA



18) FASANO



18) BARI



20) LATERZA



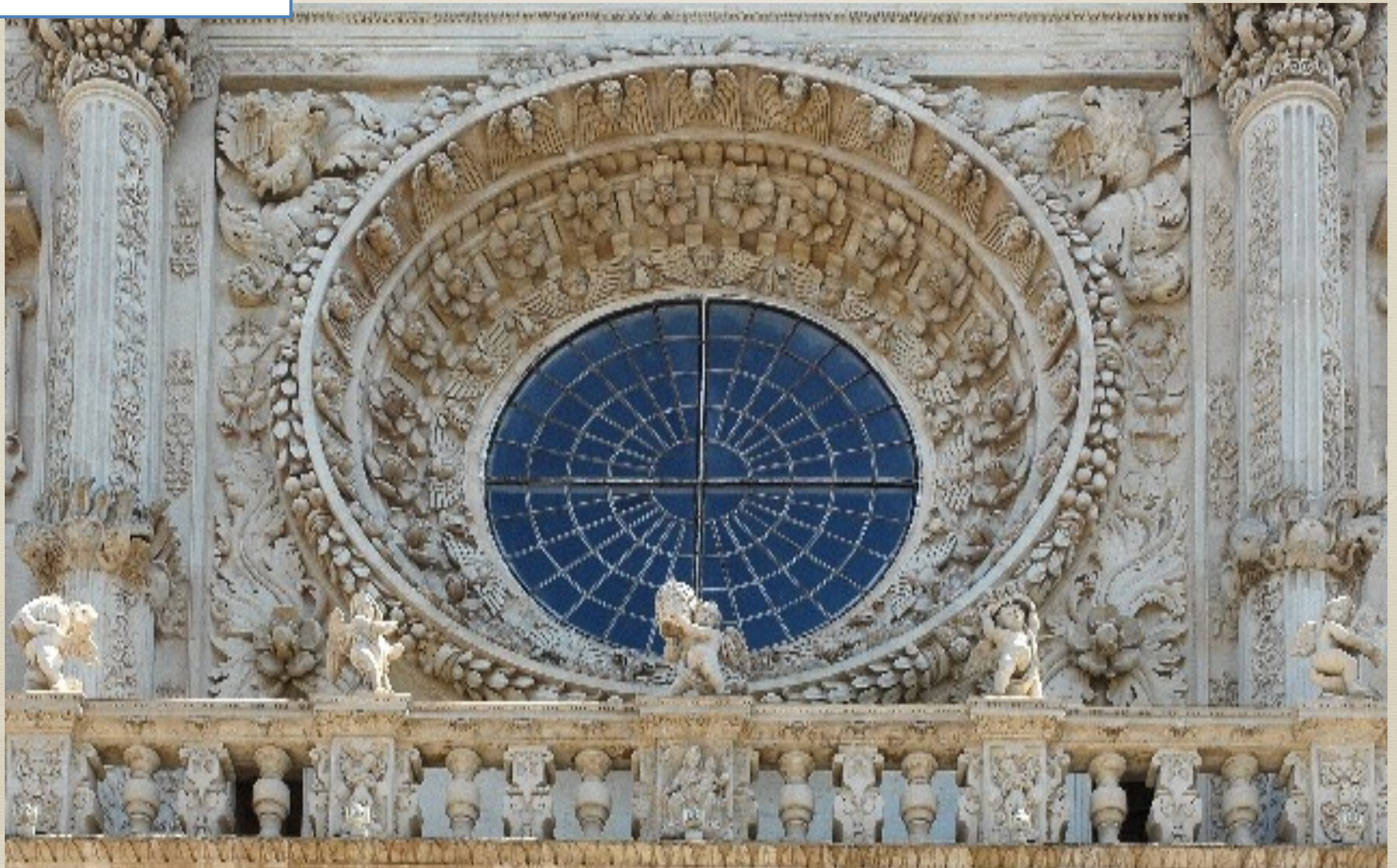
Pensiamo insieme un altro metodo per aumentare il numero di raggi nel caso pari: da 6 a 12... da 8 a 16.... Da 12 a 24



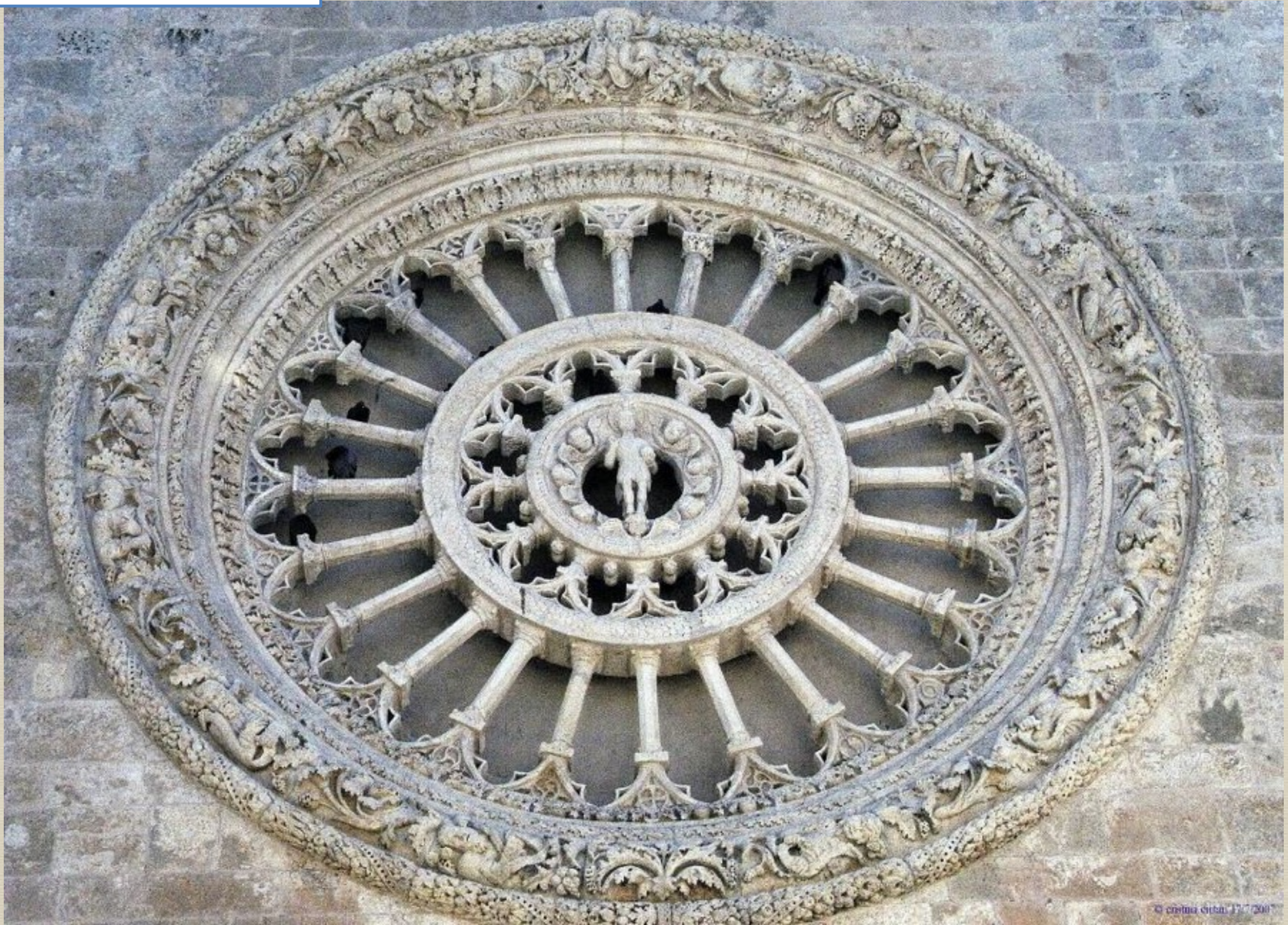
24) GRAVINA

Non dovevamo riempire il rosone di Ostuni?

0) LECCE



24) OSTUNI



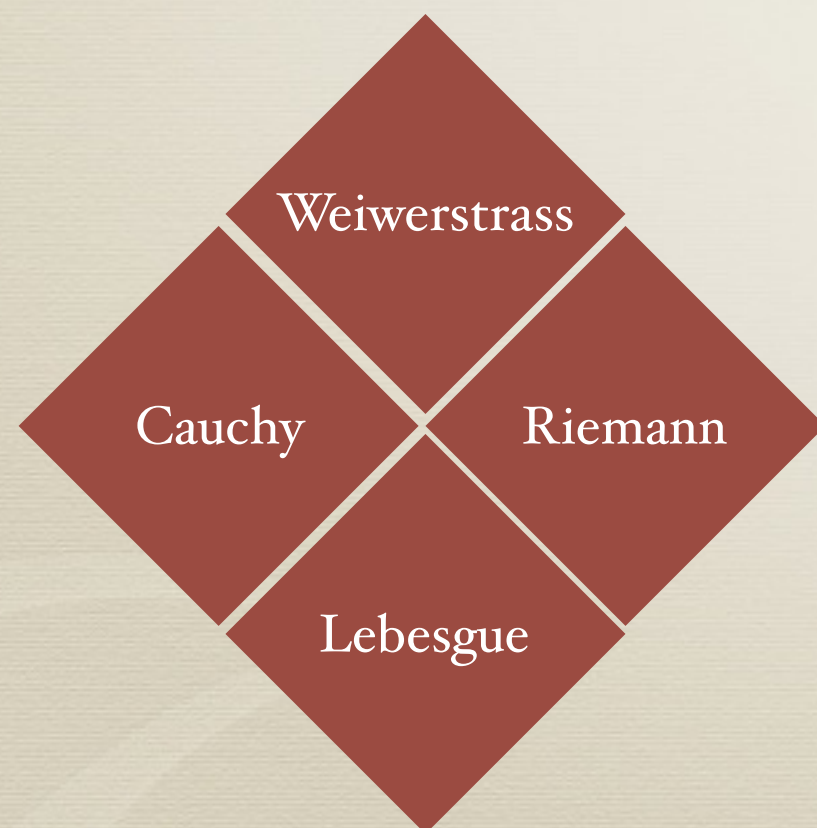
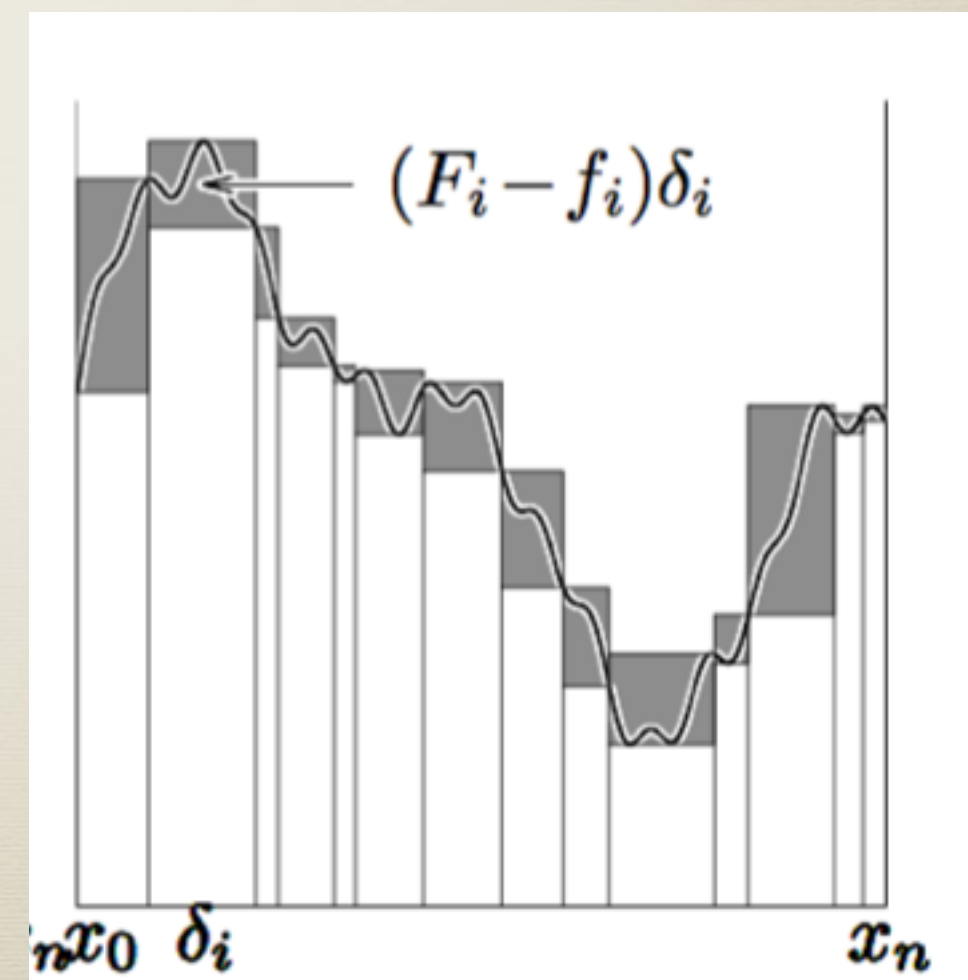
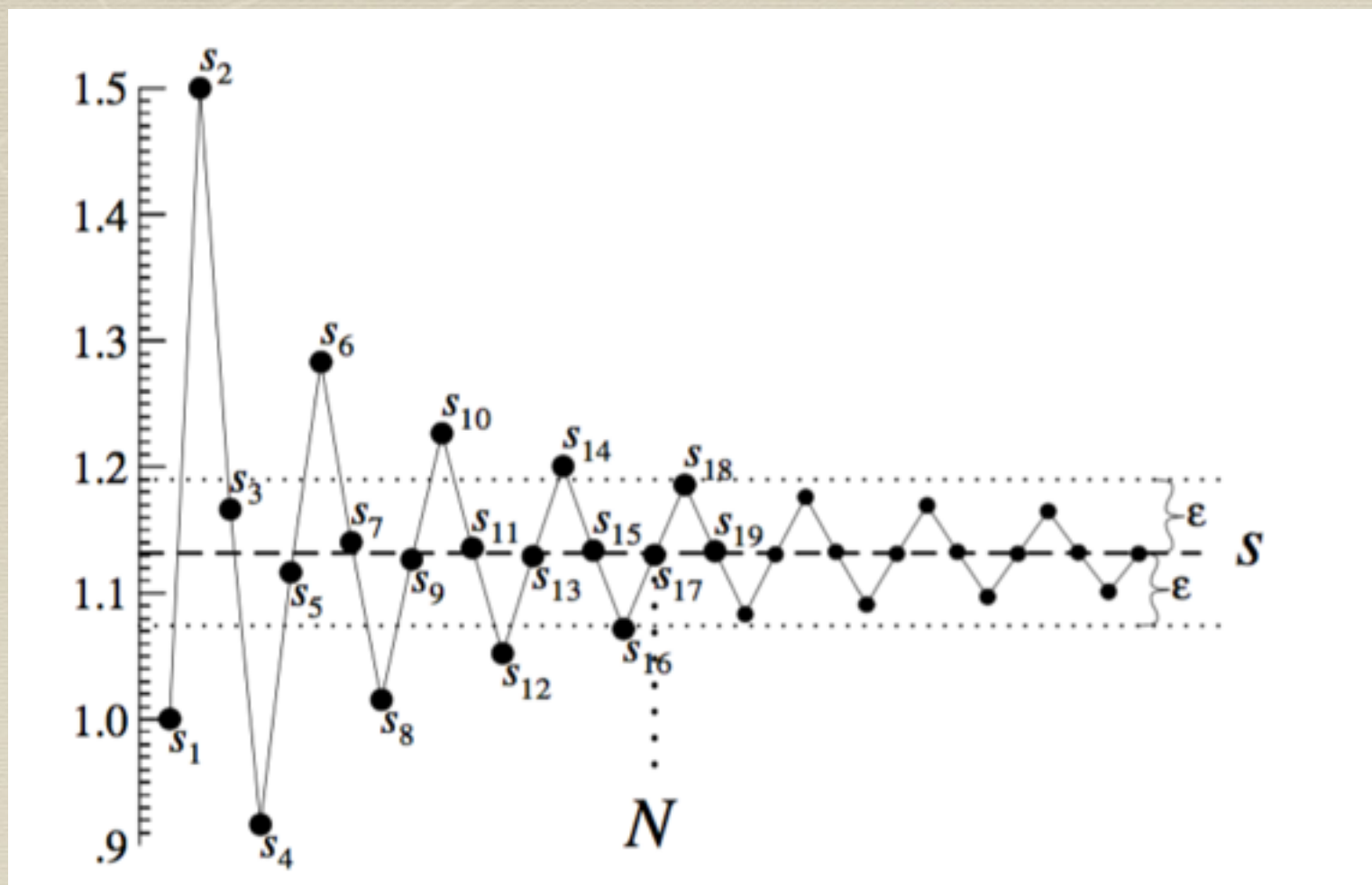
Ma che c'entra tutto questo con l'infinito?

π

3,14159265358979323846264
338327950288419716939937510582
09749445923078164062862089986280348253421
1706798214808651328230664709384460955058223
1725359408128481117450284102701938521105559644622948954930
381964428810975665933446128475648233786783165271201909145648
566923460348610454326648213393607260249141273724587006606315588174
881520920962829254091715364367892590360011330530548820466521384146951941511
6094330572703657595919530921861173819326117931051185480744623799627495673518857527
24891227938183011949129833673362440656643086021394946395224737190702179860943702770539217176293176752384
6748184676694051320005681271452635608277857713427577896091736371787214684409012249534301465495853710507922796892589
235420199561121290219608640344011598136297740713099603187072113499999992372973549511097317326600611418324429415341900302042522189231344003033



I numeri normali



Il caos ovunque e le interpretazioni di Mandelbrot

Infinito
ricorsivo
quasi-ricorsivo



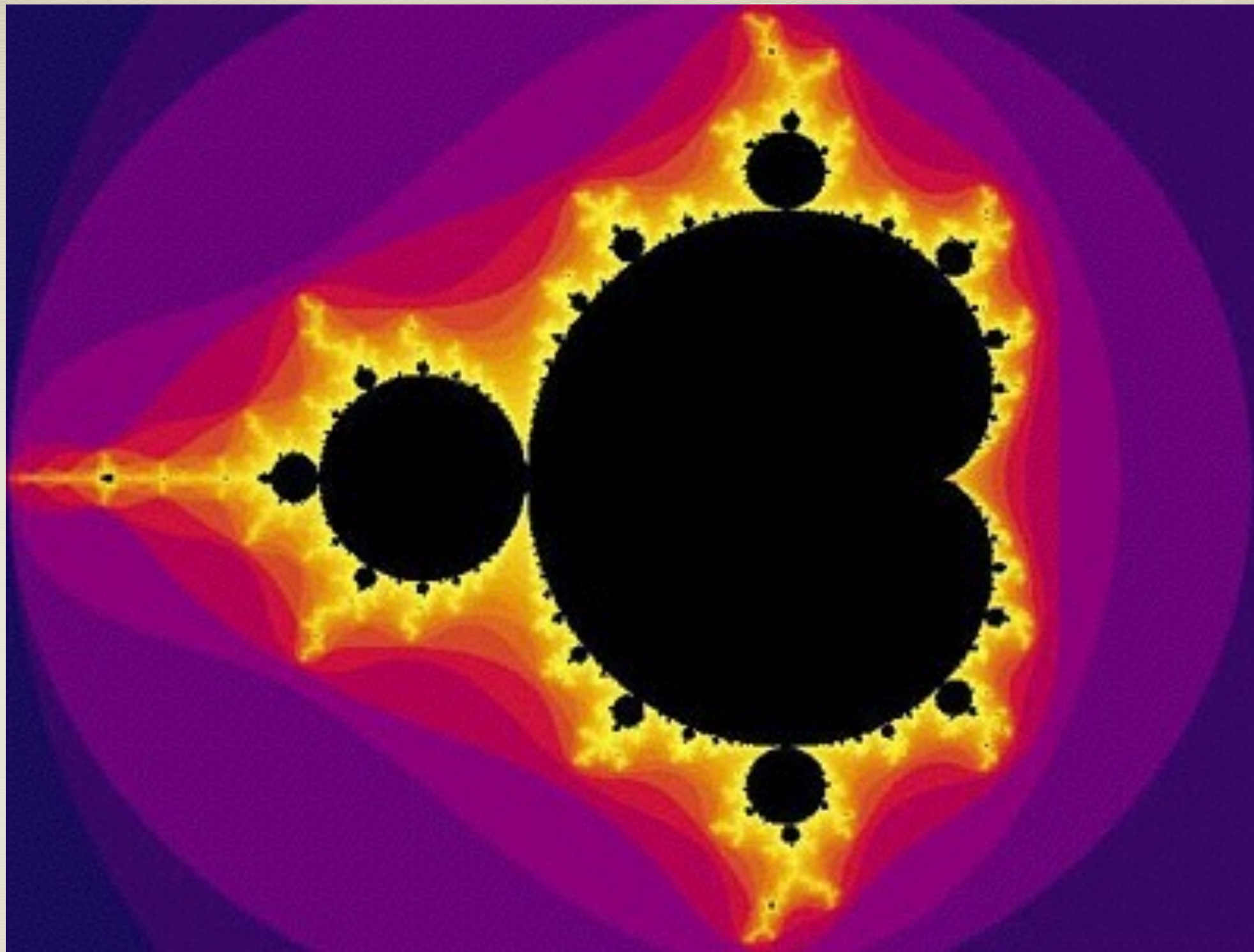
Esiste nell'uomo una facoltà immaginativa, la quale può concepire le cose che non sono, e in un modo in cui le cose reali non sono.

Zibaldone 165





Mandelbrot
1970



È l'insieme dei numeri complessi per i quali è limitata la successione definita da:

$$Z_{n+1} = Z_n^2 + C$$
$$Z_0 = 0$$

1992

π ed M

$$c = -\frac{3}{4} \quad z_{\pm} = \frac{-3}{2(1 \pm 2)} = \left\{ -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right\}$$

$$f(0) = -\frac{3}{4}$$

$$f^2(0) = \frac{9}{16} - \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \left(\frac{3}{4} - 1 \right) = -\frac{3}{16} \quad \left| -\frac{3}{16} \right| < \frac{1}{4} \quad \checkmark$$

$$\forall k \quad |f^k(0)| \leq 1$$

$$|f^{k+1}(0)| = |f^k(0)|^2 - \frac{3}{4} \leq 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{c \in \pi}$$

$$c' = -\frac{3}{4} + i\varepsilon$$

Epsilon iterazione a cui diverge

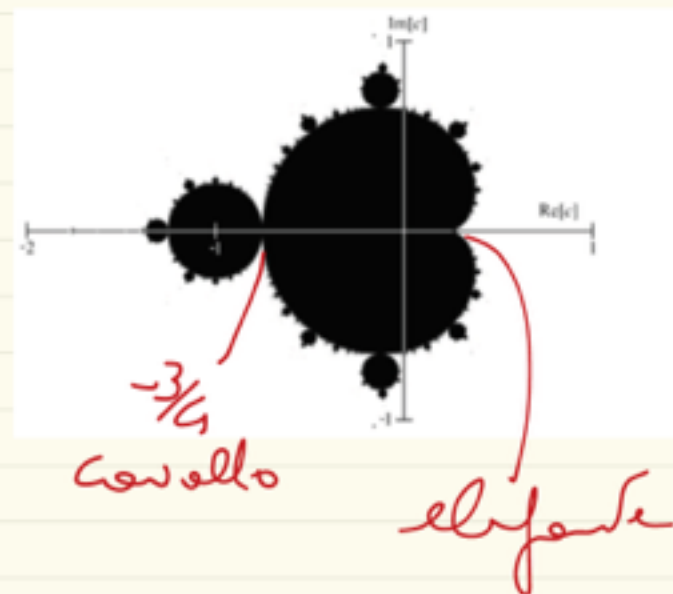
1.0	3
0.1	33
0.01	315
0.001	3143
0.0001	31417
0.00001	314160
0.000001	3141593
0.0000001	31415928

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^{n(\varepsilon)} = \pi$$

Es $n(10^{-k})$ iterazioni per cui sfugge

1.0	2
0.1	8
0.01	30
0.001	97
0.0001	312
0.00001	991
0.000001	3140
0.0000001	9933
0.00000001	31414
0.000000001	99344
0.0000000001	314157

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\sqrt{\varepsilon})^{n(\varepsilon)} = \pi$$



L'affermazione di Hegel e il teatro di Cantor



Infiniti
infiniti



Terra: Senti tu questo suono piacevolissimo che fanno i corpi celesti coi loro moti?

Luna: A dirti il vero, io non sento nulla.

(Operette Morali, Dialogo della Terra e della Luna)

C'è un infinito buono e uno cattivo? Hegel

io quello

infinito silenzio a questa voce

vo **comparando**

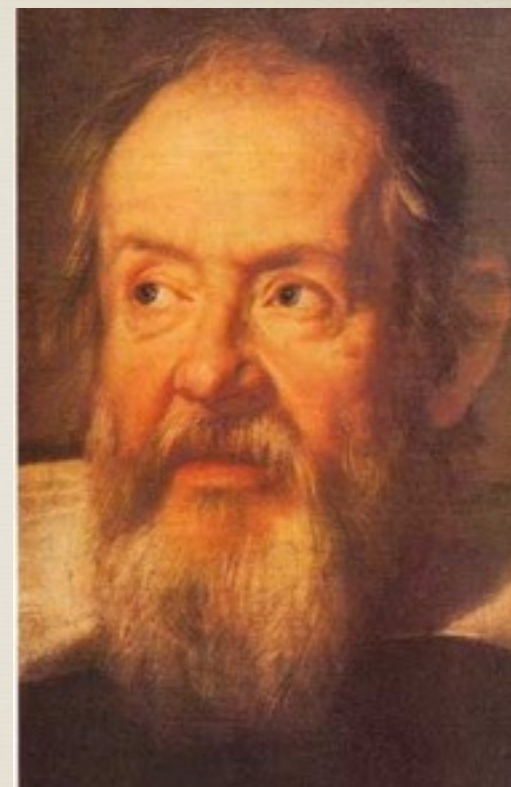
L'infinito

Il tutto è maggiore della

PARTE



Leibnitz



Galileo
1624

C'è un infinito buono e uno cattivo
Hegel

Non possiamo
mettere in
corrispondenza
biunivoca un insieme
finito con un suo
sottoinsieme proprio



DEDEKIND 1870:
un insieme infinito
può essere messo in
corrispondenza
biunivoca con un
suo sottoinsieme



ASSIOMA
esiste un
insieme
infinito

Grand Hotel Hilbert

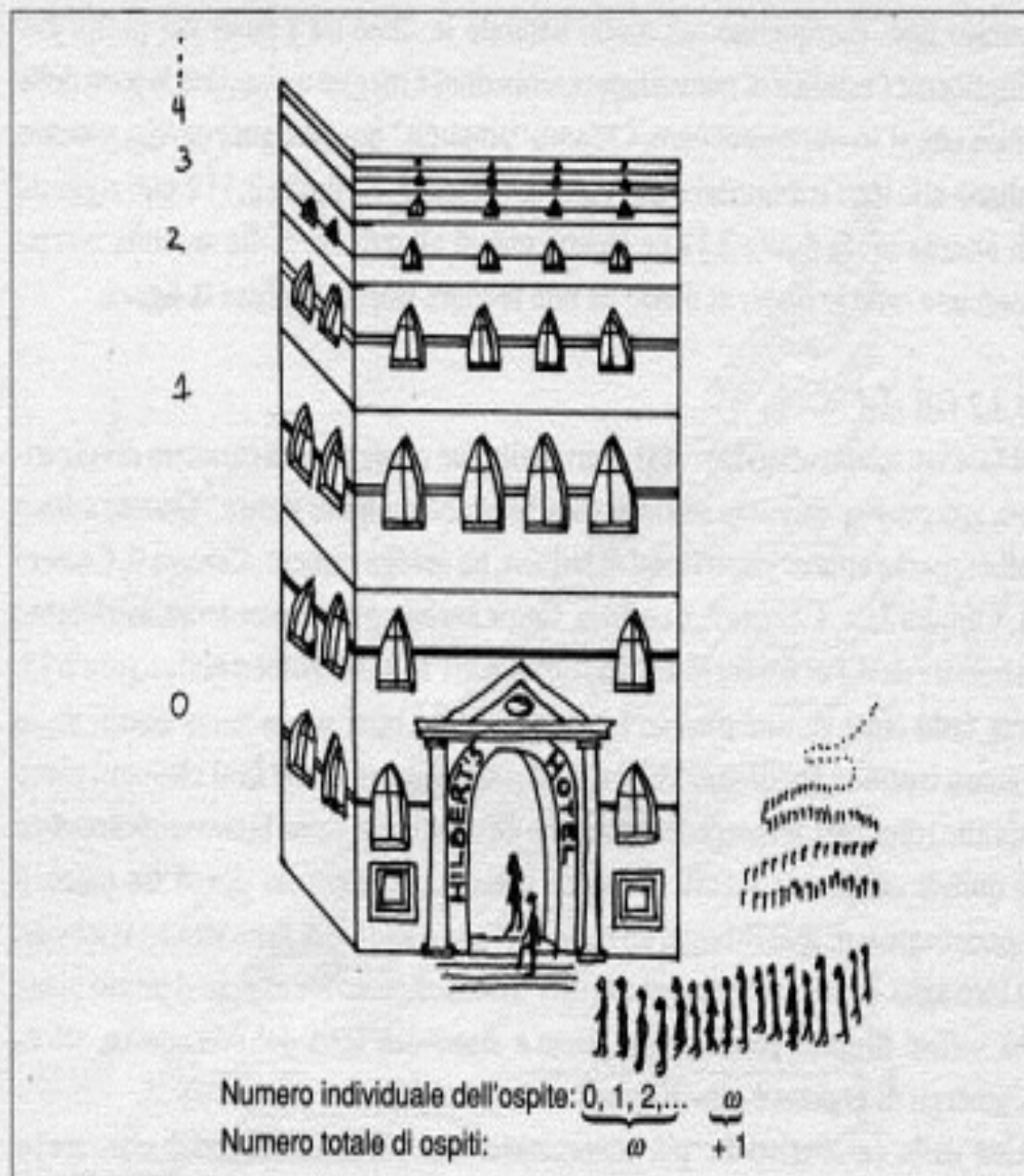
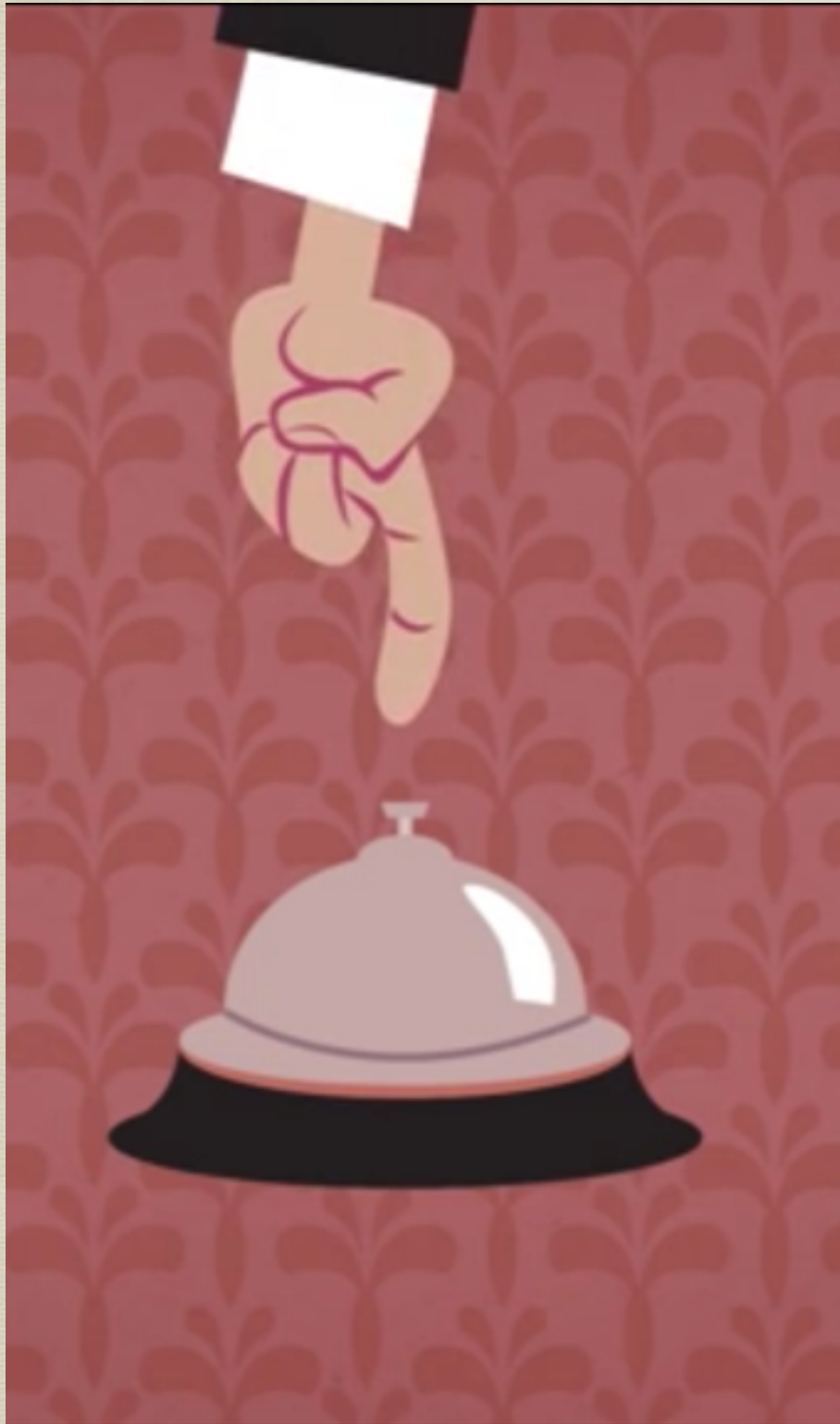


Fig. 2.13.

Come è
costruito?

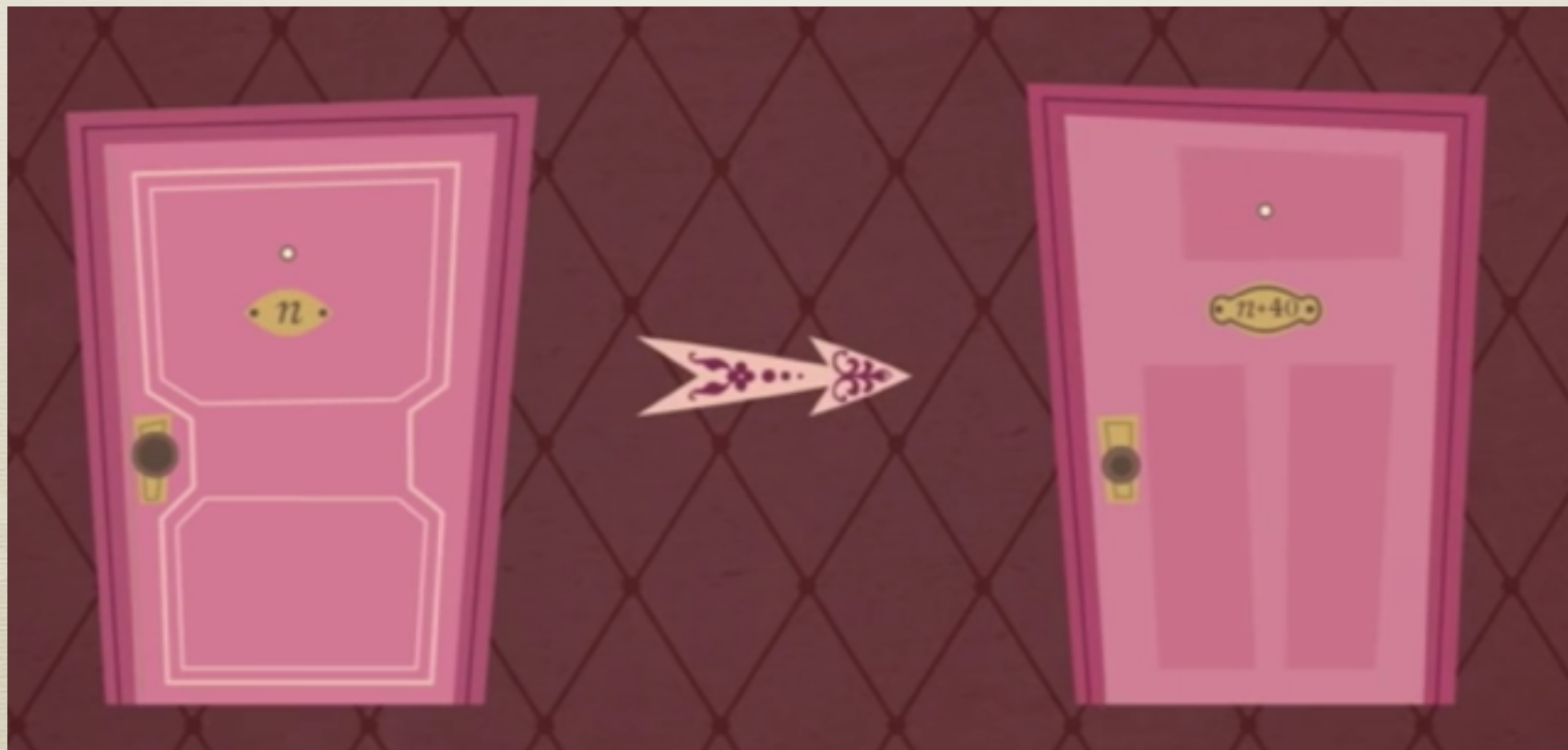
Grand Hotel Hilbert

Come fare?
È completo
ma c'è posto...

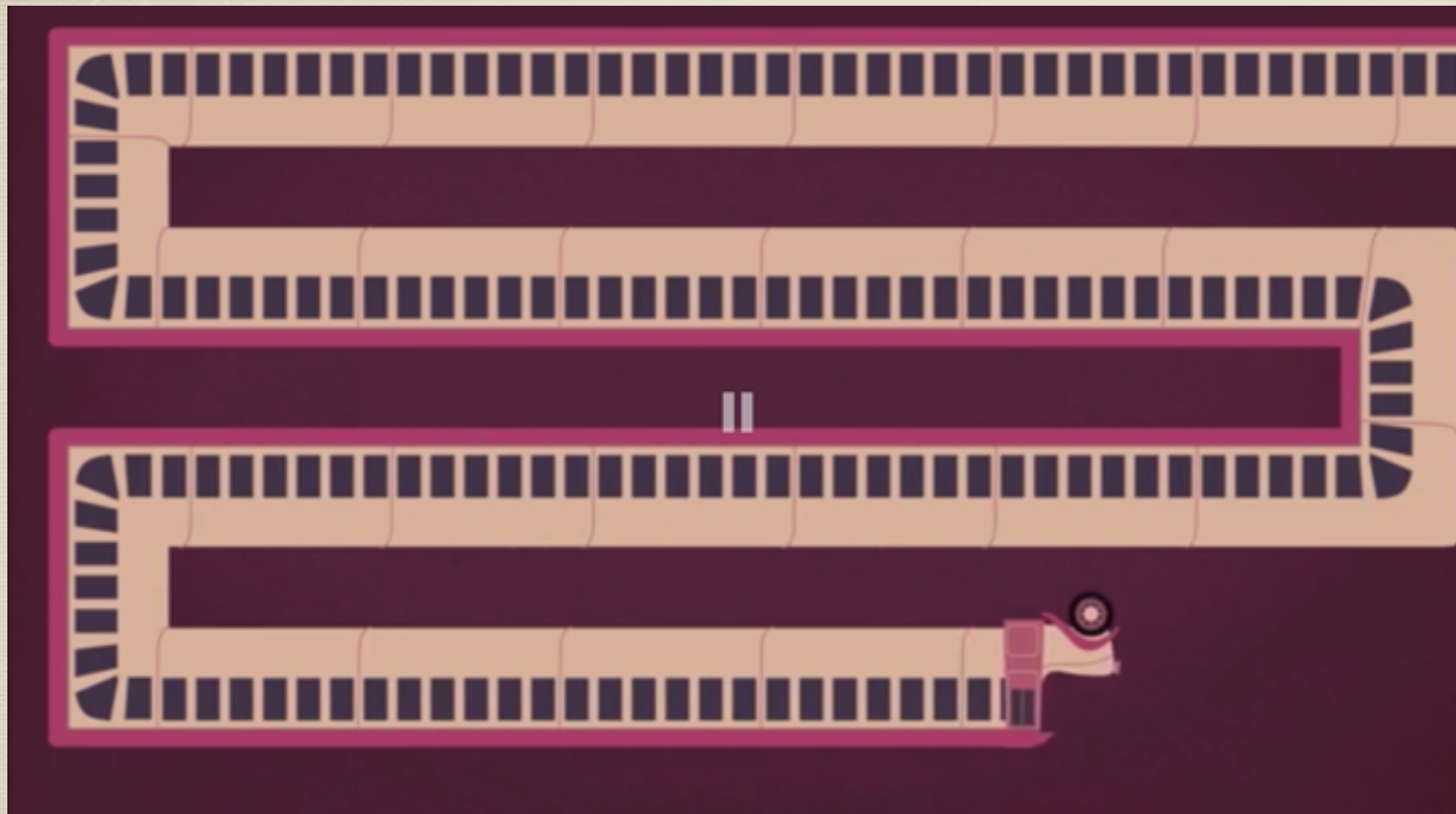


Grand Hotel Hilbert

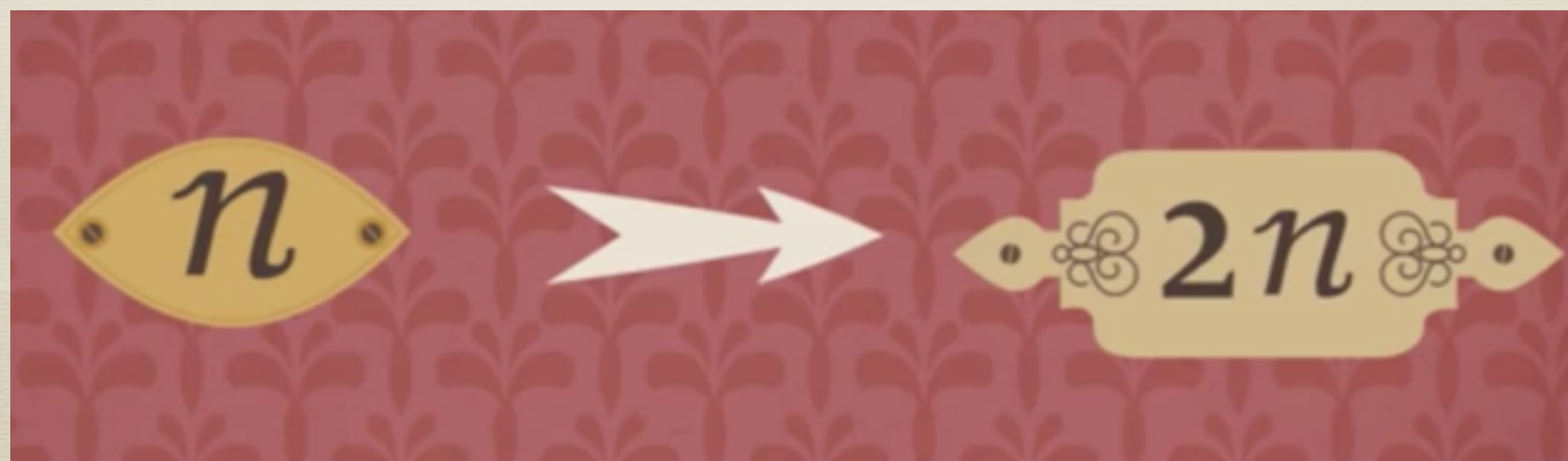
40 ospiti?
Come fare?
È completo
ma c'è posto...



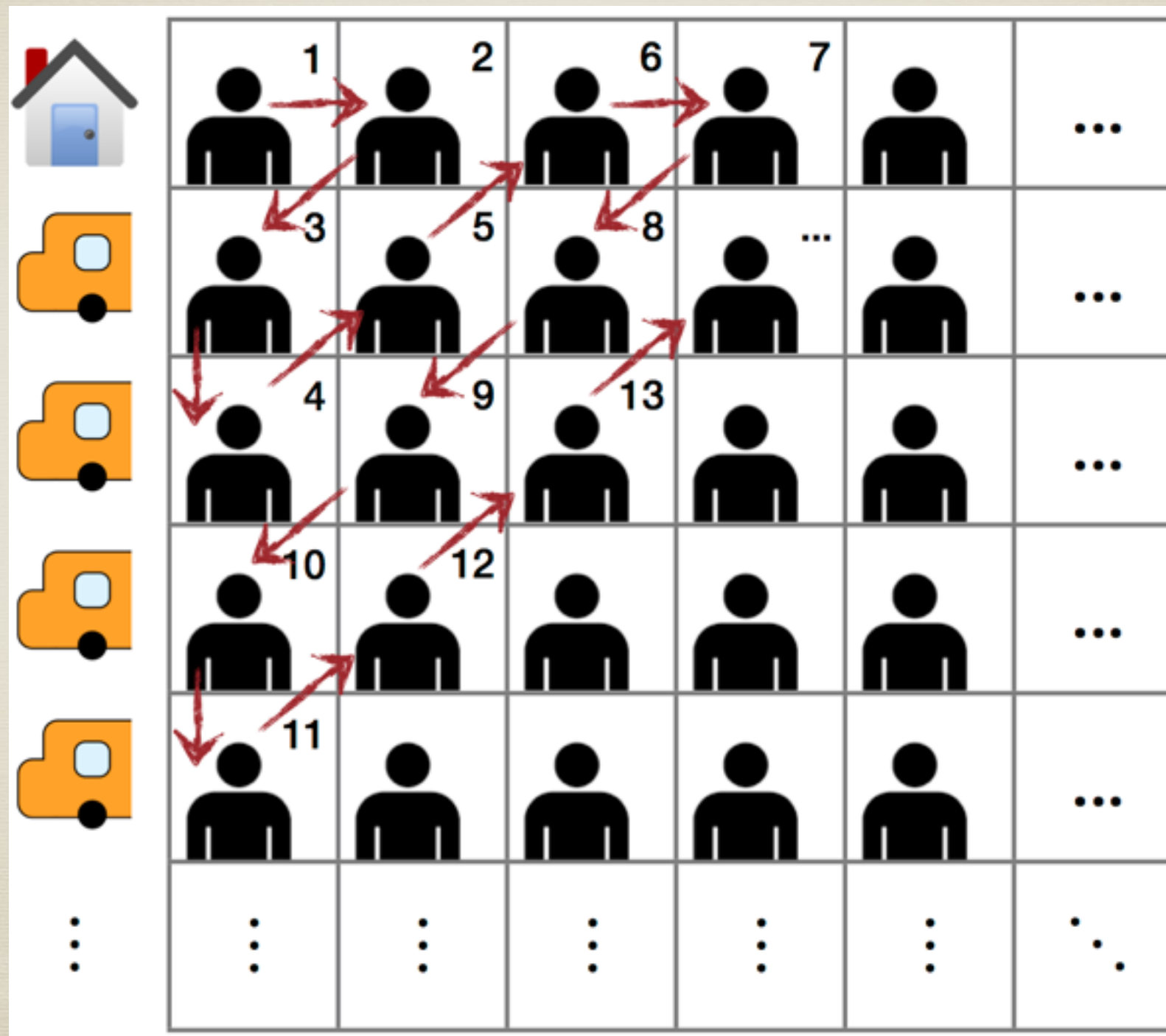
Grand Hotel Hilbert



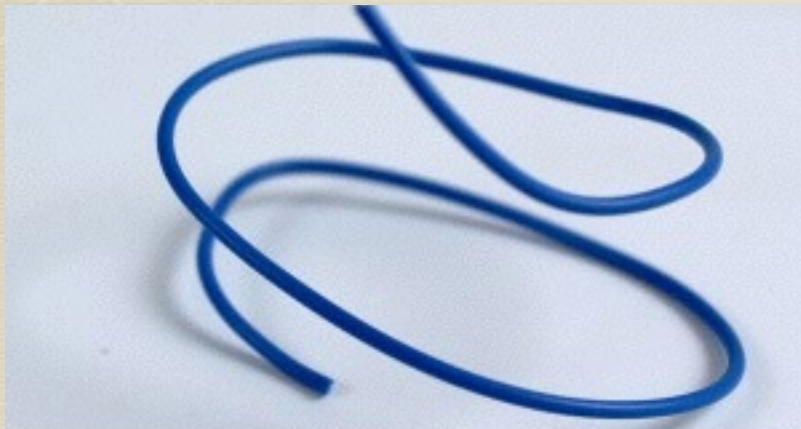
Un bus con
infiniti ospiti?
Come fare?
È completo
ma c'è posto...



Grand Hotel Hilbert



Grand Hotel Hilbert



0,**0**0000000...

0,1**4**159265...

0,23**5**71113...

0,101**0**1010...

0,9876**5**432...

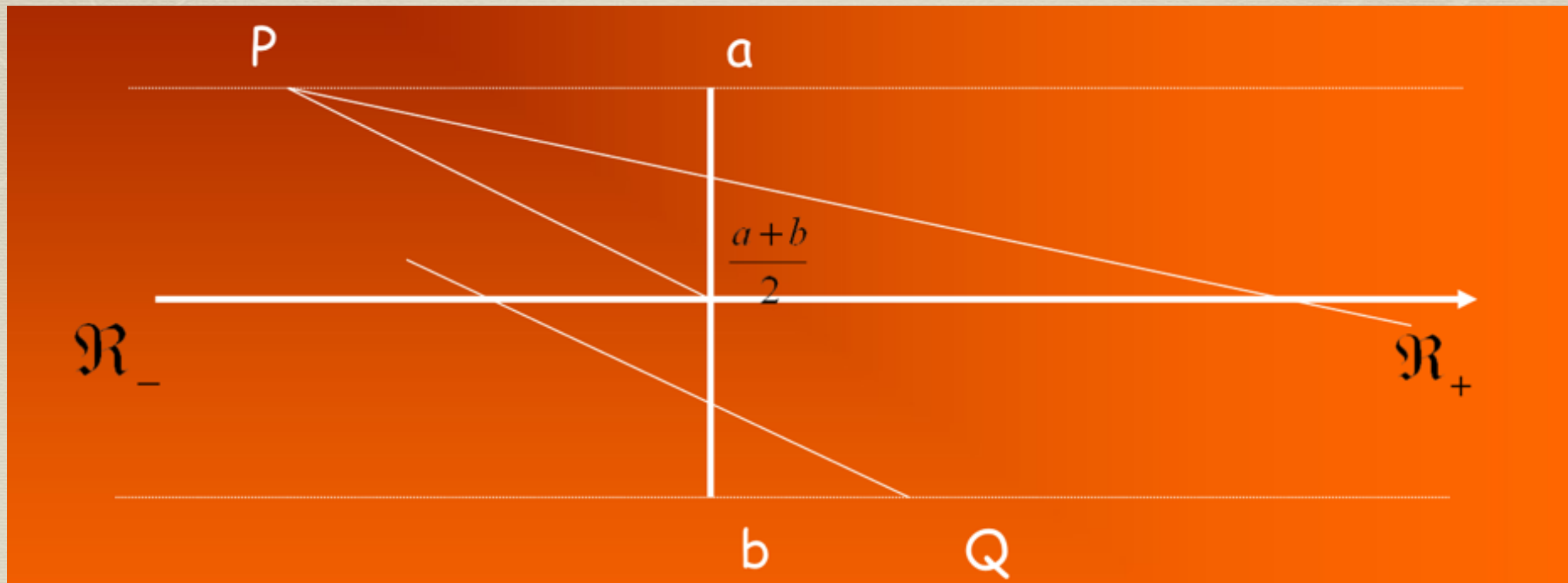
0,11235**8**13...

0,424242**4**2...

0,7727227**7**...

.....

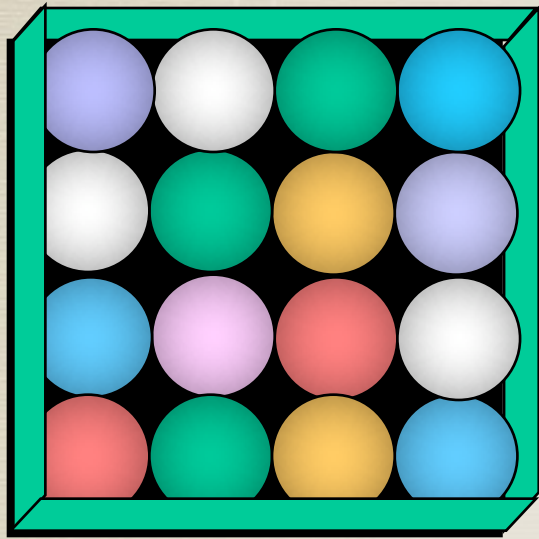
0,77272272...



Insieme ha la potenza del continuo se
equipotente ad un segmento

\mathbb{N} non ha la potenza del continuo
si tratta di infiniti di tipo diverso!!!!

Equipotenti
ad $\{1, 2, \dots, n\}$
si dicono finiti



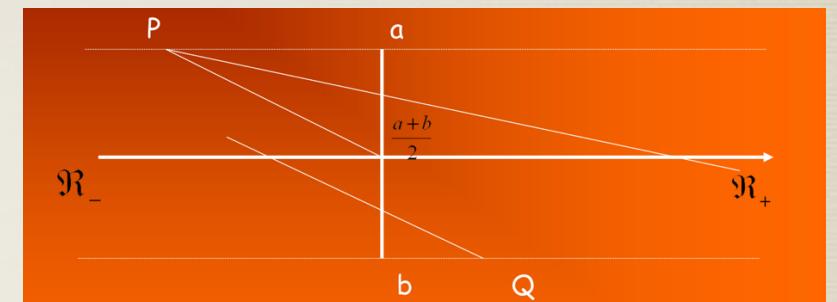
Il continuo
è equipolente
alle parti di \mathbb{N}

Equipotenti
ad \mathbb{N}
numerabili



Nessun insieme
è equipotente
all'insieme
delle sue parti

Equipotenti
ad un segmento
continui



Esistono
infiniti
infiniti
DIM:...

Infiniti



Transfiniti



Cardinali

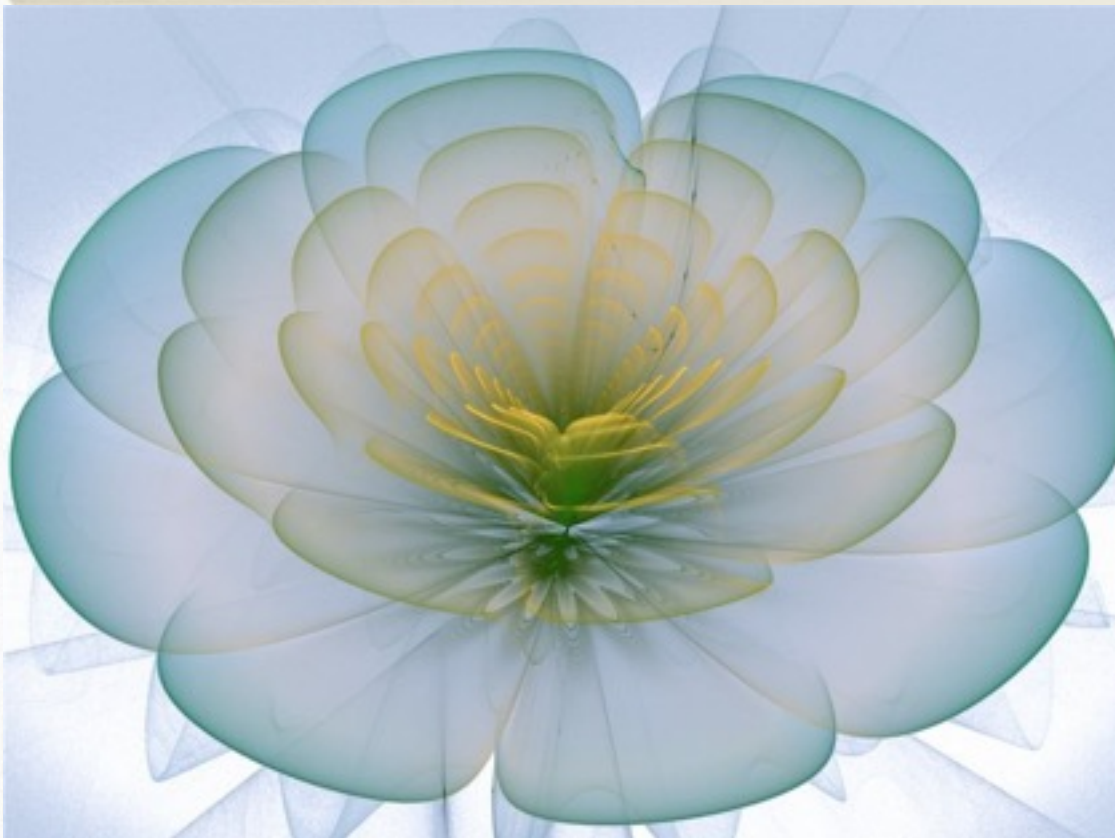


L'infinito assoluto?

Il paradiso di Cantor e il suo Lucifero

Ovvero la cipolla degli infiniti

- * Cantor dimostrò che \mathbb{R} è biiettivo all'insieme delle parti di \mathbb{N}
- * Cantor dimostrò che nessun insieme è biiettivo all'insieme delle sue parti
- * Quindi se \mathbb{N} è infinito numerabile, ma l'insieme dei suoi sottoinsiemi ha la potenza del continuo
- * L'insieme dei sottoinsiemi di \mathbb{R} è un infinito di tipo diverso e così via!!!
- * **Ci sono infiniti intermedi tra \mathbb{N} ed \mathbb{R} ?**



Primo problema di
Hilbert...
INDECIDIBILE!



Conclusione (?)

Wallis
1655



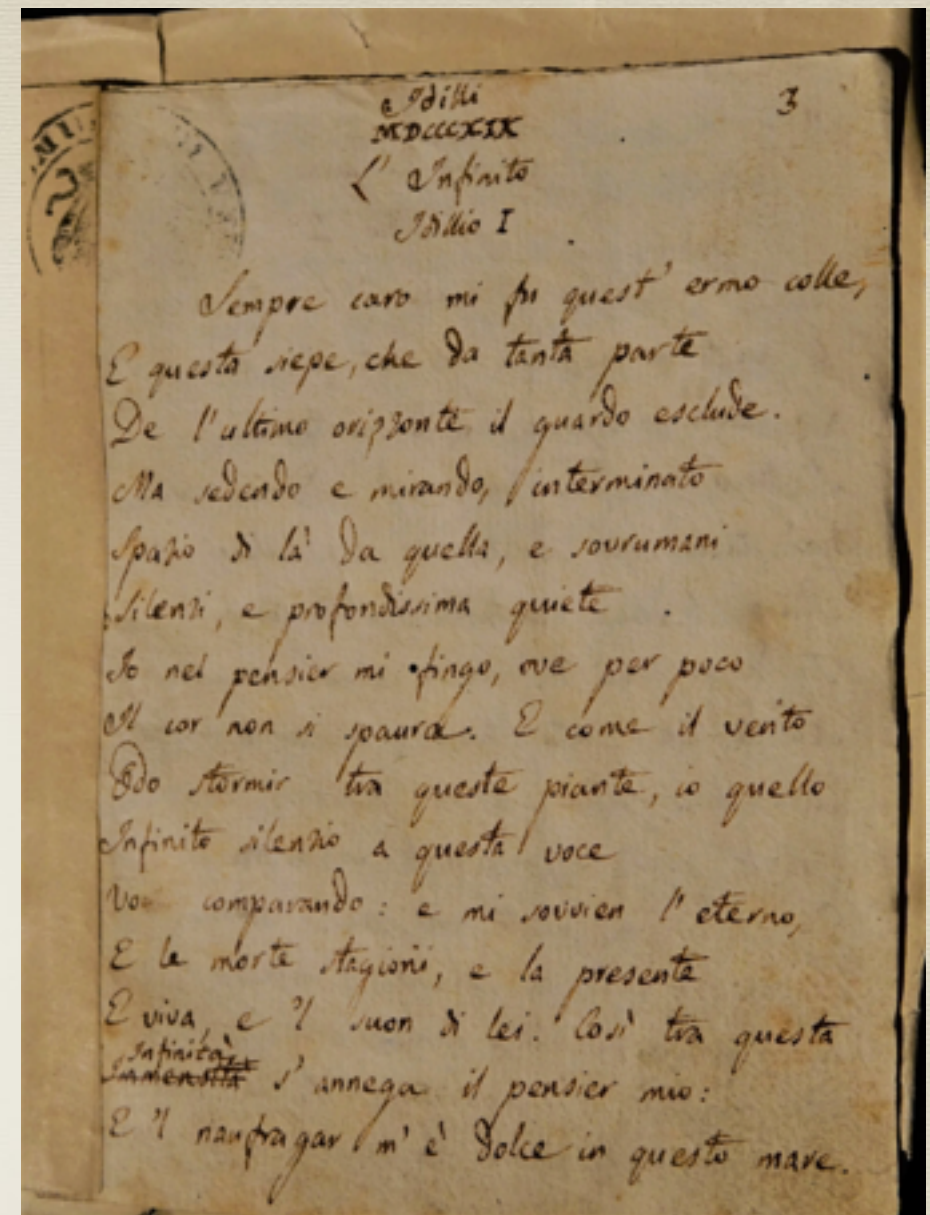
per poco il cor non si paura

L'Infinito

δ_0					


0

x



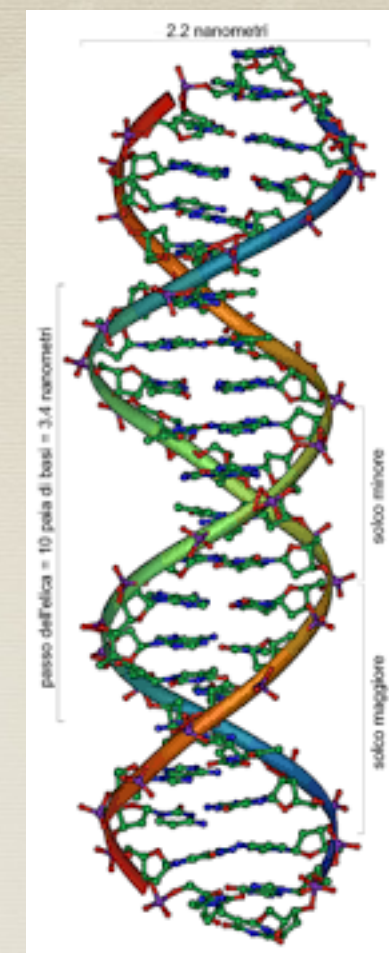
il naufragar m'è dolce in questo mare.

L'Infinito

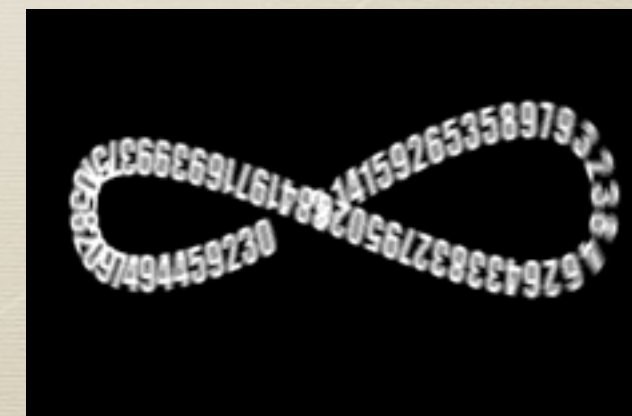
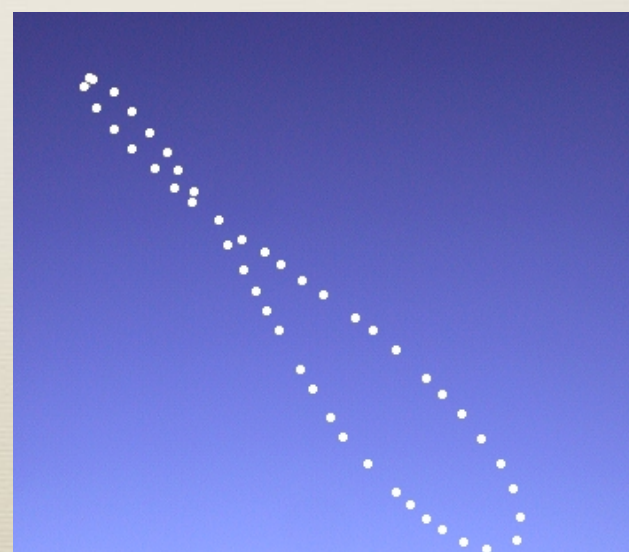
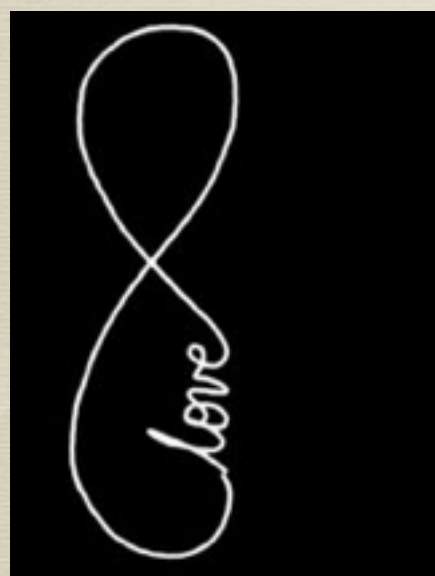
- 
- ∞ l'infinità dei numeri primi gemelli
 - ∞ l'infinità dei numeri perfetti;
 - ∞ l'irrazionalità di alcuni numeri definiti tramite particolari serie;
 - ∞ la trascendenza della serie dei reciproci dei cubi;
 - ∞ la possibilità di trovare tutte le poesie nella coda di pigreco.
 - ∞



**invece della siepe
foreste di simboli
il cor non si spaura?
Per poco?**



Due simboli per scrivere tutti i codici di programma
Sette note (e le pause) per comporre infinite melodie
Dieci cifre per l'infinita coda di pi-greco
Ventisei lettere (e le pause) per tutte le poesie che sentiamo
Duecentocinquantasei colori per la tavolozza digitale
365 giorni per l'analemma
4 molecole per tutti i DNA



Infinite letture

- S. Lucente, Infinite volte e infinite volute, Incroci giugno 2019.
- S. Lucente, Il concetto matematico di cui non possiamo fare a meno: infinito, MaddMaths! 13 novembre 2015
- ...
- U. Bottazzini, Infinito (Il Mulino, 2018)
- Borgato, Pepe, Leopardi e le scienze matematiche, BUMI 1 1998
- ...
- Lucio Lombardo Radice, Infinito
- Racconti Matematici Einaudi 2006
- ...
- E. Bombieri, L'infinito matematico, IAS Princeton web
- C. Bernardi, Una tentazione affascinante. Sull'infinito in matematica, Asimmetrie 2016 web
- ...
- Tu, Storia dell'infinito secondo me aggiungendoci una domanda, InYouMind 11 Febbraio 2020