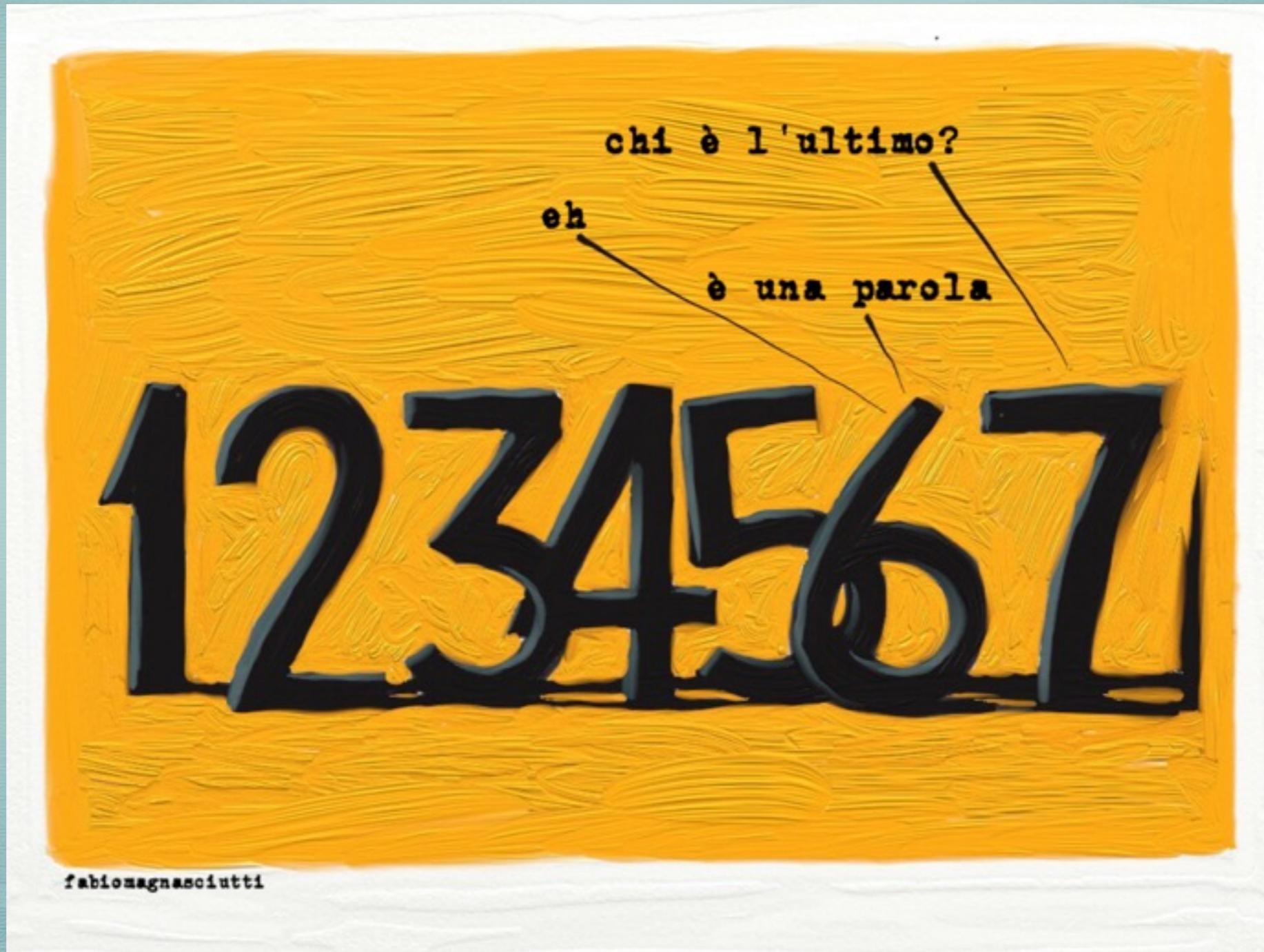


Gli studenti che vedranno l'infinito

di Sandra Lucente



Orientamento Consapevole
11.02.2020 ore 15.00 Aula I Dipartimento di Matematica

L'Infinito

"Sempre caro mi fu quest'ermo colle,
e questa siepe, che da tanta parte
dell'ultimo orizzonte il guardo esclude.
Ma sedendo e mirando, interminati
spazi di là da quella, e sovrumani
silenzi, e profondissima quiete
io nel pensier mi fingo, ove per poco
il cor non si spaura. E come il vento
odo stormir tra queste piante, io quello
infinito silenzio a questa voce
vo comparando: e mi sovviene l'eterno,
e le morte stagioni, e la presente
e viva, e il suon di lei. Così tra questa
immensità s'annega il pensier mio:
e il naufragar m'è dolce in questo mare.



Giacomo Leopardi (1819)

Percepire l'infinito



Infinite volte



Infinite volute

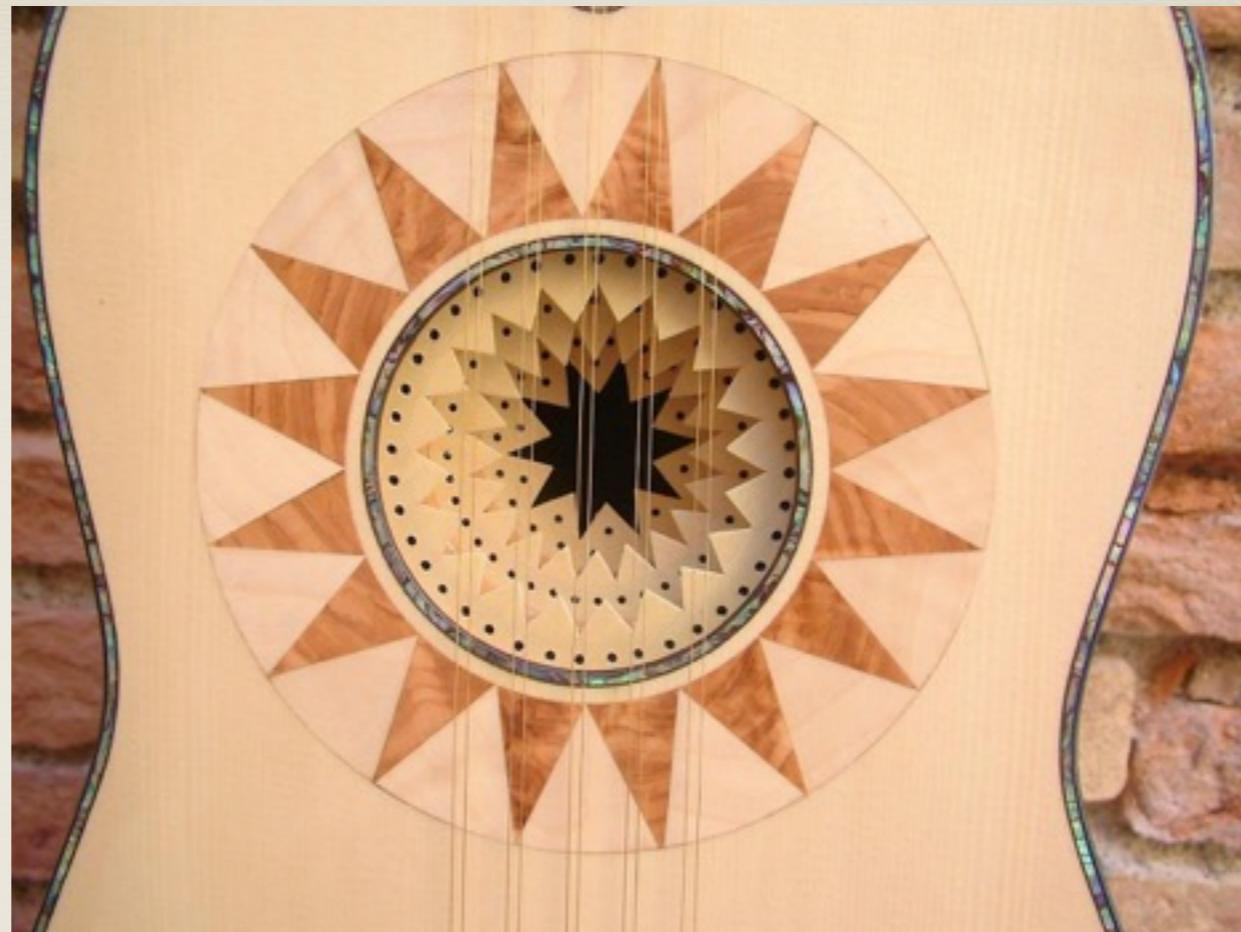
E poi c'è l'infinito metafisico

Un oggetto infinitamente bello!

Finito



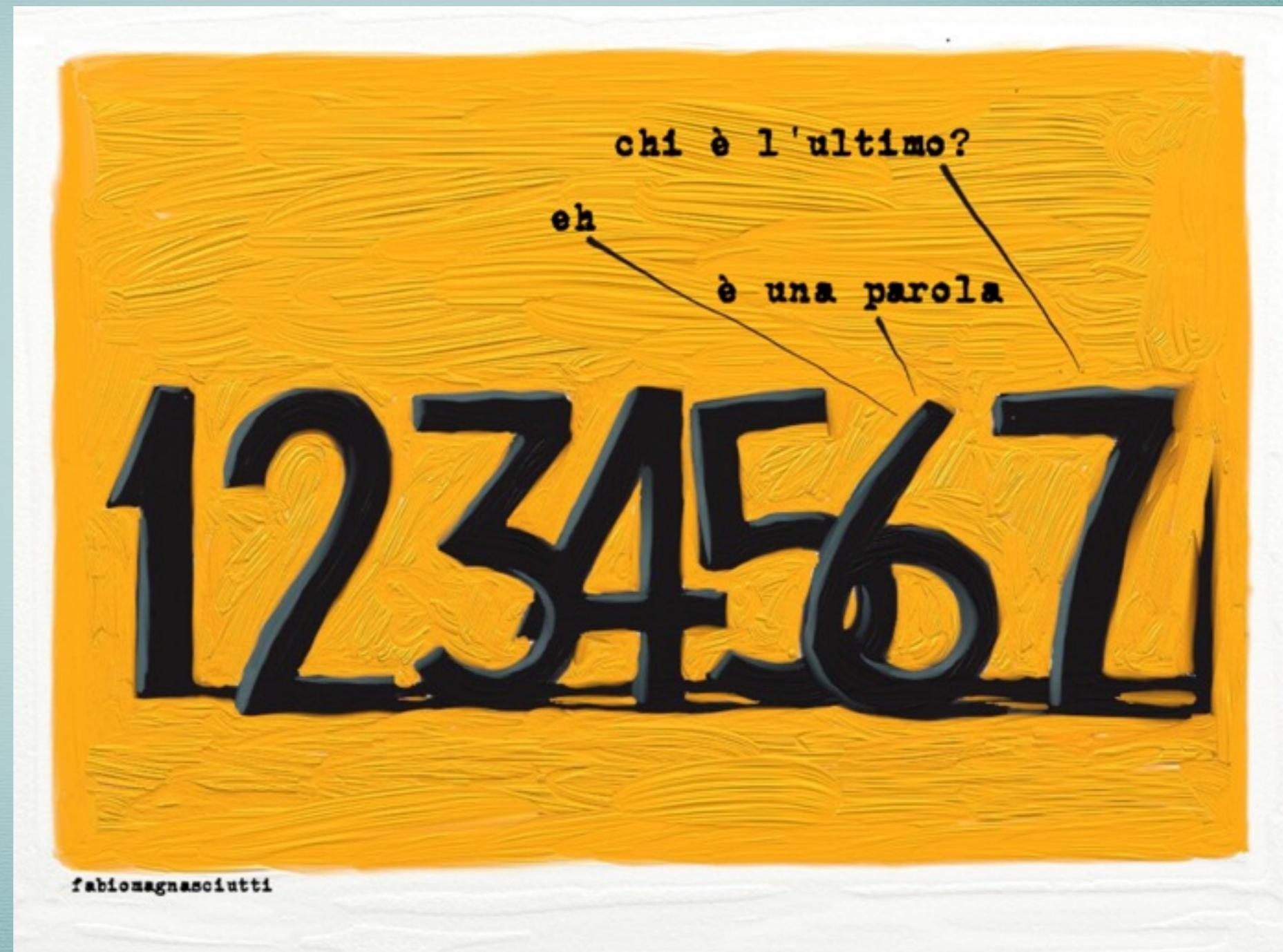
Infinità
Rettilinea



Infiniti
Passi

Il finito
nell'infinito

La cautela di Euclide



Ma sedendo e mirando, interminati
spazi di là da quella, e **sovrumani**
silensi, e profondissima quiete
io nel pensier mi fingo, ove per poco
il cor non si spaura.

L'Infinito

Elementi, Libro XI prop XX, Leopardi ne aveva tre copie



Euclide
IV a.C.

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37
41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113	127	131	137	139	149	151
157	163	167	173	179	181	191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251	257	263	269	271	277	281
283	293	307	311	313	317	331	337	347	349	353	359
367	373	379	383	389	397	401	409	419	421	431	433
439	443	449	457	461	463	467	479	487	491	499	503
509	521	523	541	547	557	563	569	571	577	587	593
599	601	607	613	617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719	727	733	739	743
751	757	761	769	773	787	797	809	811	821	823	827
829	839	853	857	859	863	877	881	883	887	907	911
919	929	937	941	947	953	967	971	977	983	991	997

I segreti di Pitagora

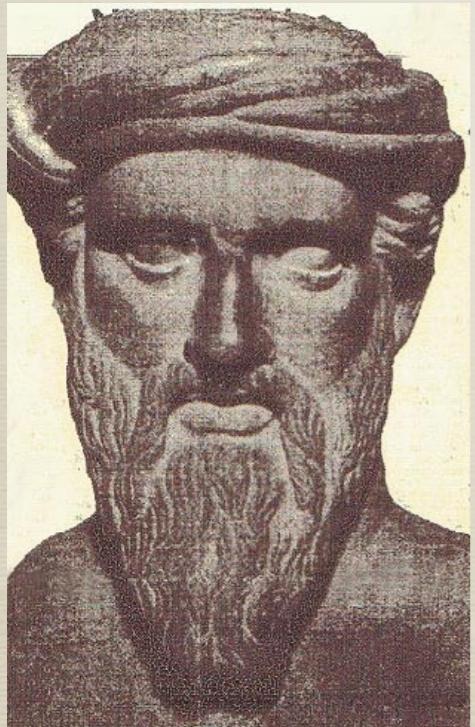
L'infinito
disegnabile



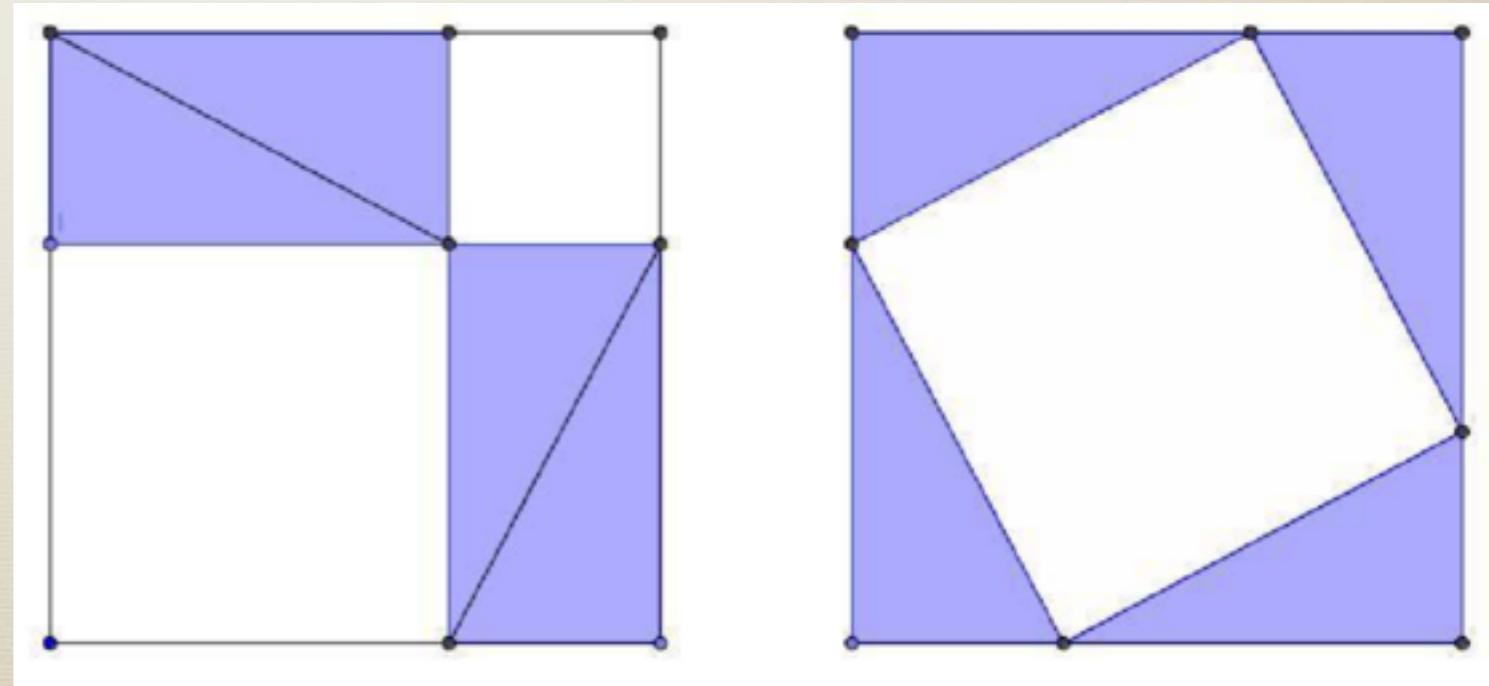
La tendenza nostra verso un infinito che non comprendiamo, forse proviene da una cagione semplicissima, e più materiale che spirituale

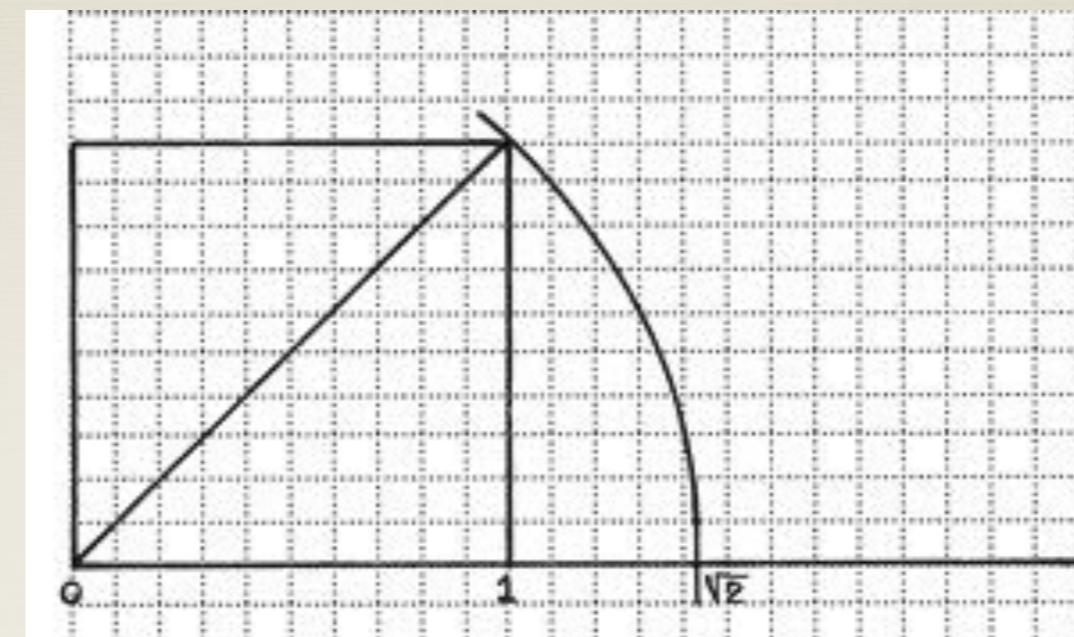
Zibaldone 165

Elementi, Libro I, Prop XLVII, Leopardi ne aveva tre copie

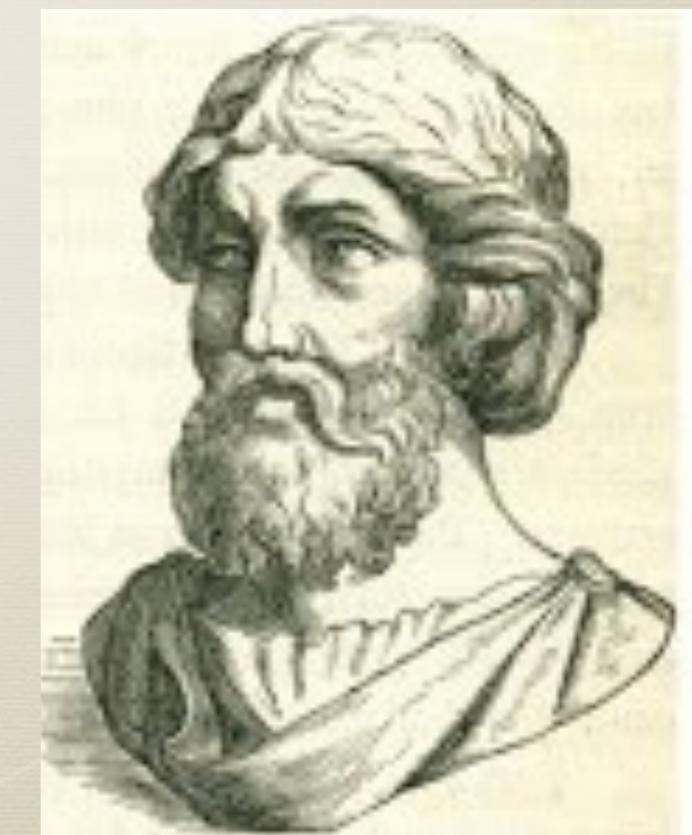
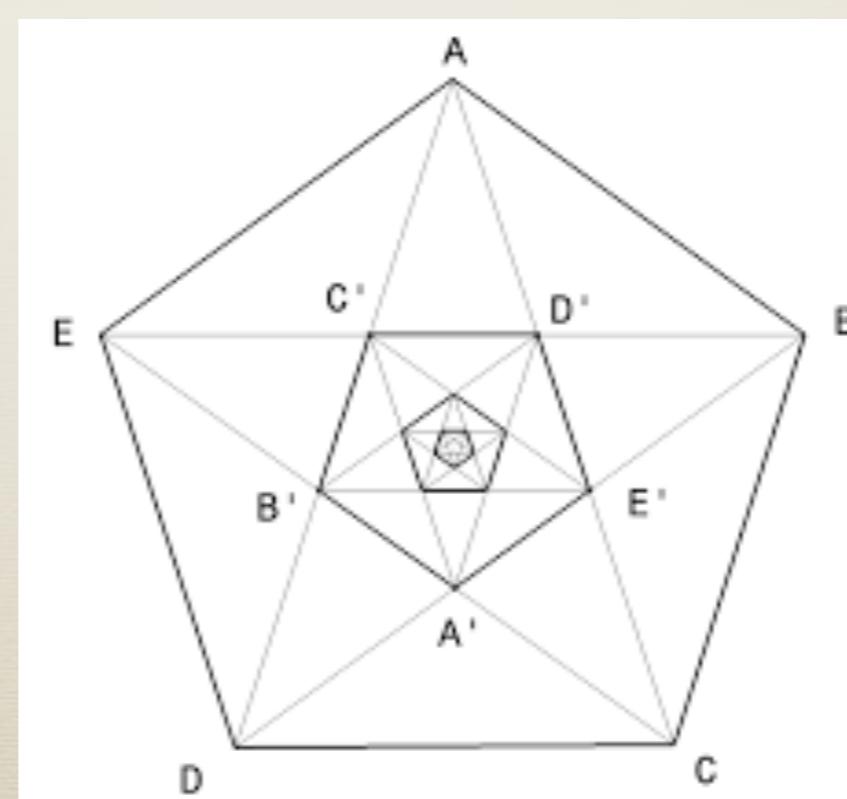
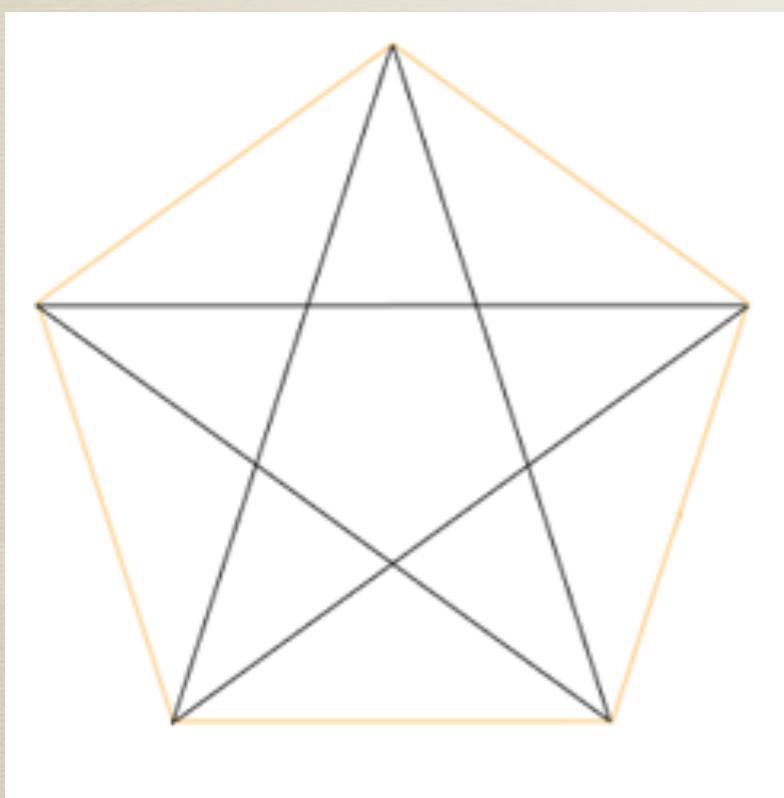


Pitagora
V a.C





Ippaso
V a.C



Il dubbio di Saccheri, Bolay, Lobacievski, Riemann, Beltrami, Poincarè

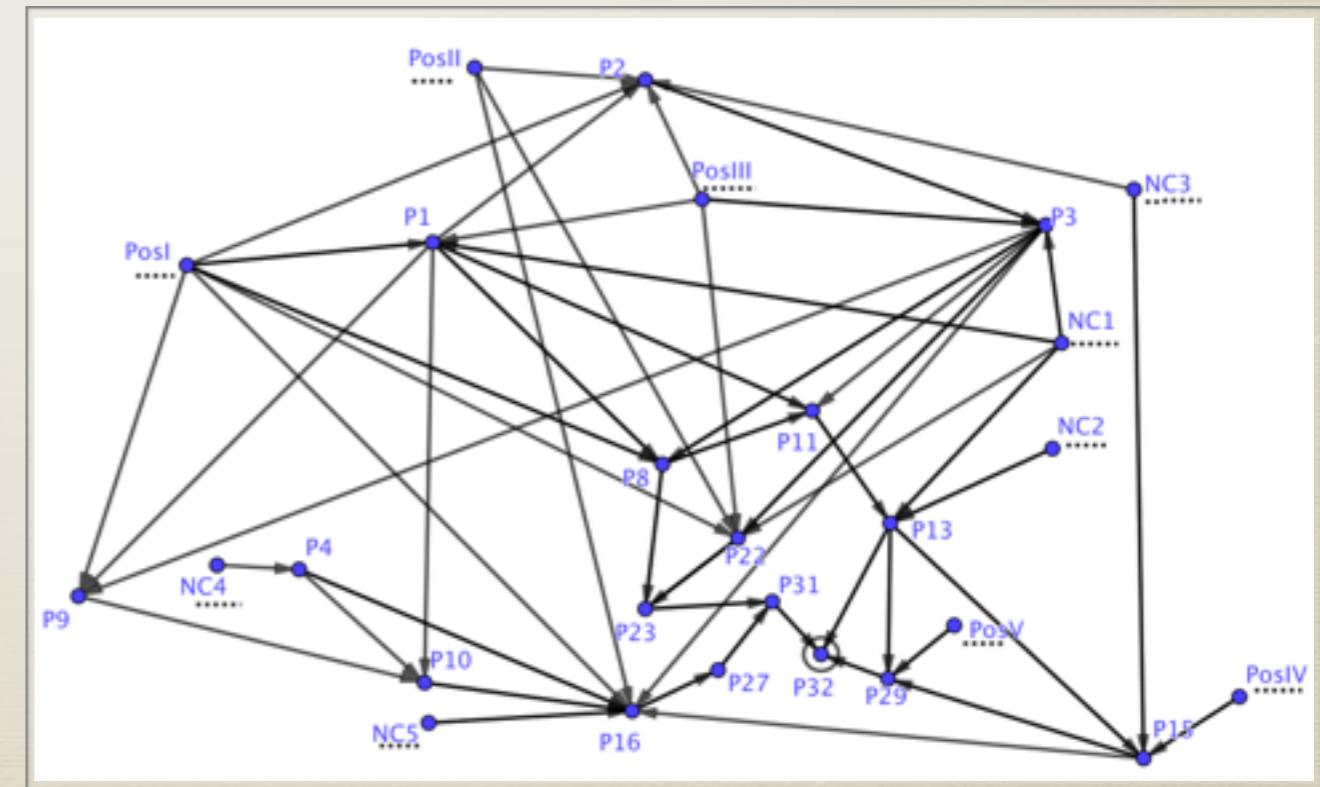
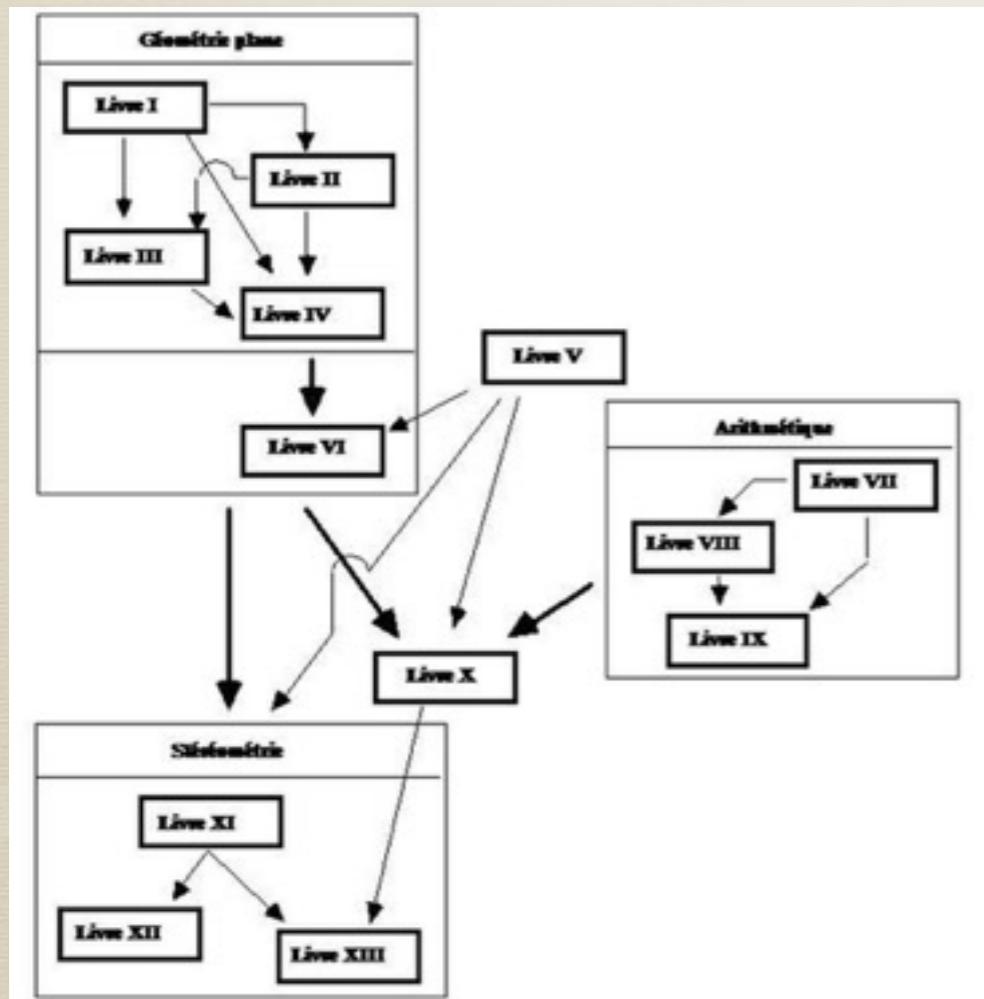
L'infinito nel
finito



Il credere l'universo infinito è un'illusione ottica:
almeno tale è il mio parere.

Zibaldone 4292

Elementi, Libro I, Postulato V, Commandino 1575 ad Urbino

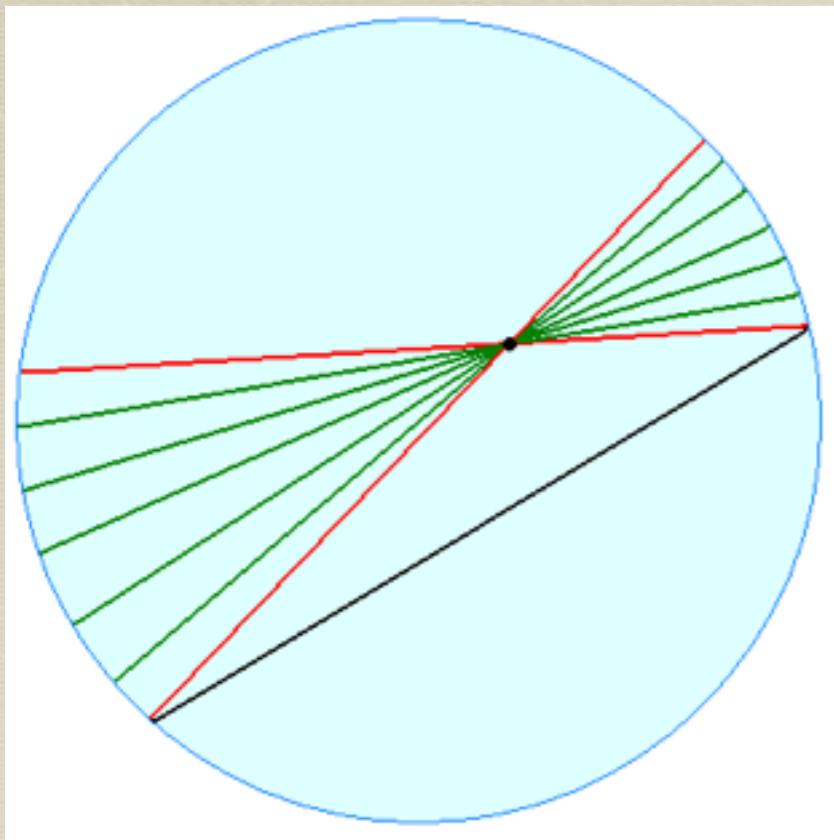


Sempre caro mi fu quest'ermo colle,
e questa siepe, che da tanta parte
dell'ultimo orizzonte il guardo esclude.

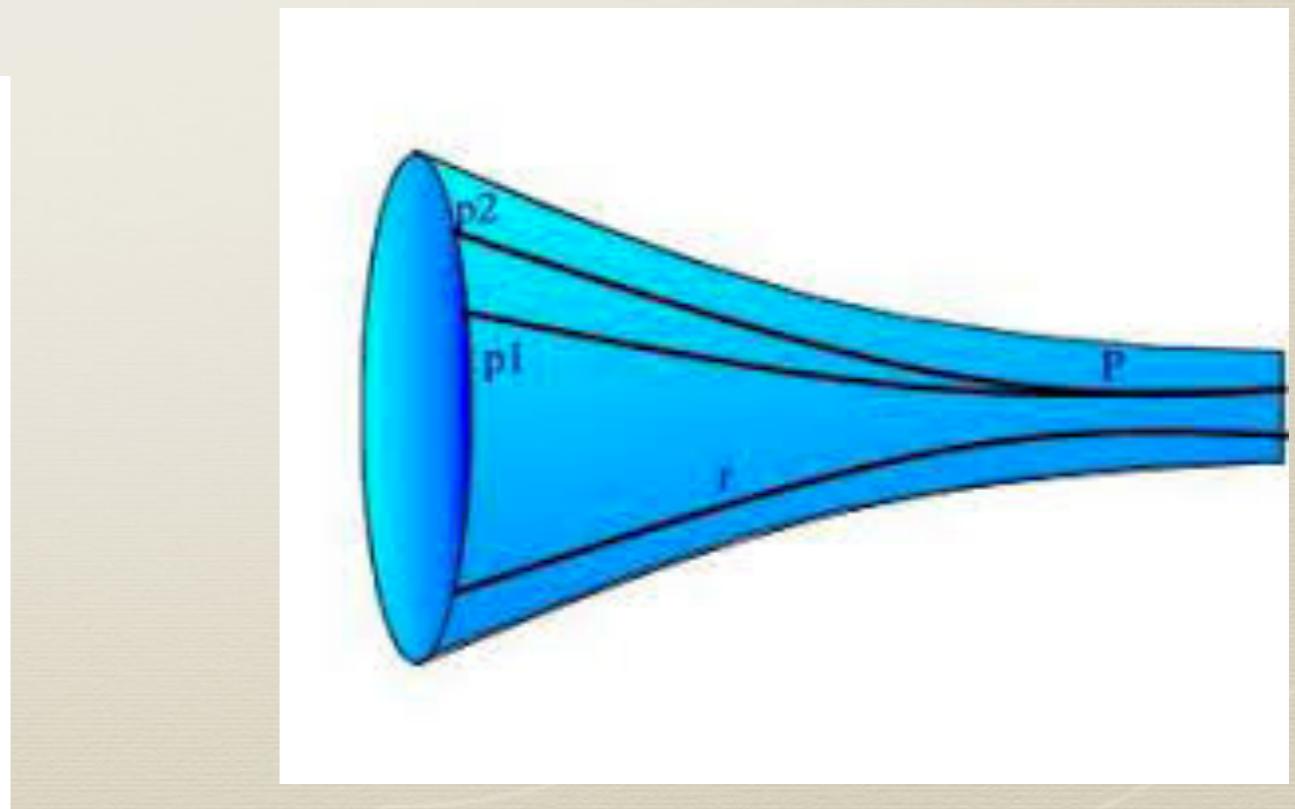
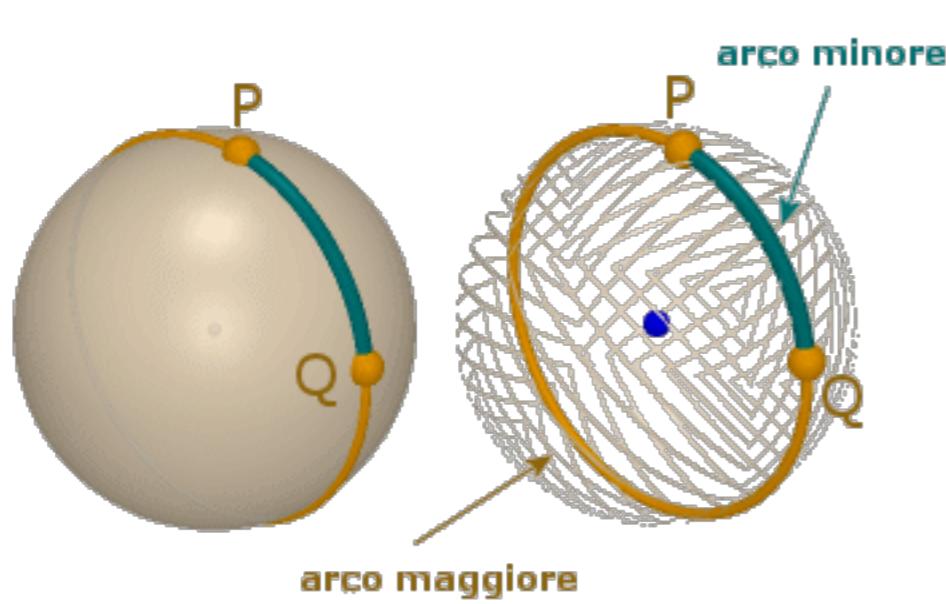
1819 G.L. L'Infinito

V postulato: Se una retta che taglia altre due rette determina dallo stesso lato angoli interni minori di due angoli retti, prolungando le due rette, esse si incontreranno dalla parte dove i due angoli sono minori di due retti.

V postulato: Dati una retta r e un punto P non appartenente ad r , esiste una e una sola retta passante per P e parallela ad r
(1795 Playfair)



DEF. IV Una retta è una linea che giace ugualmente rispetto ai punti su di essa.



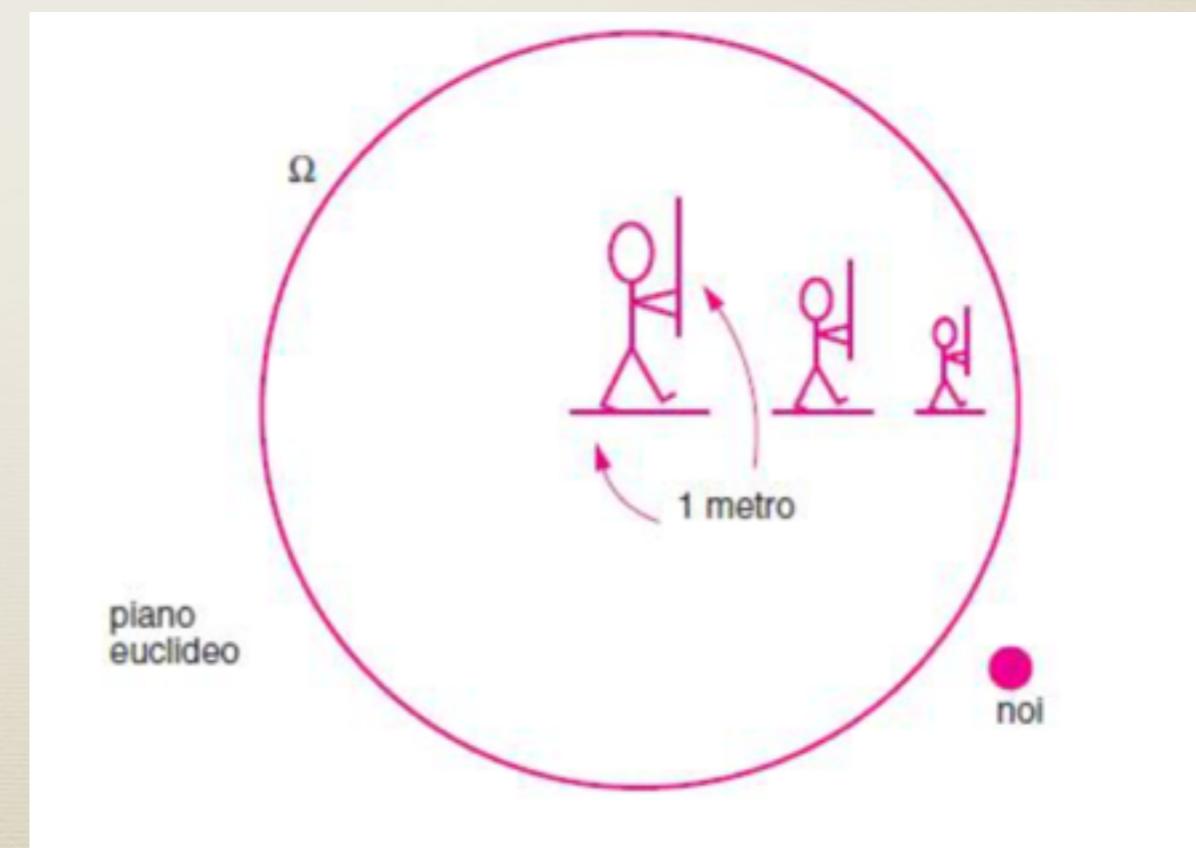
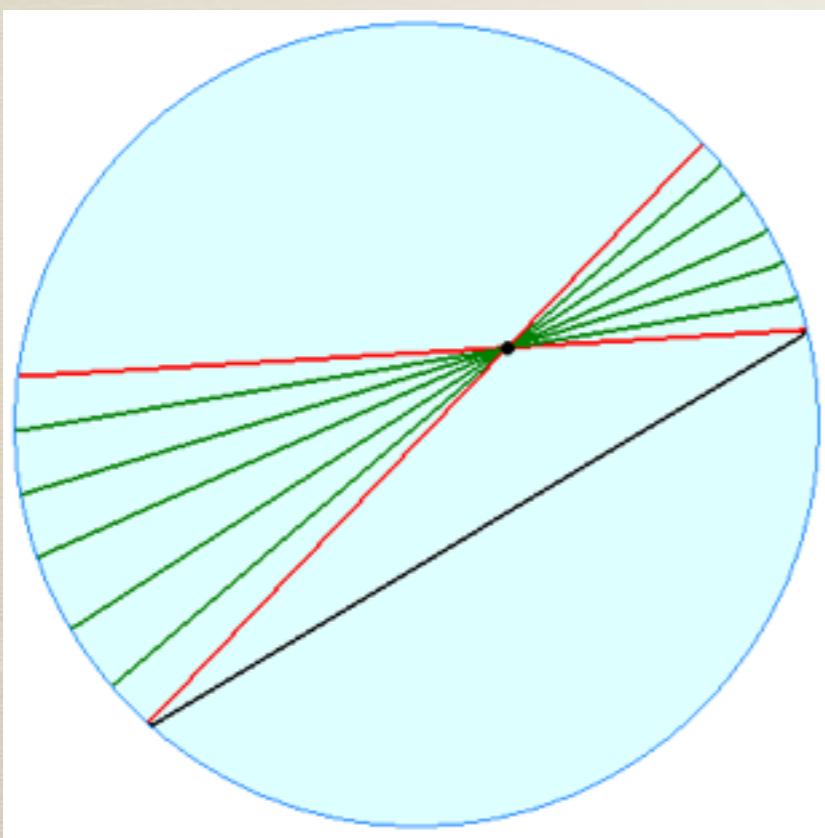
LA GEOMETRIA MUSCOLARE

LA GEOMETRIA VISIVA

(non ci sono angoli, non ci sono distanze)

LA GEOMETRIA TATTILE

(vietata ai Munduruku)



La domanda di Zenone e la risposta di Eulero

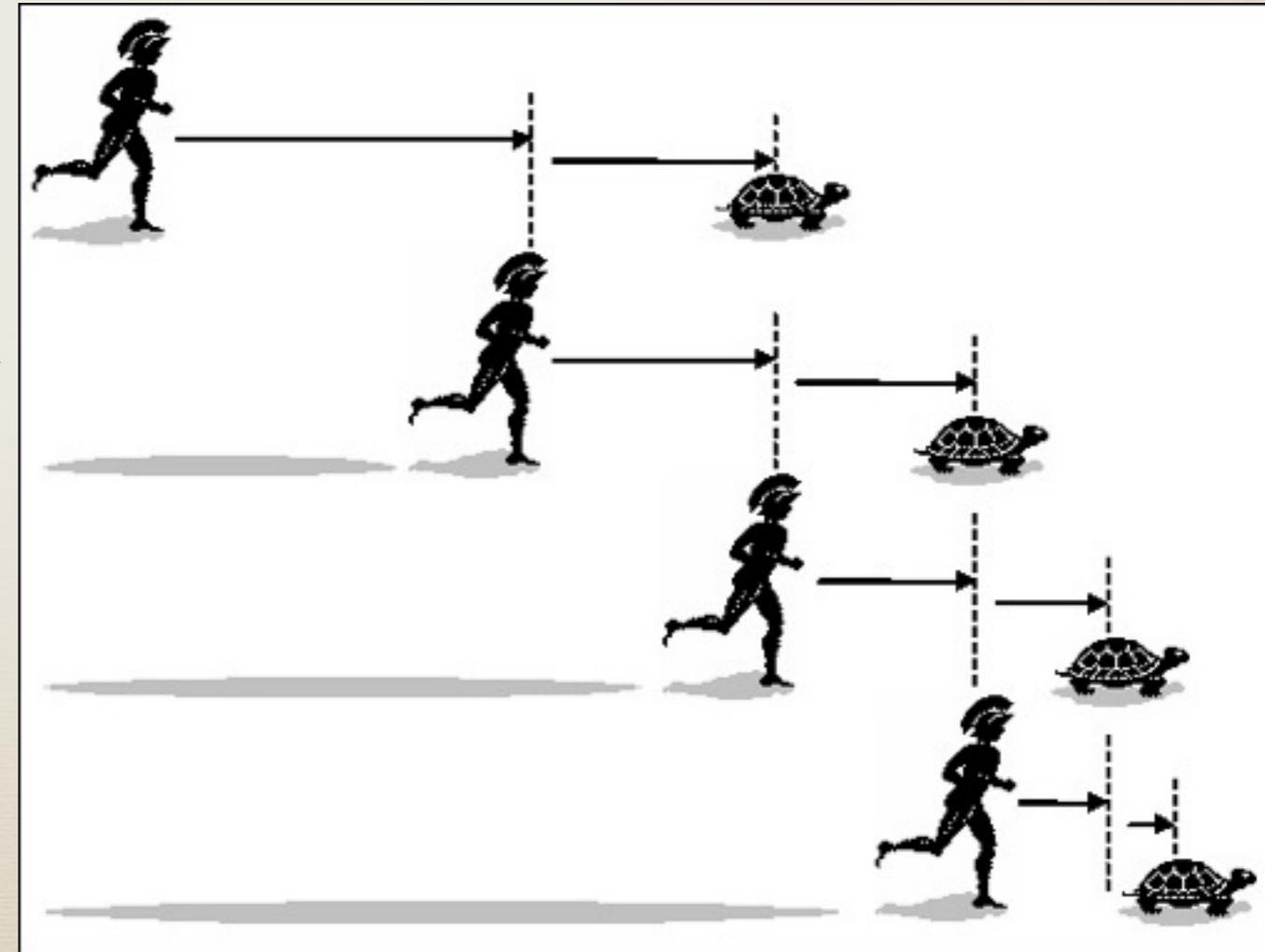


Infiniti
infinitesimi
danno il finito

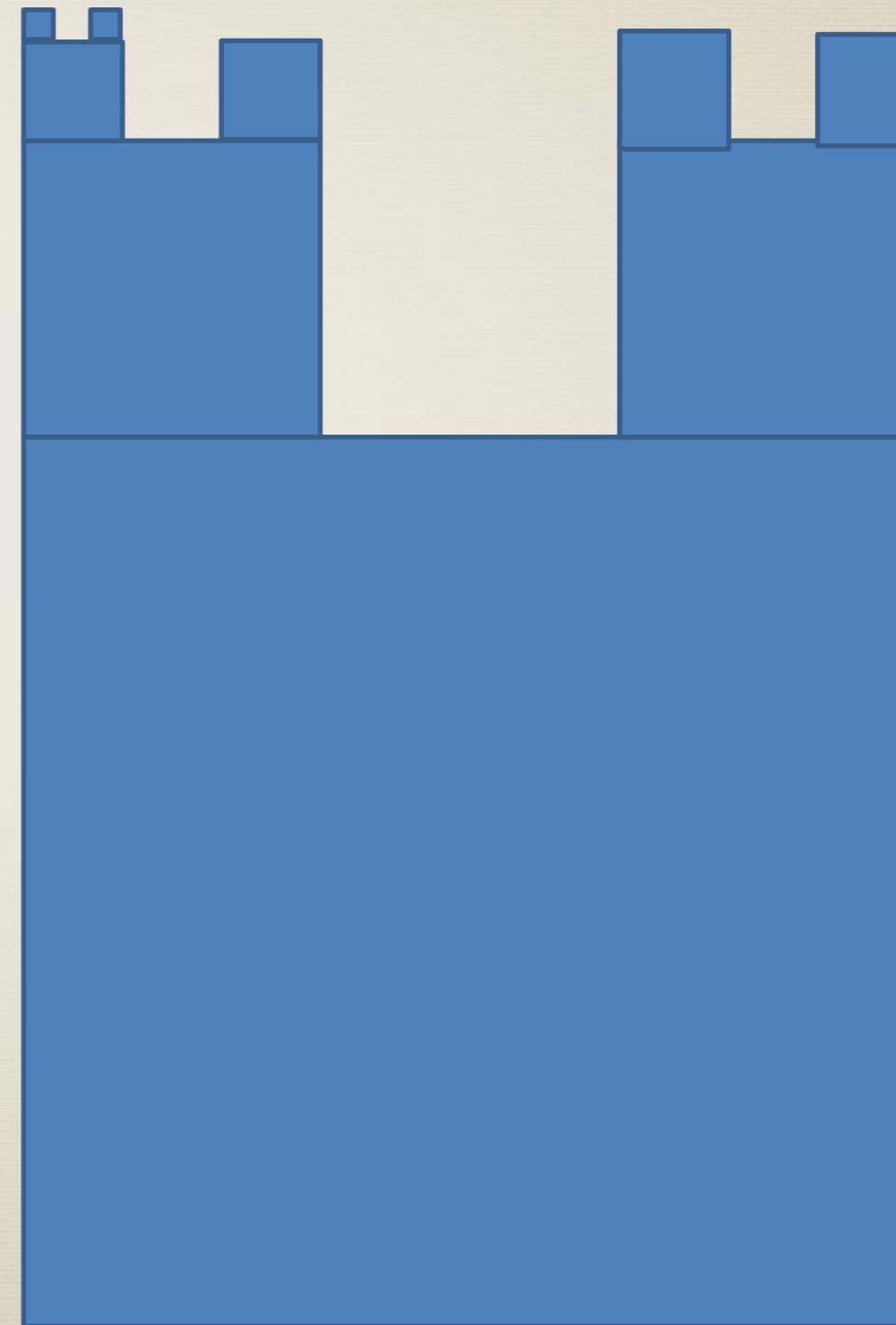
Ci ho veduto una serie di ragionamenti che può **imbrogliare** e **inquietare**, e io per mia natura non sono lontano dal dubbio anche sopra le cose credute **indubitabili**, però avendo nella mente le risposte che a quei ragionamenti si possono e debbono fare, per mia **quiete** le scrivo.

(Zibaldone 15)

Zenone
V a.C.



Una torre infinita... ma non troppo



STATTE



Pezzi piccoli danno sempre il finito?
O meglio il limitato?



STELE DAUNE
MANFREDONIA





Procedendo
all'infinito che
succede?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\varphi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \ddots}}}}$$



$$\sqrt{\phi + 2} - \phi = \cfrac{e^{-2\pi/5}}{1 + \cfrac{e^{-2\pi}}{1 + \cfrac{e^{-4\pi}}{1 + \cfrac{e^{-6\pi}}{1 + \dots}}}}$$

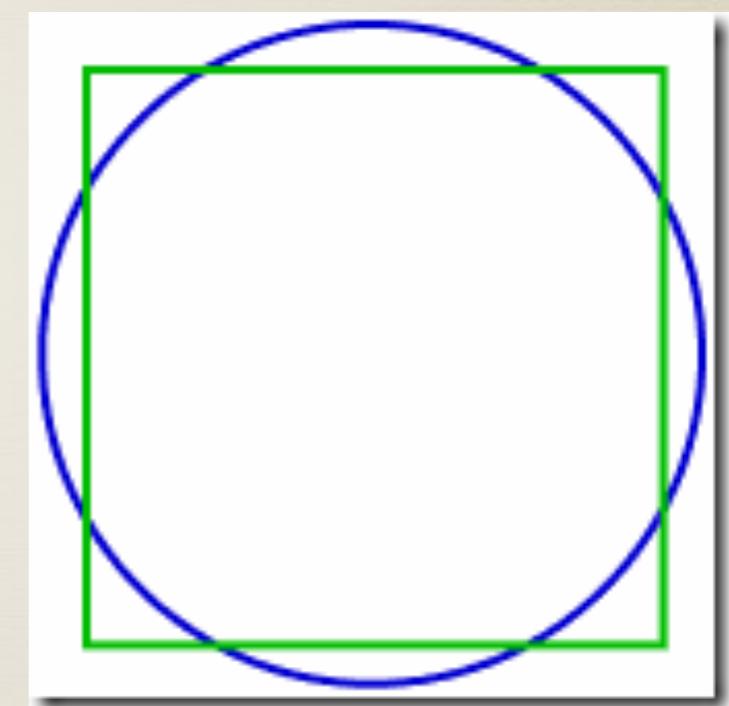
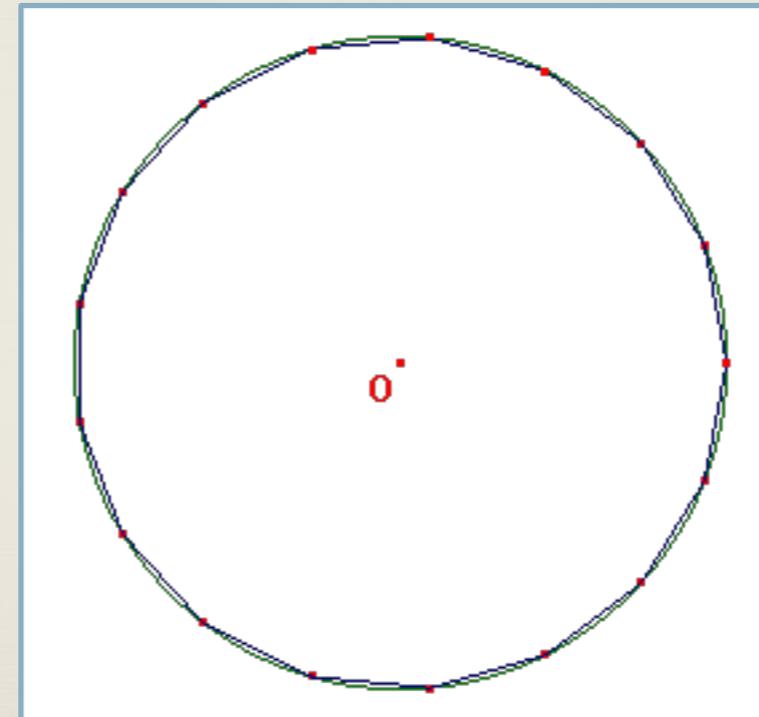
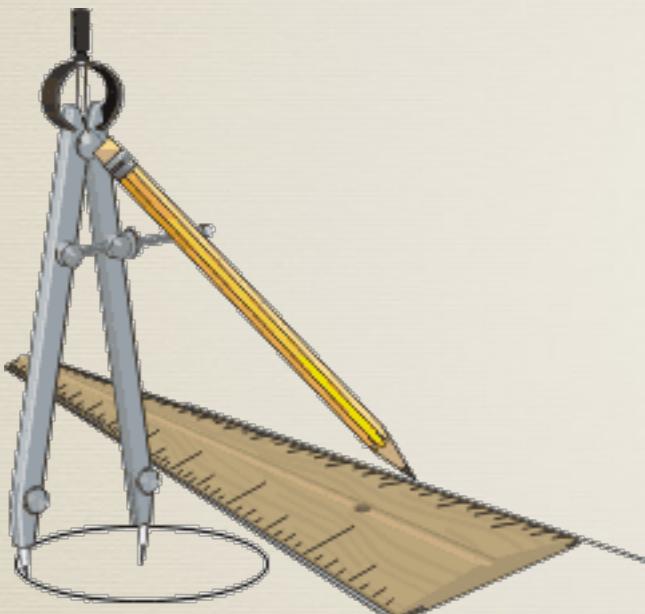
Il percorso di Archimede, Riemann, Lebesgue, Cauchy, Weierstrass

Il concetto di
limite

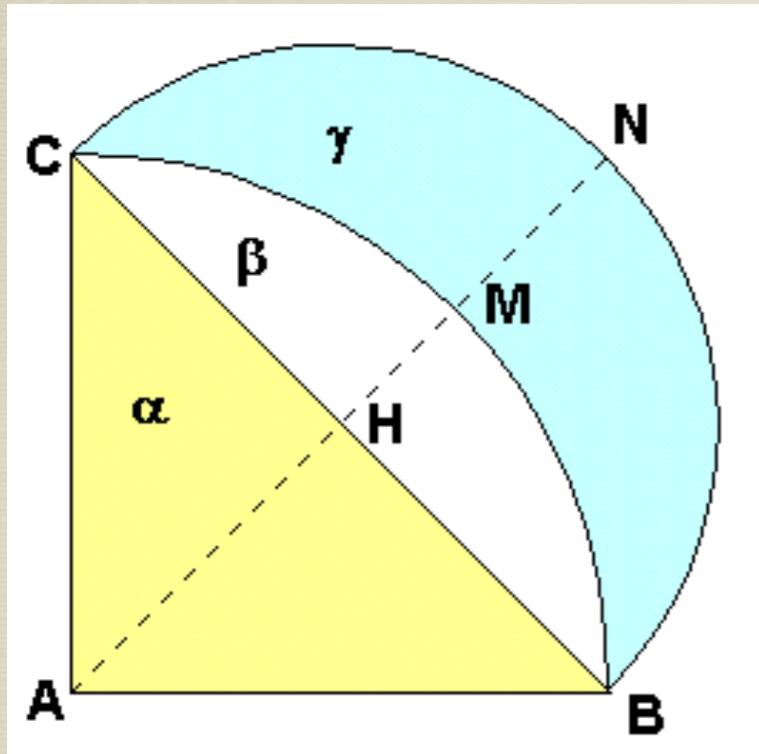


Il tutto esistente è **infinitamente** piccolo a paragone della infinità vera, per dir così, del non-esistente, del nulla.

Zibaldone 4174

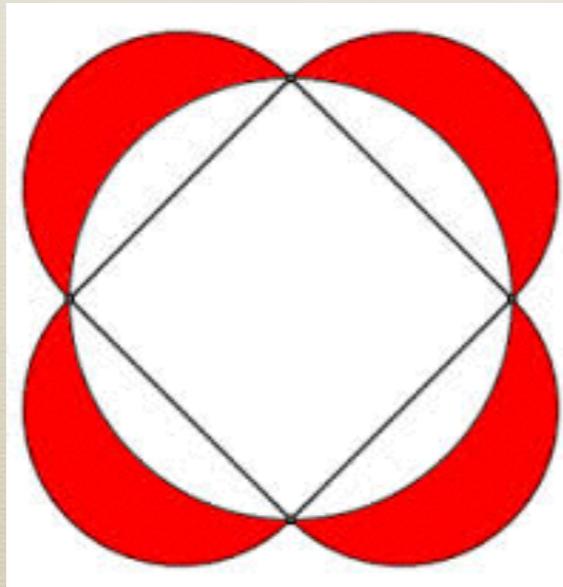


Quadratura di aree curvilinee



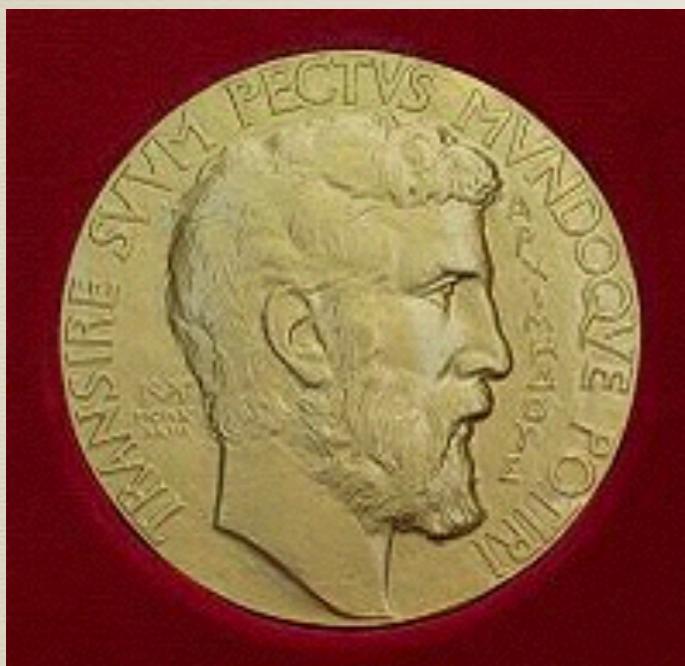
l'area della lunula BMCN è uguale a quella del triangolo rettangolo ABC.

Ippocrate di Chio
V a.C.



CONVERSANO

Possiamo "quadrare" il cerchio? Risposta negativa Lindemann 1882



Archimede
III a.C.



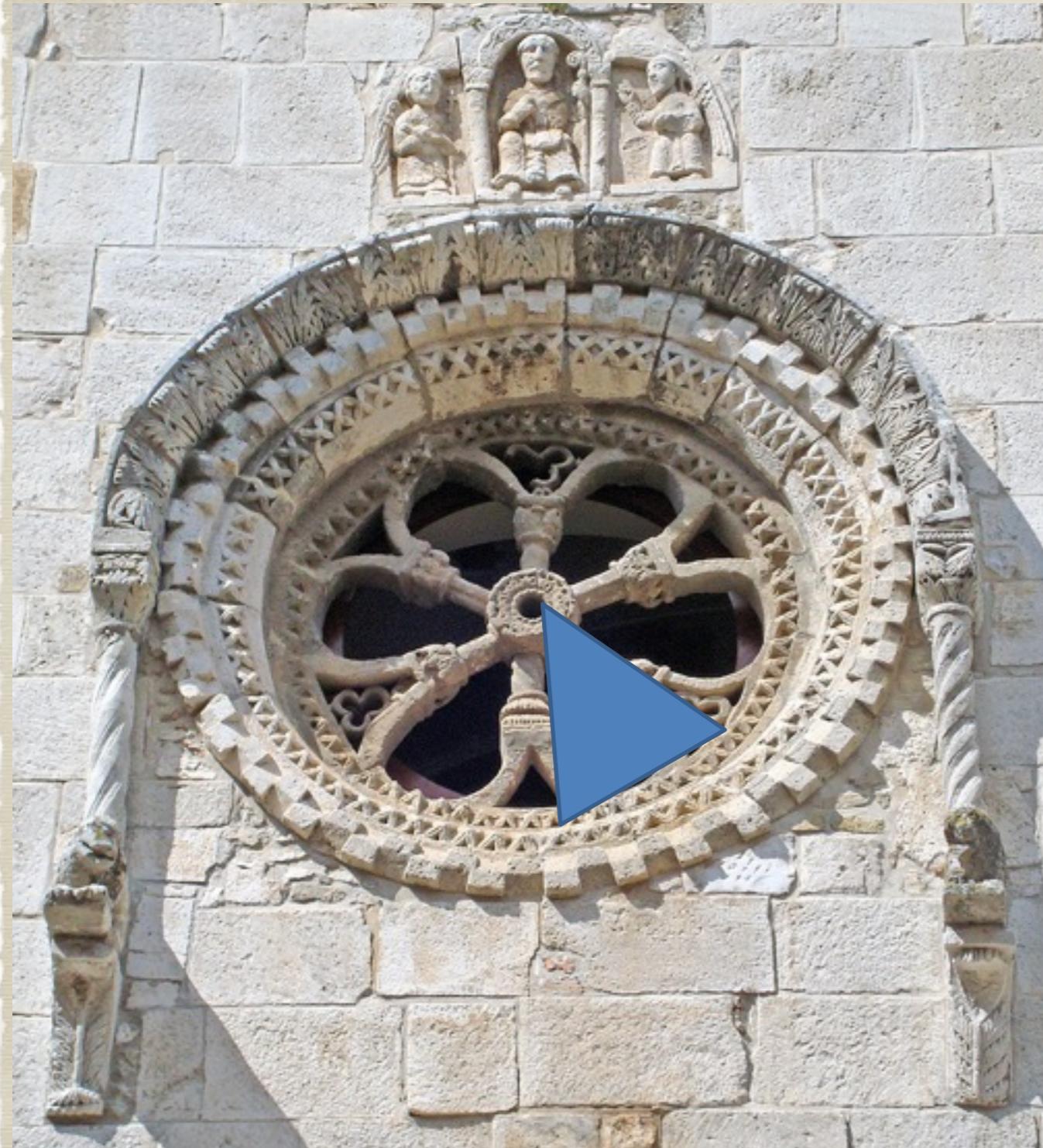
Cambiamo domanda:
Quanto misura l'area del cerchio di raggio 1?



Dividiamo per quattro?



6: SAN SEVERO



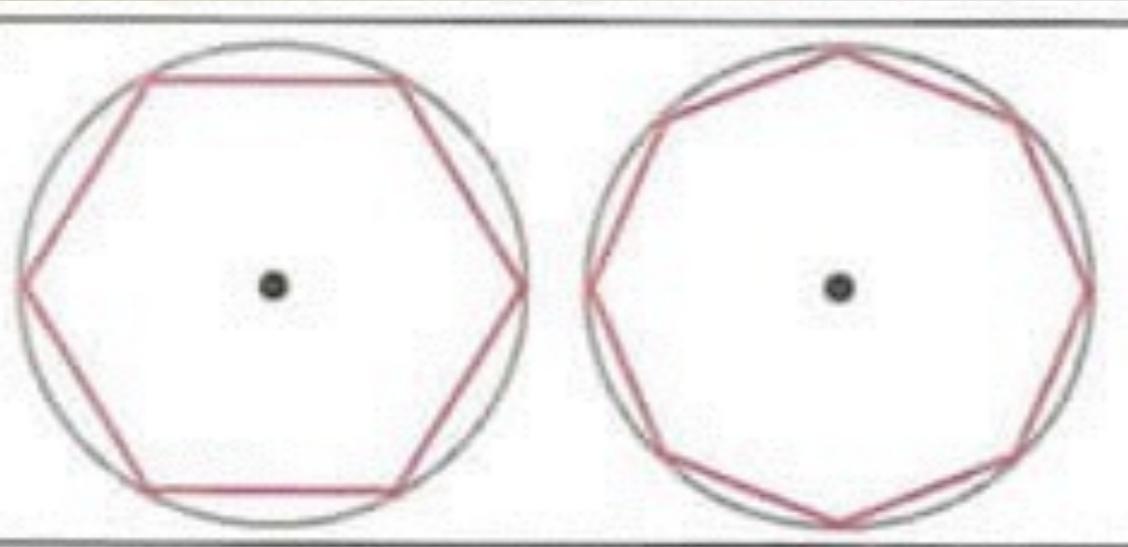
6bis : RUVO DI PUGLIA



8: CAROVIGNO



8: MONTE SANT'ANGELO

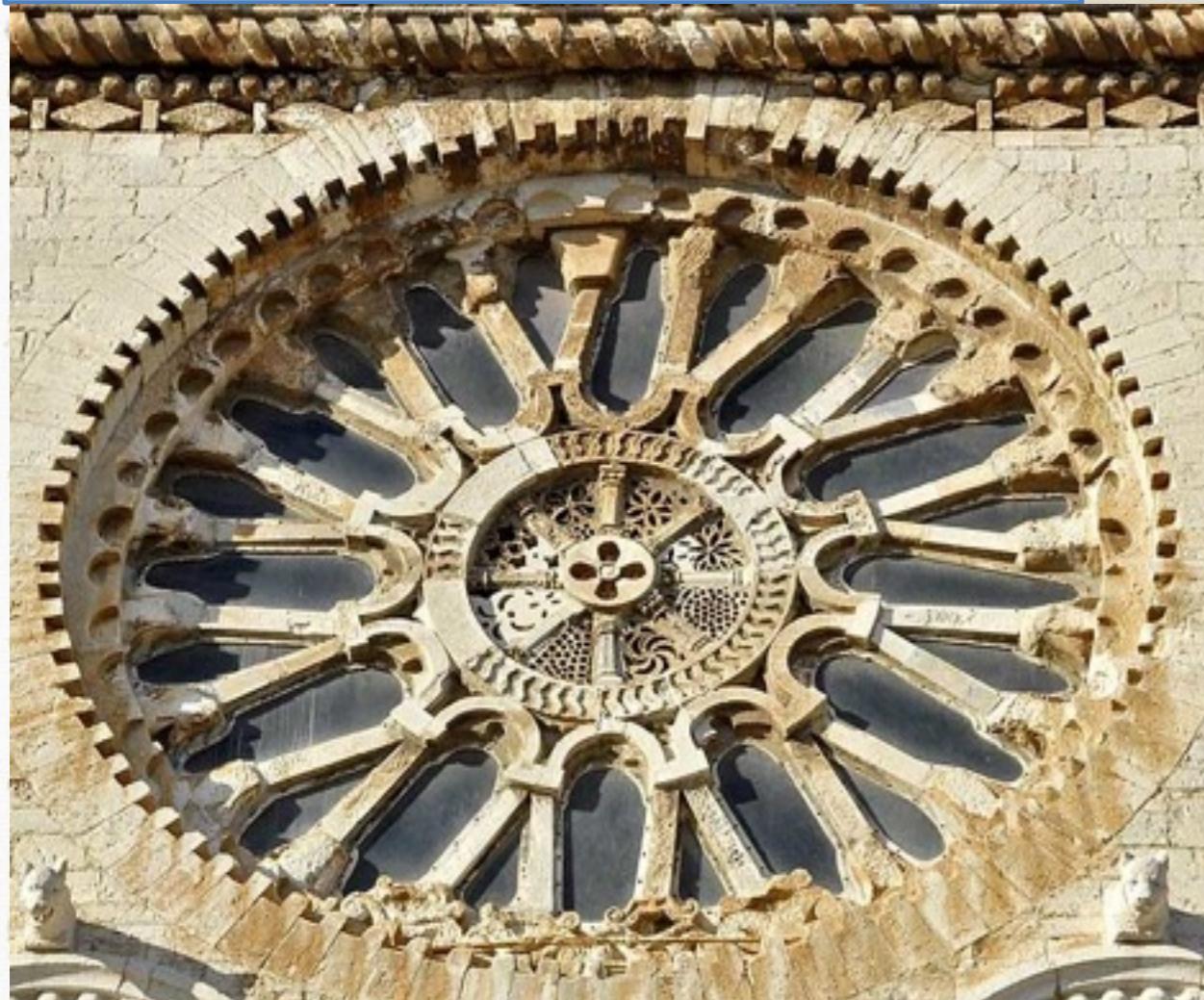


11: TROIA



Un endecagono regolare
non può essere costruito in modo esatto con l'uso
di soli riga e compasso.

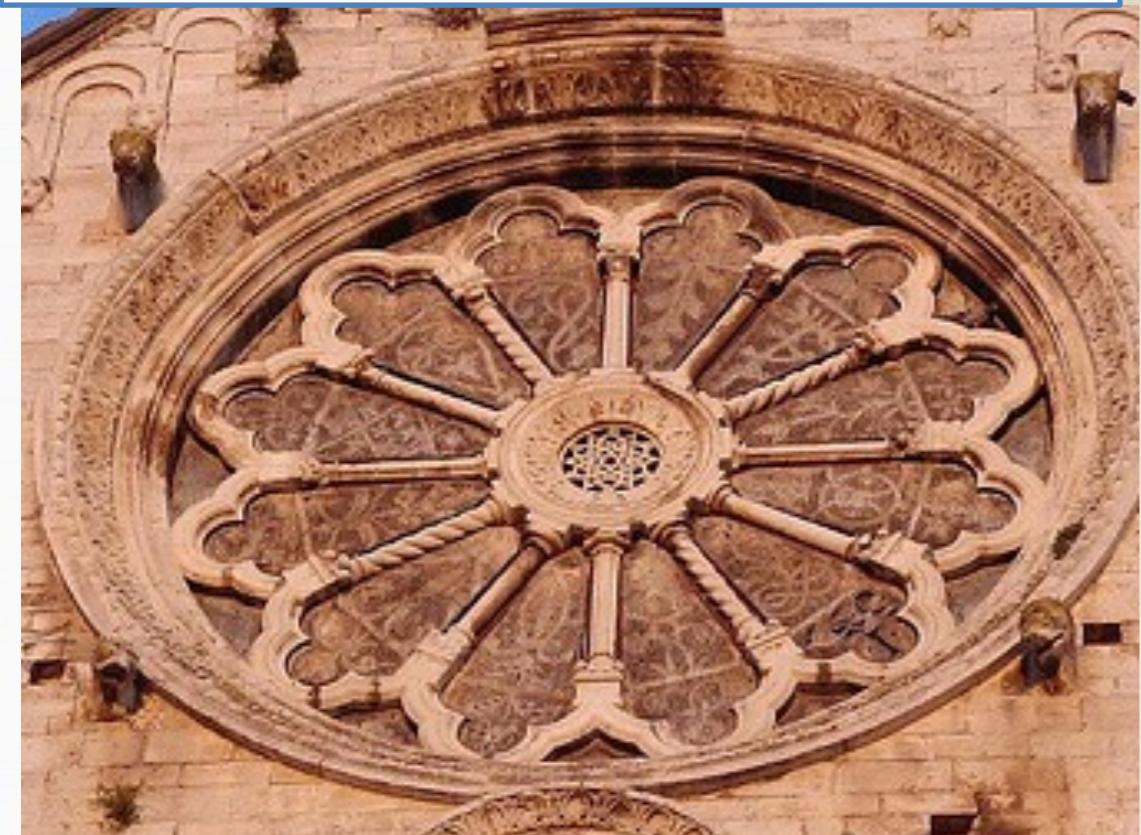
12) TRANI (laterale)



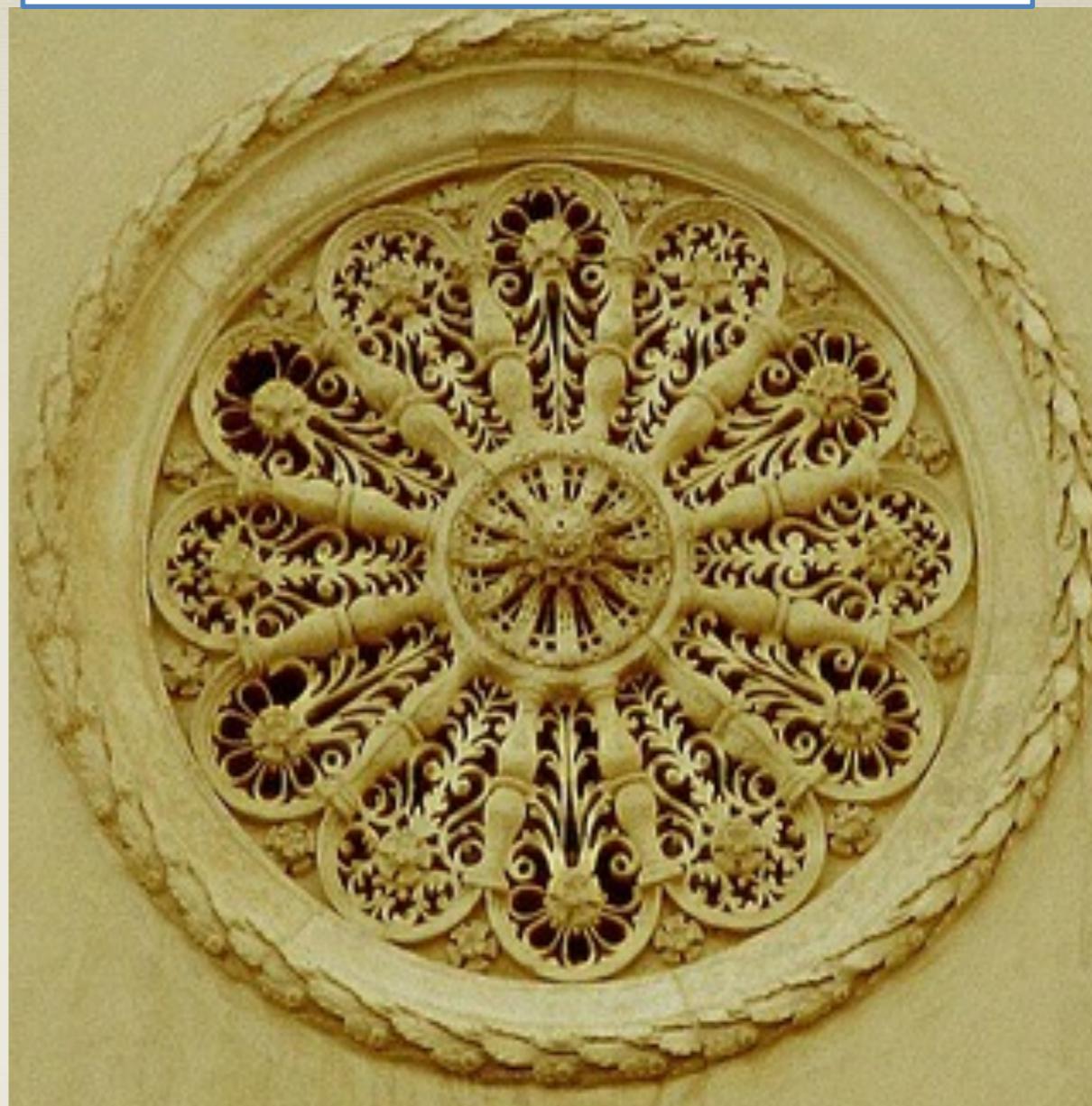
12) GIOVINAZZO



12) RUVO di Puglia

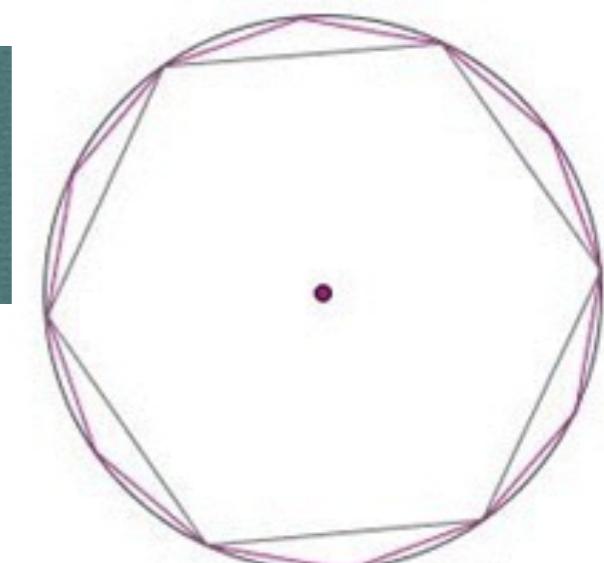


12) MOLA di Bari

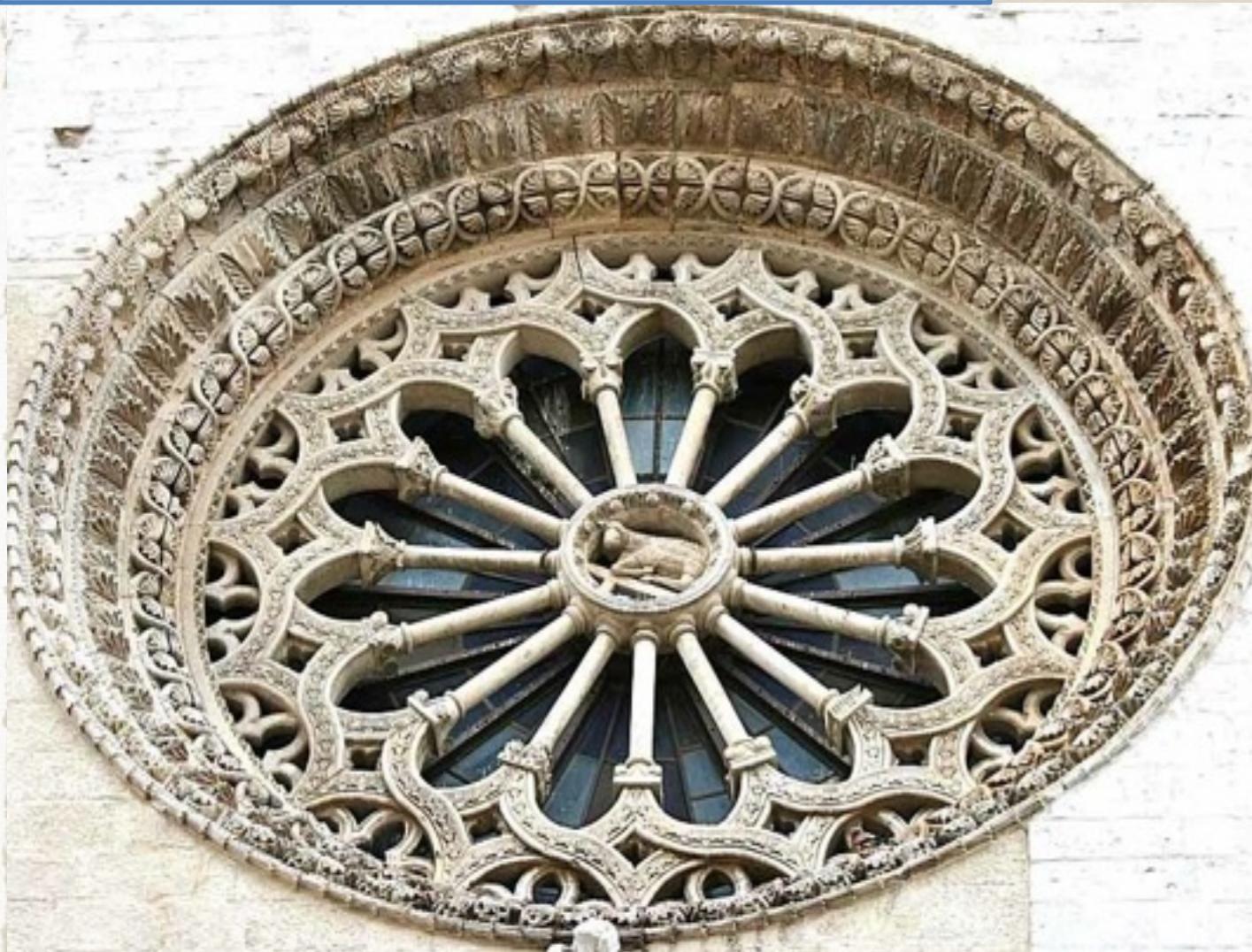


Il cerchio si sta
esaurendo...

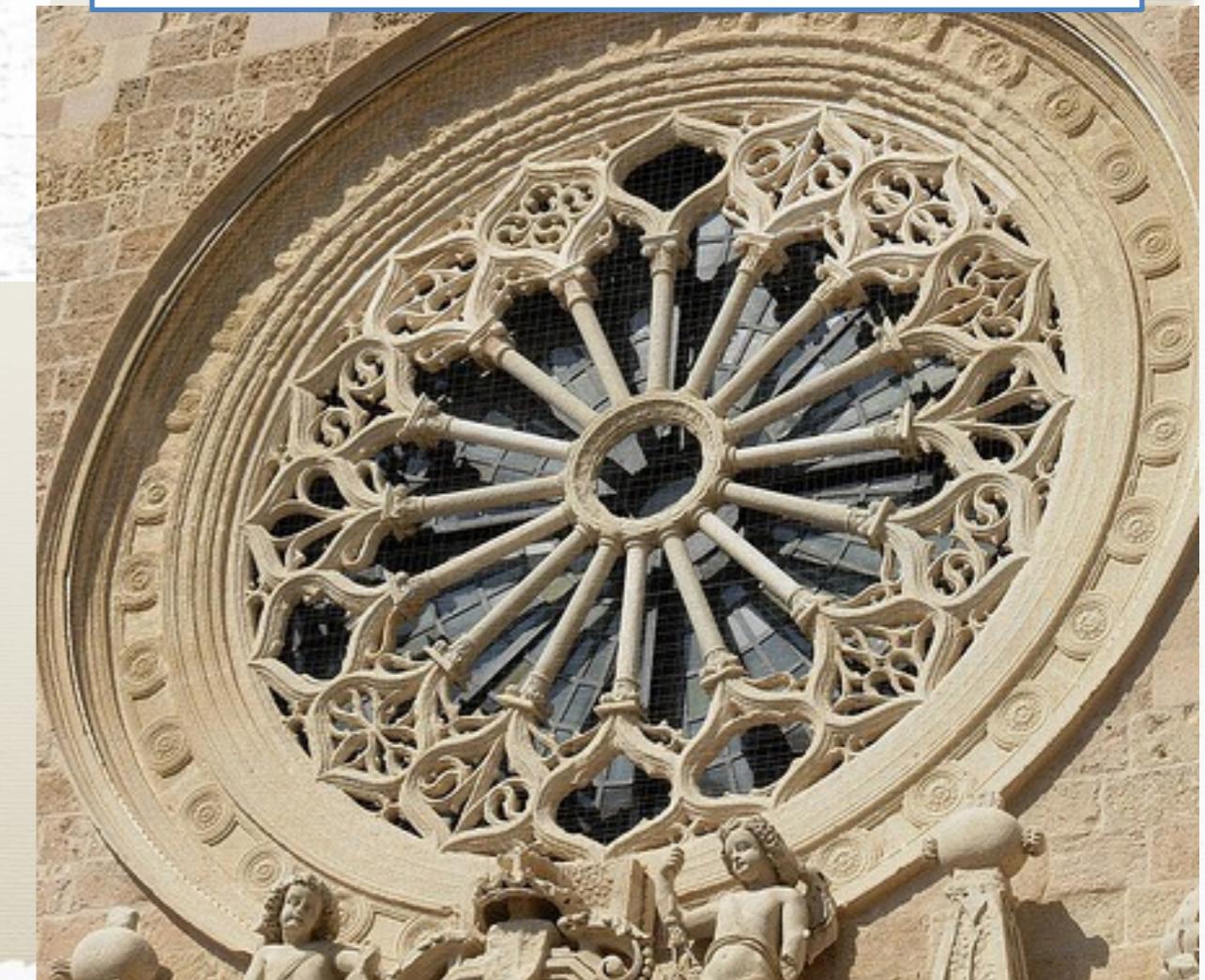
12) GALATINA



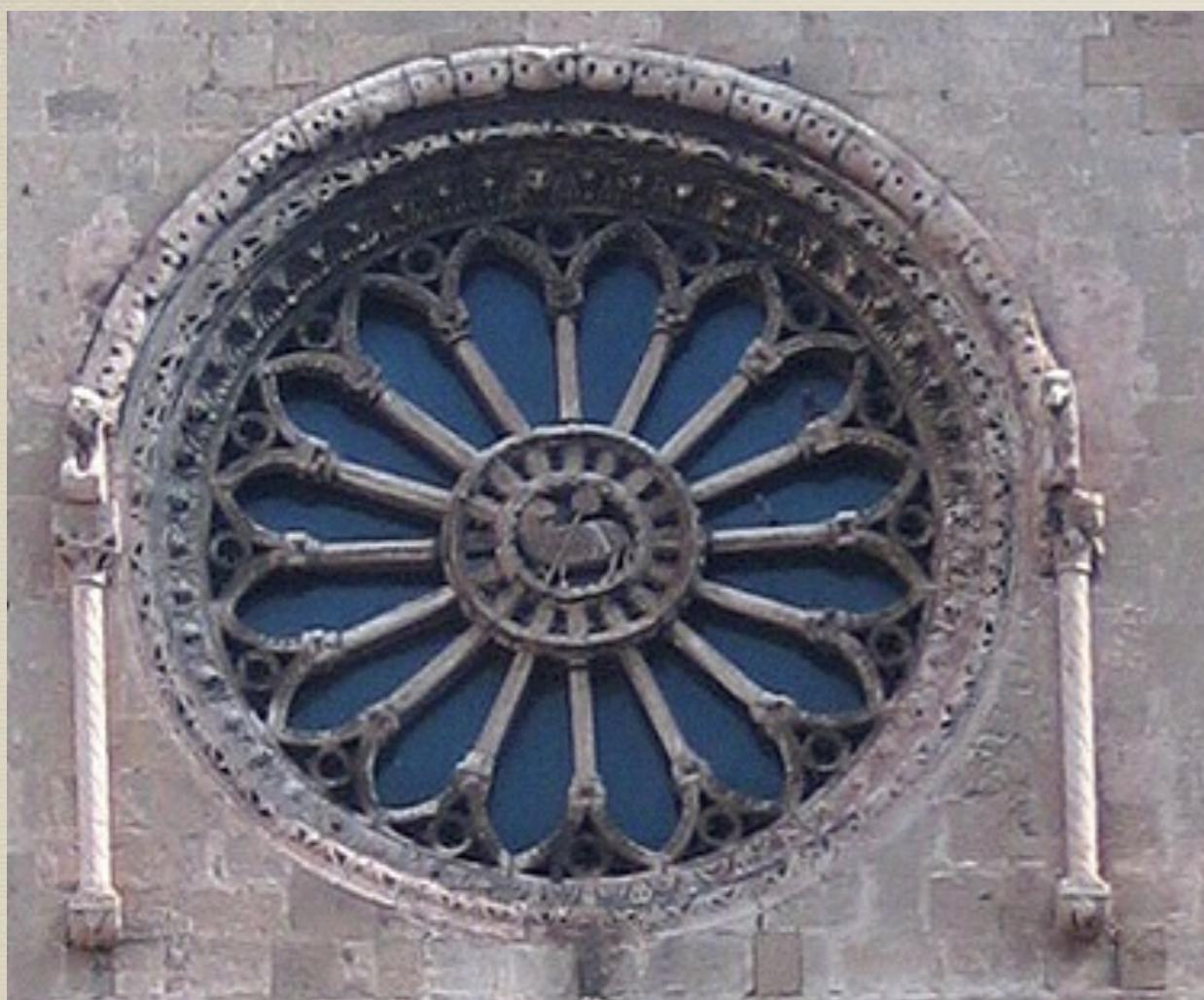
15) ALTAMURA



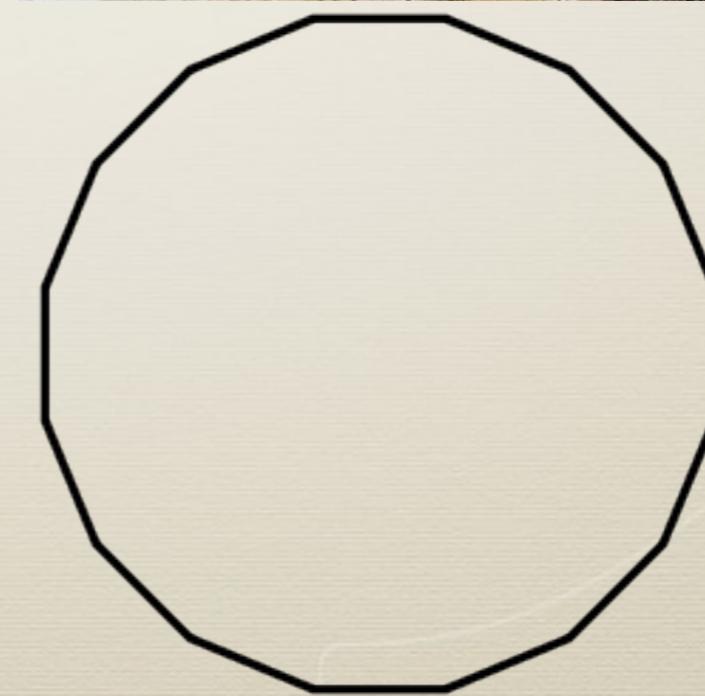
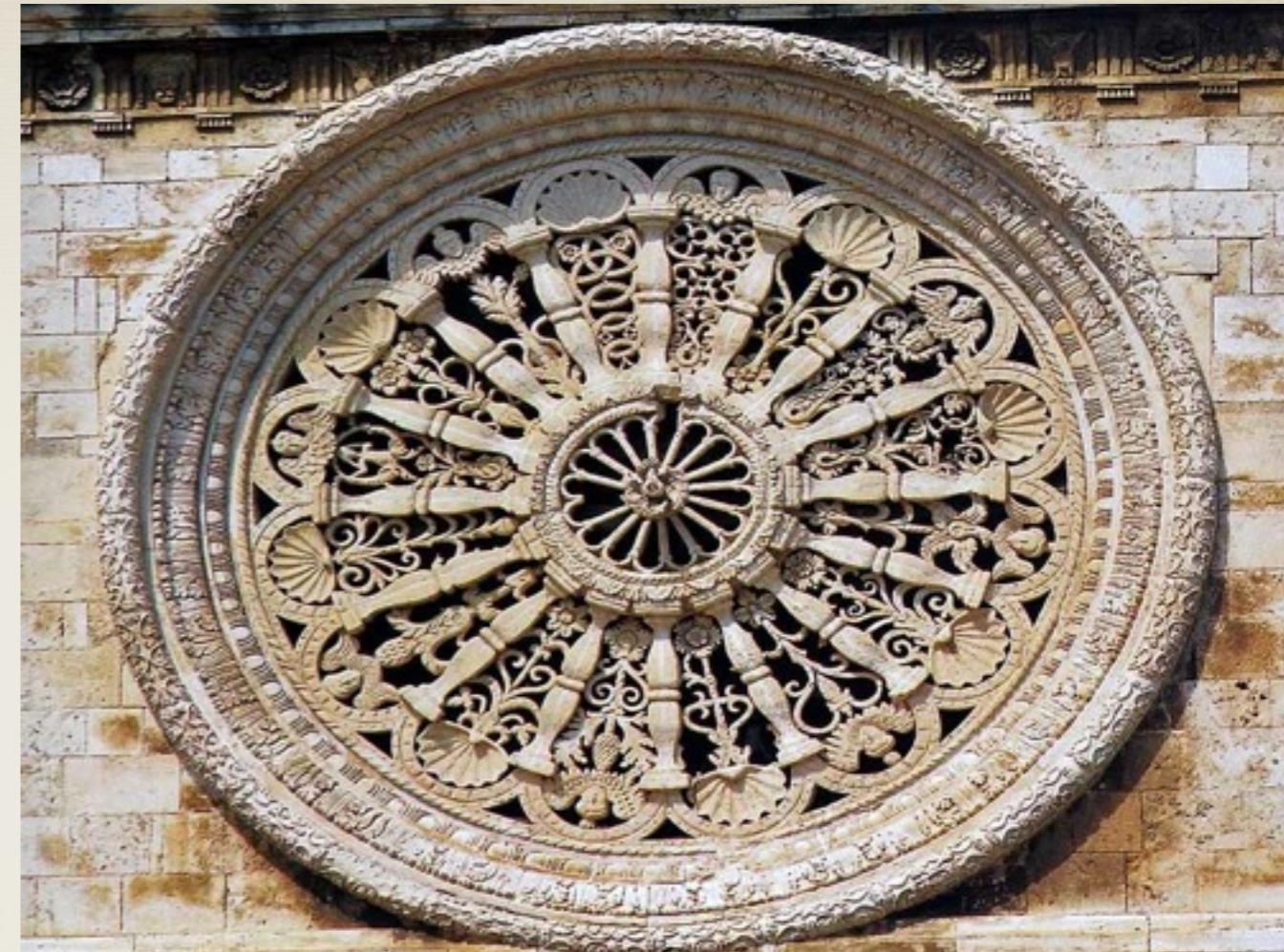
16) OTRANTO



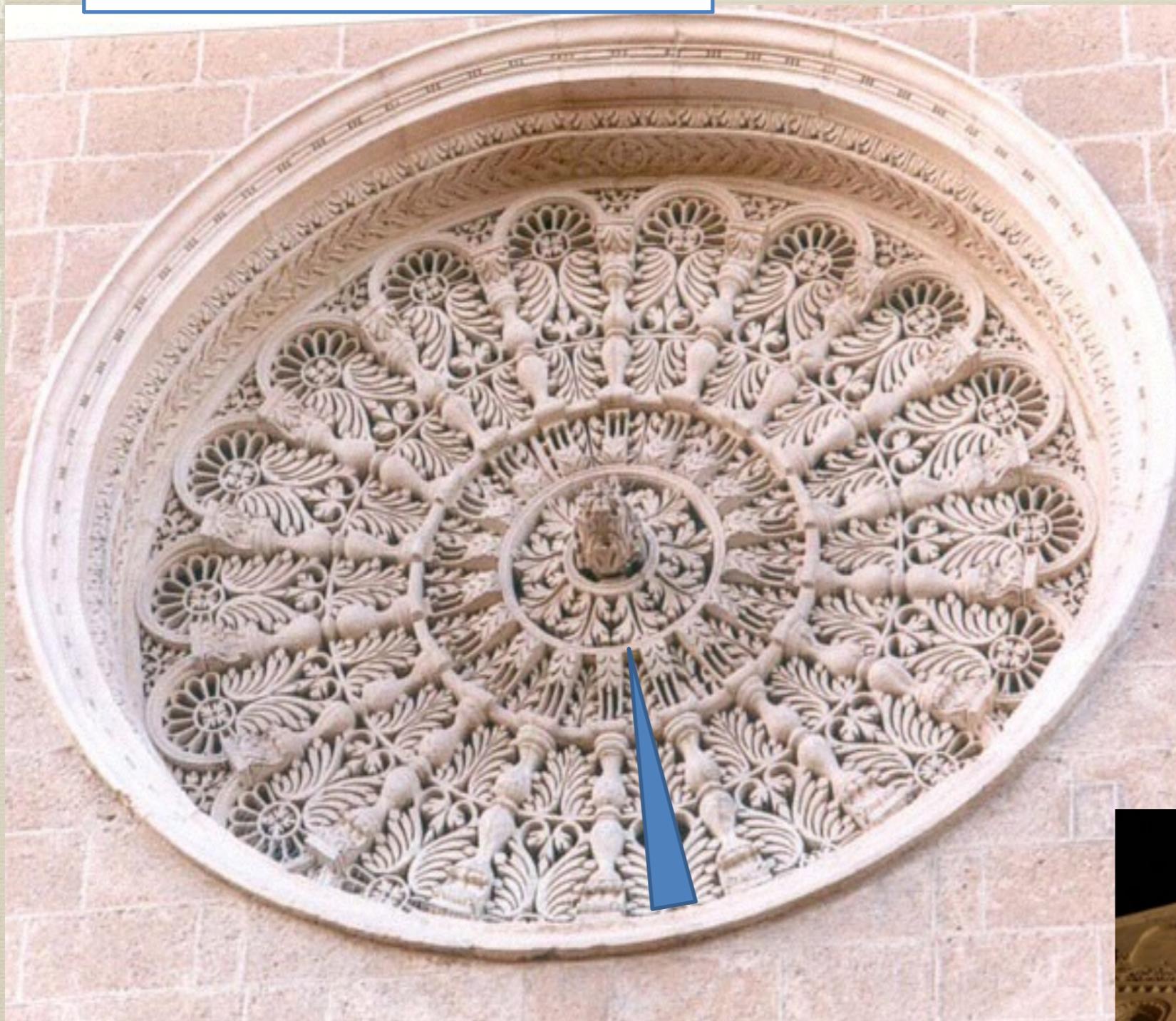
16) TARANTO (San Domenico)



16) ACQUAVIVA



18)FASANO



18) BARI



20) LATERZA



Pensiamo insieme un altro metodo per aumentare il numero di raggi nel caso pari: da 6 a 12... da 8 a 16.... Da 12 a 24



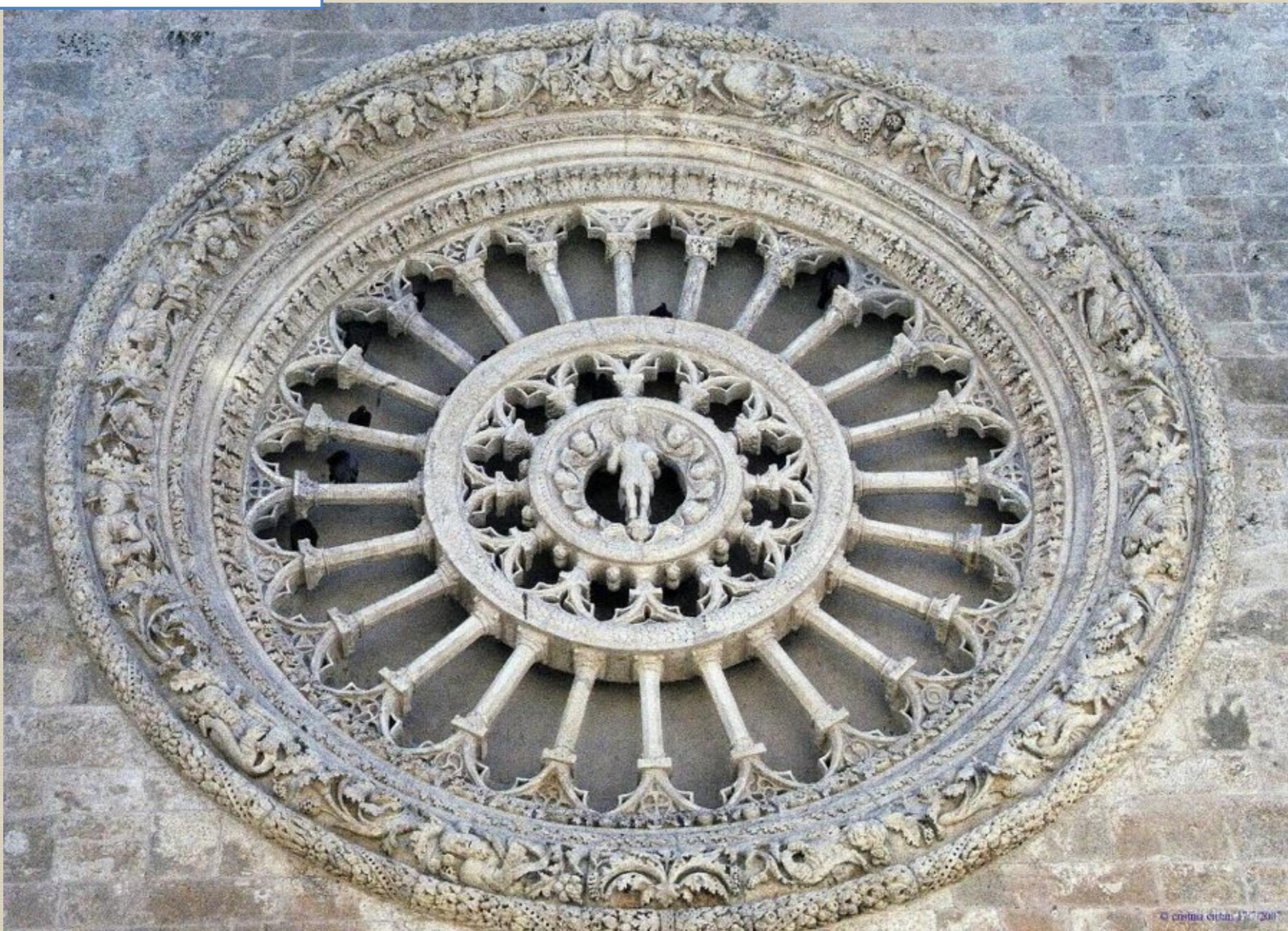
24) GRAVINA

Non dovevamo riempire il rosone di Ostuni?

0) LECCE



24) OSTUNI



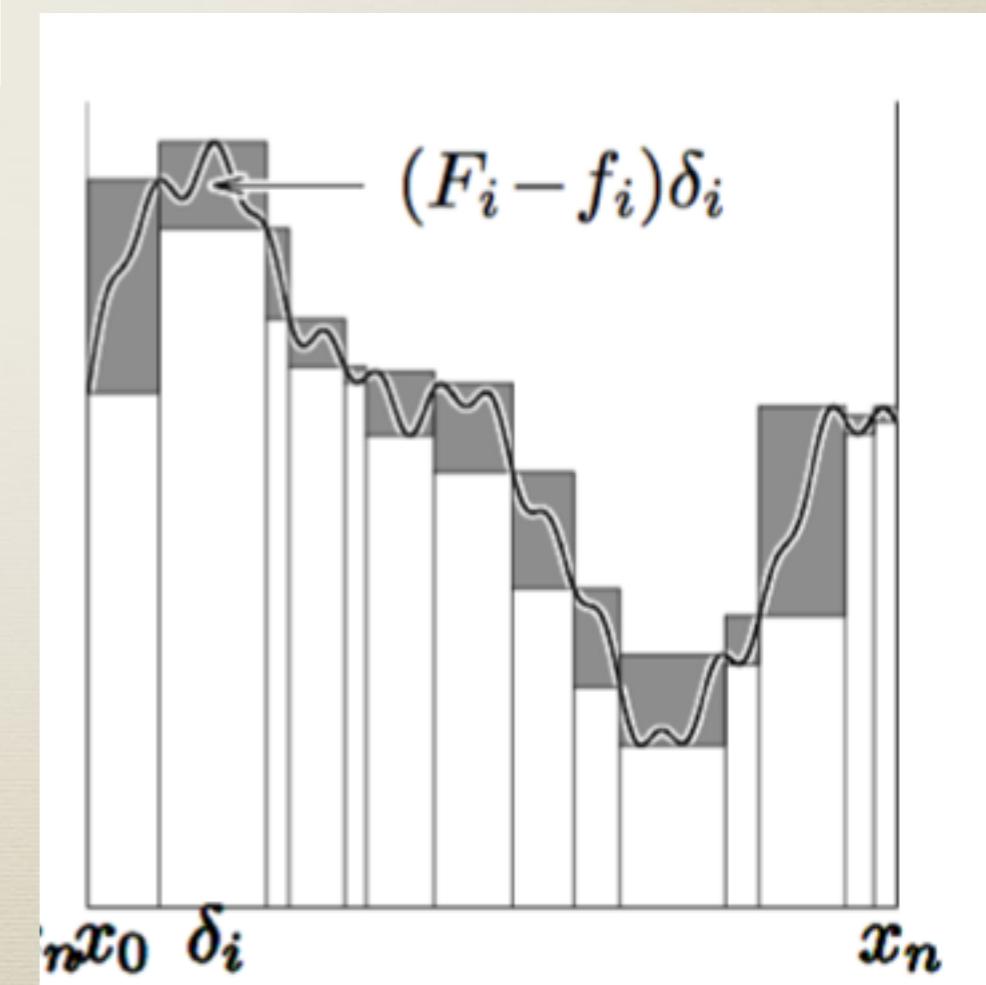
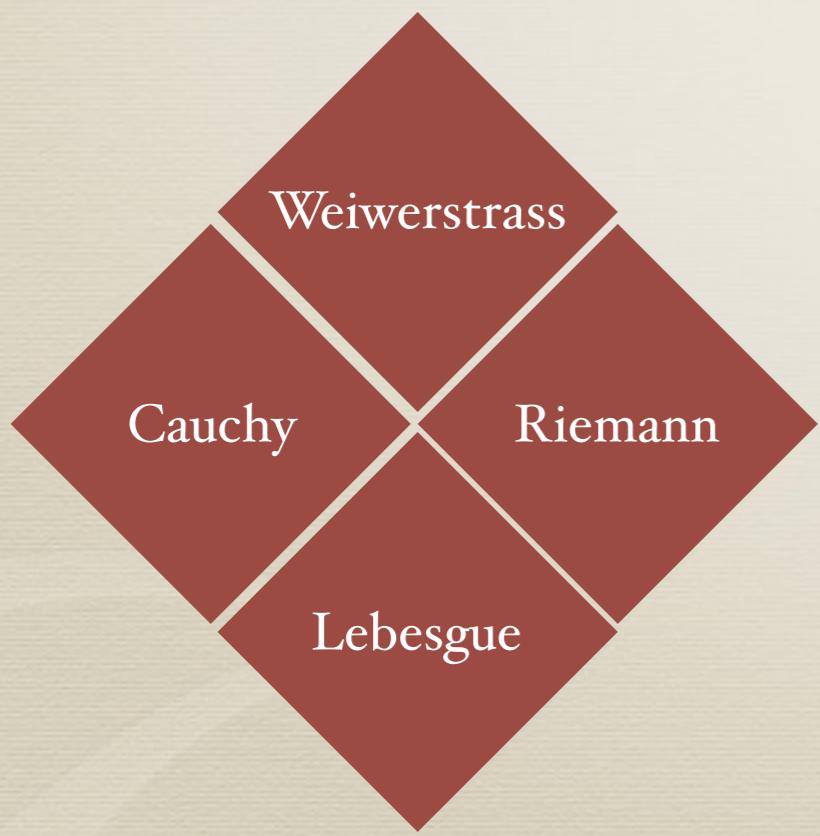
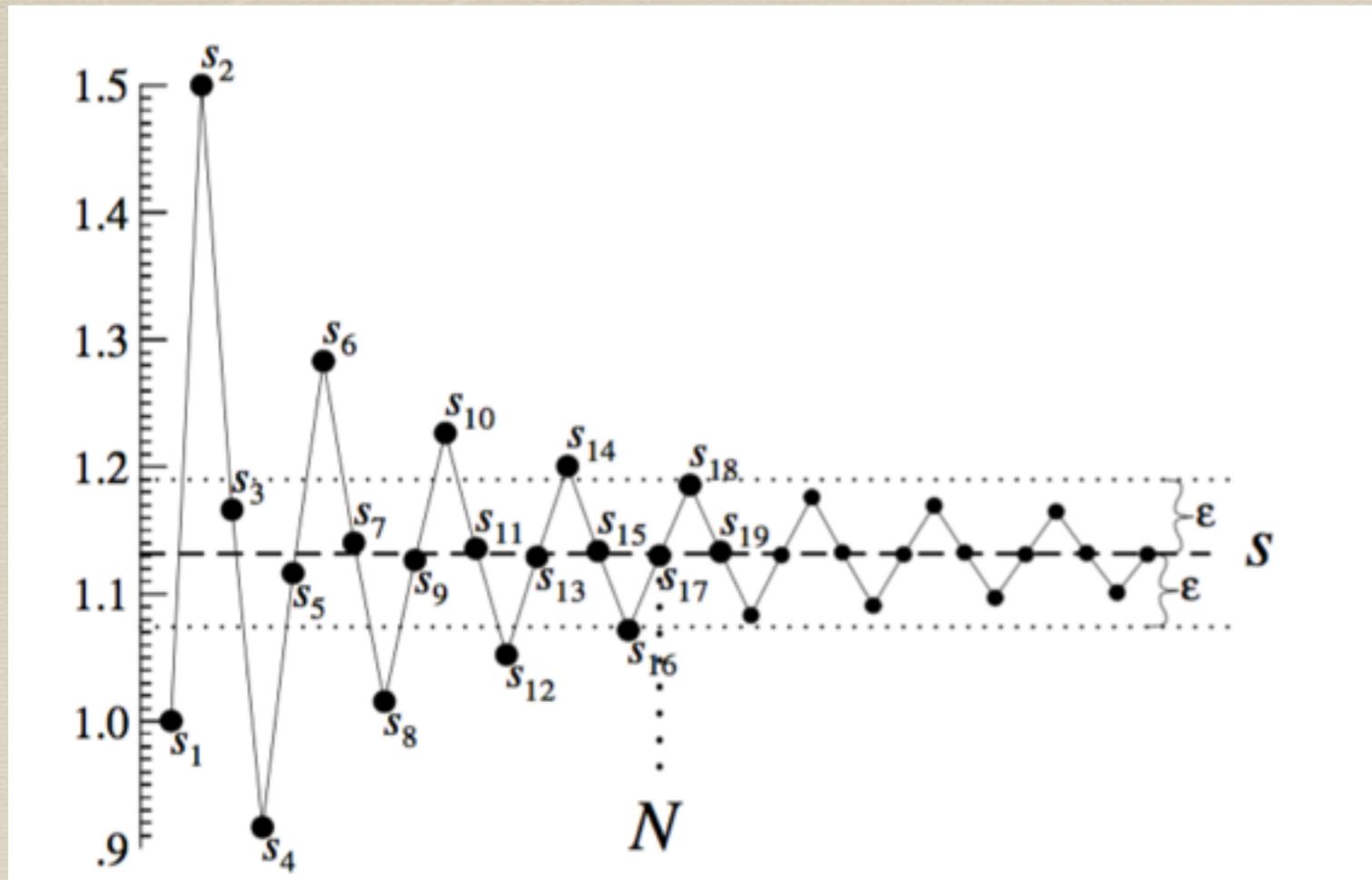
Ma che c'entra tutto questo con l'infinito?

π

3,14159265358979323846264
338327950288419716939937510582
09749445923078164062862089986280348253421
1706798214808651328230664709384460955058223
1725359408128481117450284102701938521105559644622948954930
381964428810975665933446128475648233786783165271201909145648
566923460348610454326648213393607260249141273724587006606315588174
881520920962829254091715364367892590360011330530548820466521384146951941511
6094330572703657595919530921861173819326117931051185480744623799627495673518857527
24891227938183011949129833673362440656643086021394946395224737190702179860943702770539217176293176752384
6748184676694051320005681271452635608277857713427577896091736371787214684409012249534301465495853710507922796892589
2354001995611212902196086403400115981362977407130996031970721136999992372978649510897317301699911616932442945564599000204252218931344003683



I numeri normali



Il caos ovunque e le interpretazioni di Mandelbrot

Infinito
ricorsivo
quasi-ricorsivo



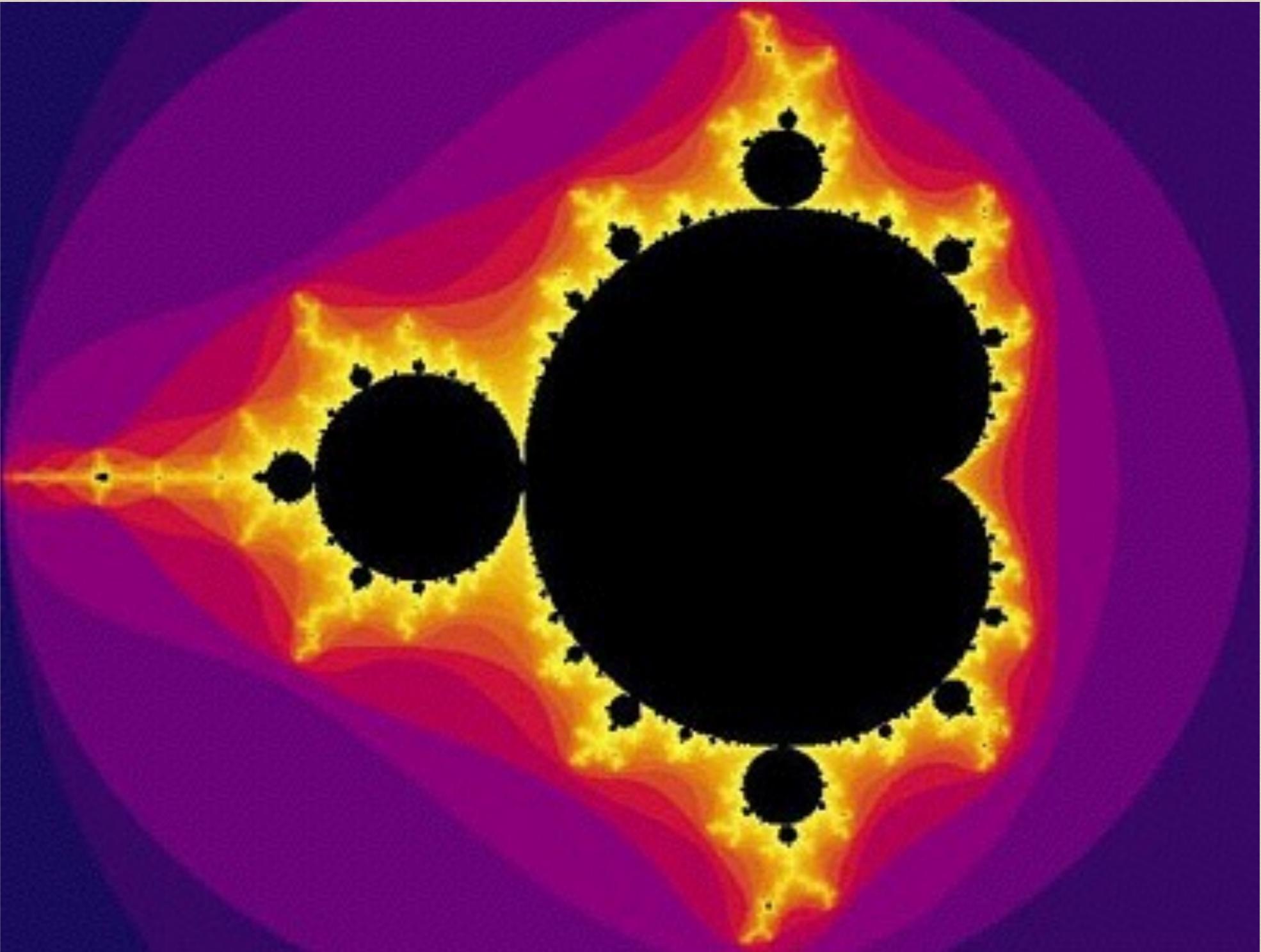
Esiste nell'uomo una facoltà immaginativa, la quale può concepire le cose che non sono, e in un modo in cui le cose reali non sono.

Zibaldone 165





Mandelbrot
1970



È l'insieme dei numeri complessi per i quali è limitata la successione definita da:

$$Z_{n+1} = Z_n^2 + C$$

$$Z_0 = 0$$

1992

π ed M

$$c = -\frac{3}{4} \quad z_{\pm} = \frac{-3}{2(1 \pm i)} = \left\{ -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right\}$$

$$f'(0) = -\frac{3}{4}$$

$$f^2(0) = \frac{9}{16} - \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \left(\frac{3}{4} - 1 \right) = -\frac{3}{16} \quad \left| -\frac{3}{16} \right| < \frac{1}{4} \quad \checkmark$$

$$\forall k \quad |f^k(0)| \leq 1$$

$$|f^{k+1}(0)| = |f^k(0)|^2 \leq 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$\Rightarrow \boxed{c \in \mathbb{M}}$

$$c^1 = -\frac{3}{4} + i\varepsilon$$

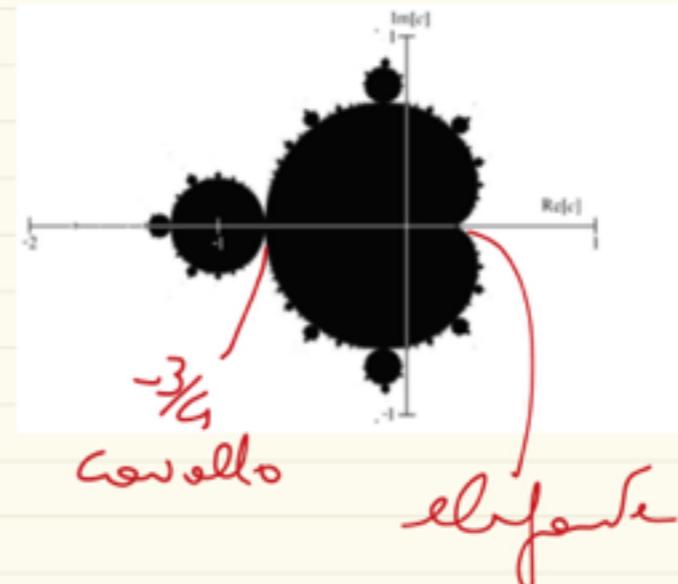
Epsilon iterazione a cui diverge

1.0	3
0.1	33
0.01	315
0.001	3143
0.0001	31417
0.00001	314160
0.000001	3141593
0.0000001	31415928

$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^{n(\varepsilon)} = \pi$
es $n(10^{-k})$ iterazioni
per cui sfugga

1.0 2
0.1 8
0.01 30
0.001 97
0.0001 312
0.00001 991
0.000001 3140
0.0000001 9933
0.00000001 31414
0.000000001 99344
0.0000000001 314157

$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\sqrt{\varepsilon})^{n(\varepsilon)} = \pi$



L'affermazione di Hegel e il teatro di Cantor

Infiniti
infiniti





Terra: Senti tu
questo suono
piacevolissimo che
fanno i corpi celesti
coi loro moti?

Luna: A dirti il vero,
io non sento nulla.

(Operette Morali,
Dialogo della Terra
e della Luna)

C'è un infinito buono e uno cattivo? Hegel

io quello
infinito silenzio a questa voce
vo **comparando**

L'infinito



Leibnitz

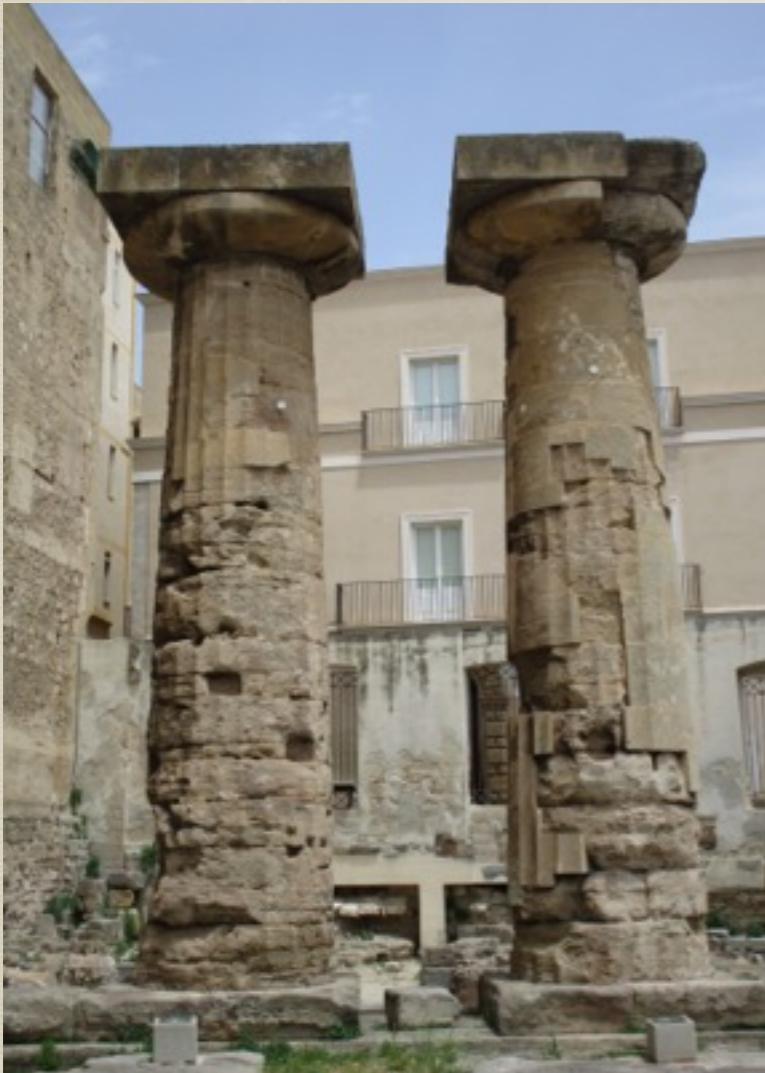
Il tutto è maggiore della
PARTE



Galileo
1624

C'è un infinito buono e uno cattivo
Hegel

Non possiamo
mettere in
corrispondenza
biunivoca un insieme
finito con un suo
sottoinsieme proprio

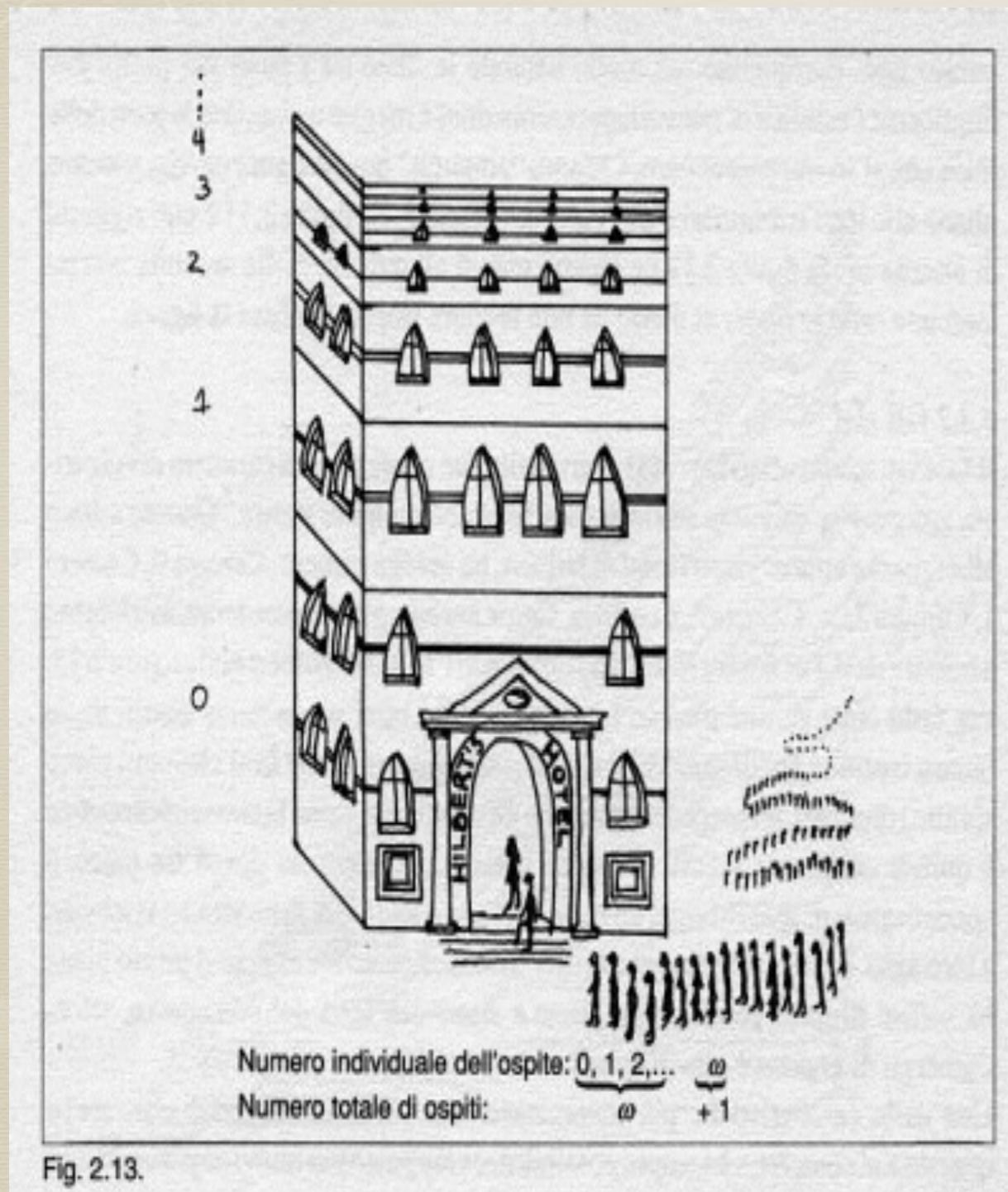


DEDEKIND 1870:
un insieme infinito
può essere messo in
corrispondenza
biunivoca con un
suo sottoinsieme



ASSIOMA
esiste un
insieme
infinito

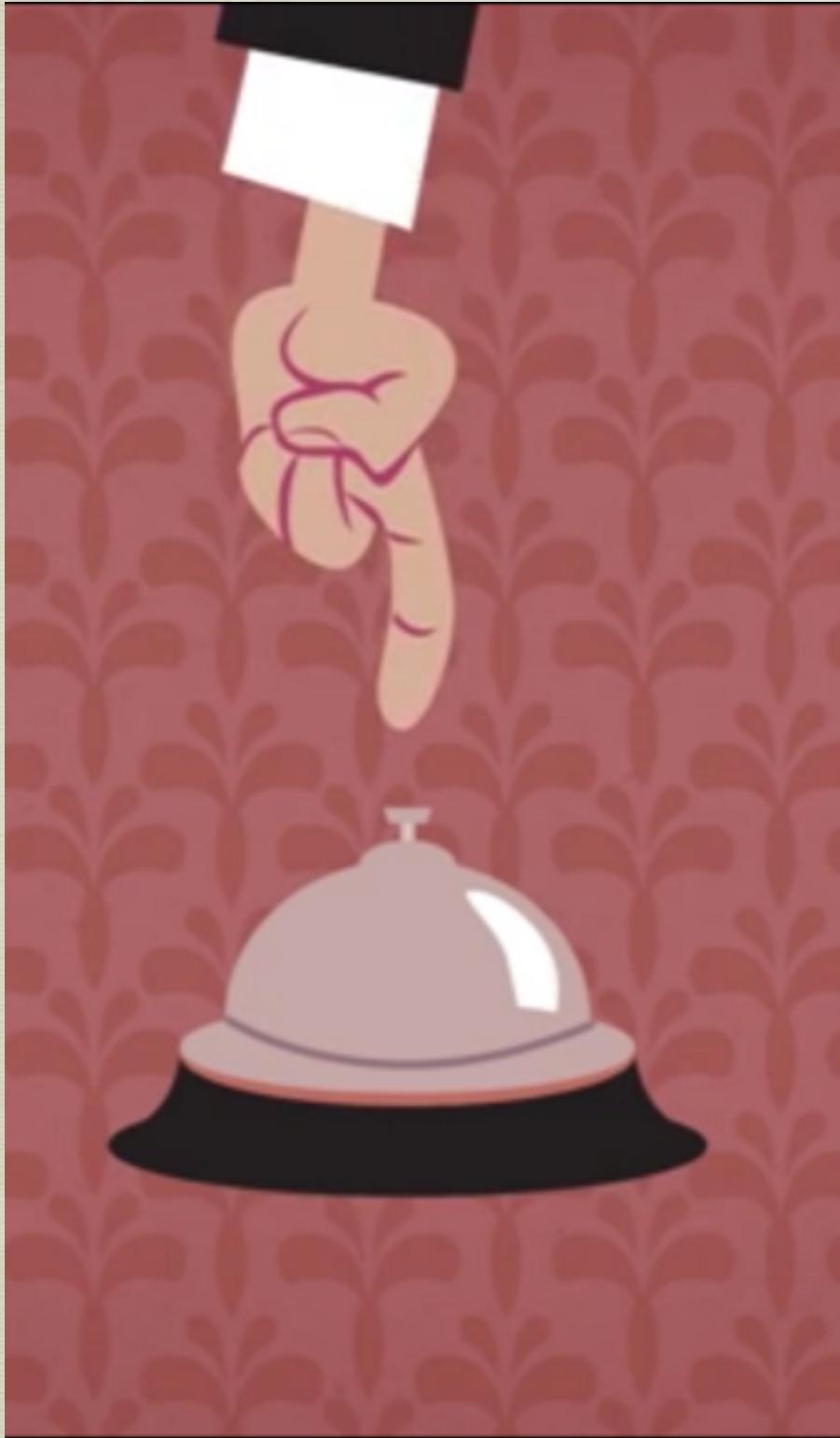
Grand Hotel Hilbert



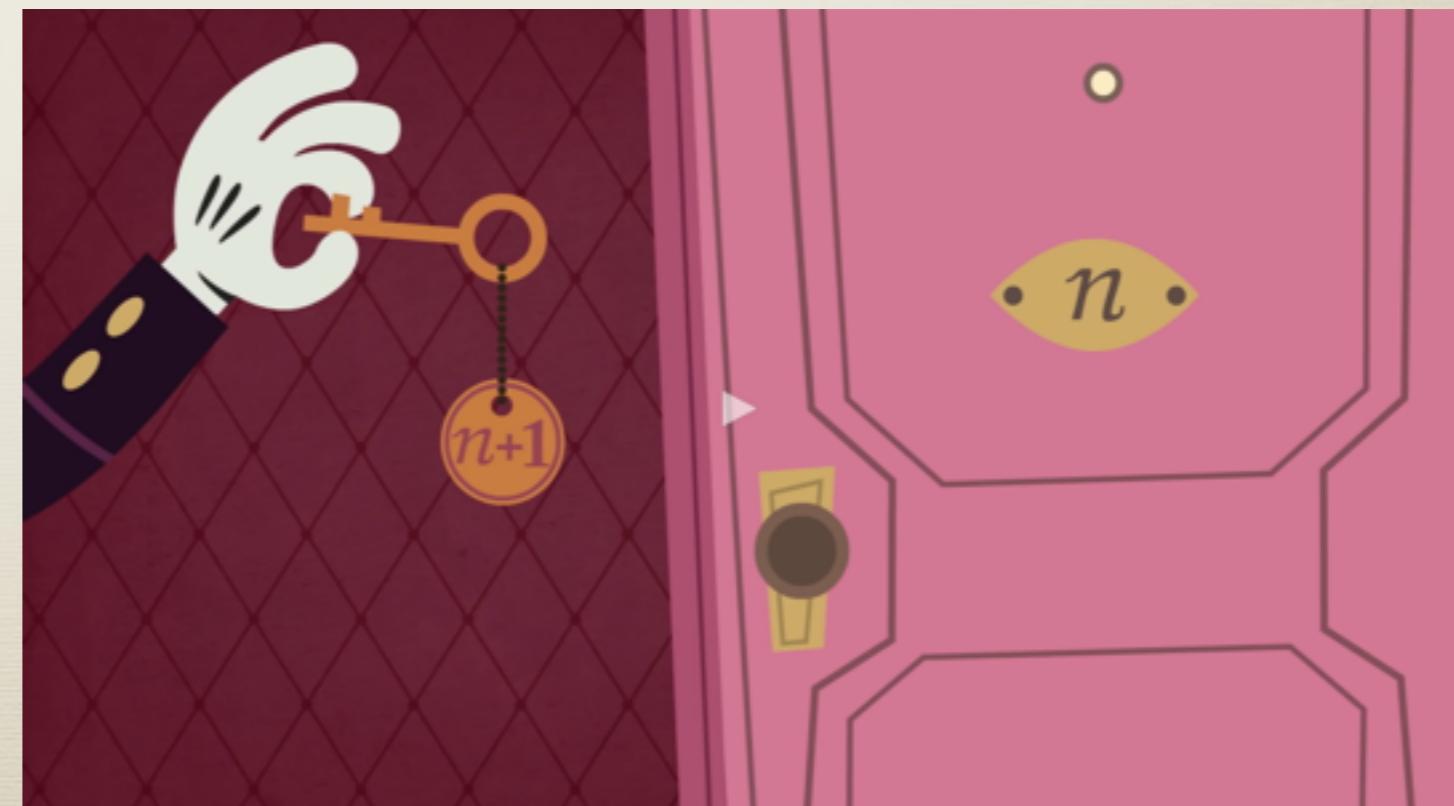
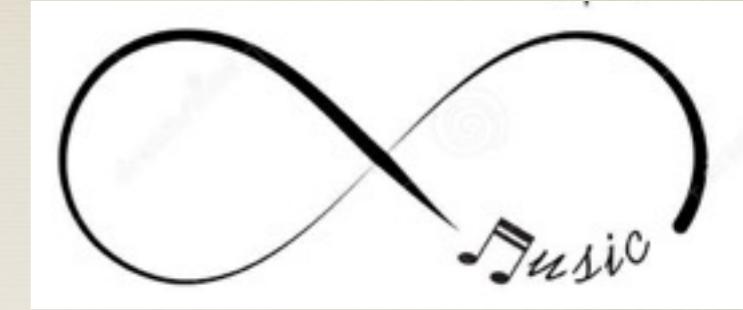
Come è
costruito?

Fig. 2.13.

Grand Hotel Hilbert



Come fare?
È completo
ma c'è posto...

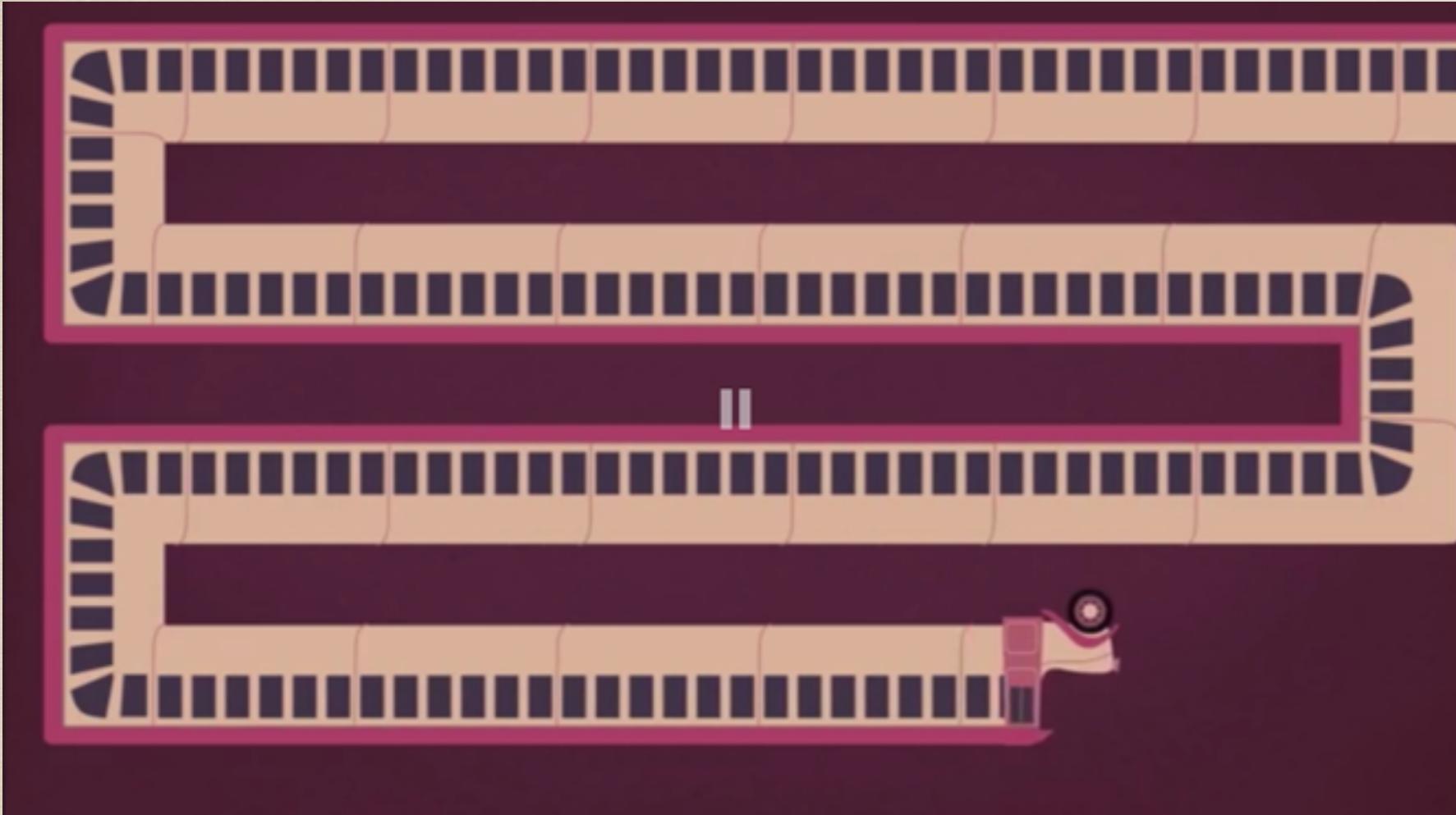


Grand Hotel Hilbert

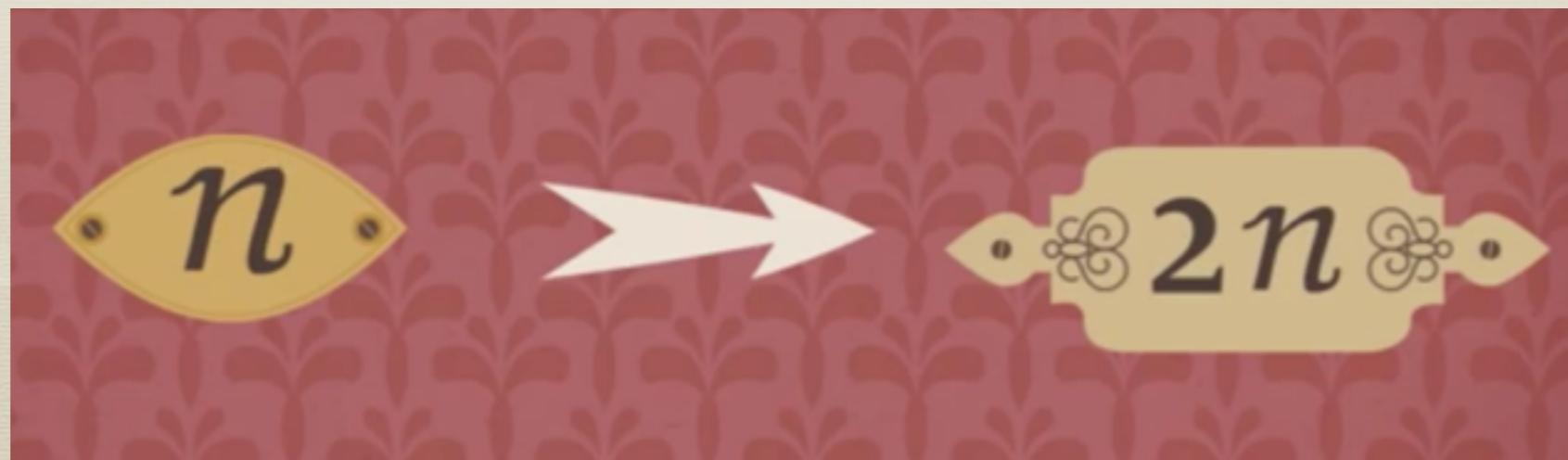
40 ospiti?
Come fare?
È completo
ma c'è posto...



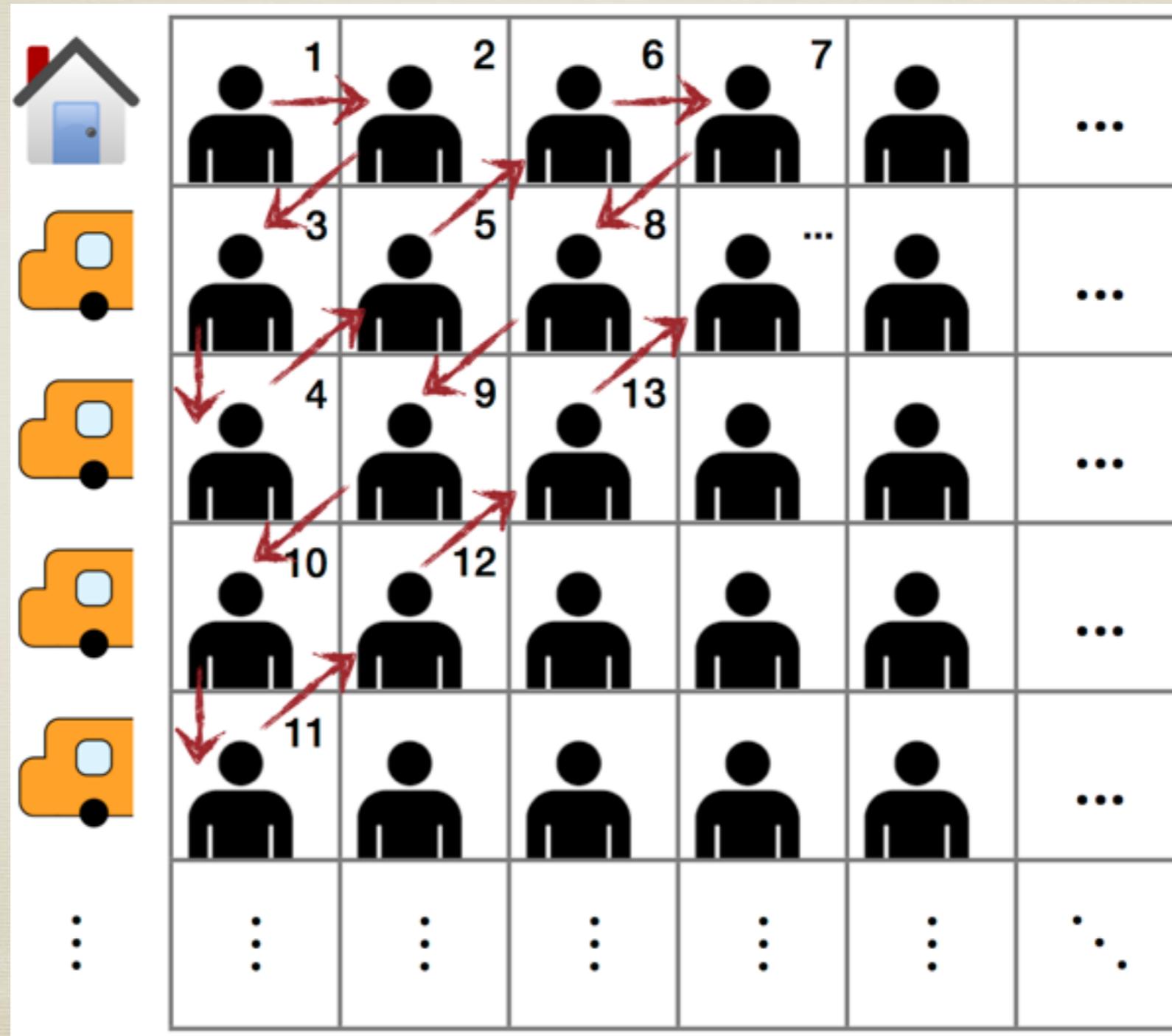
Grand Hotel Hilbert



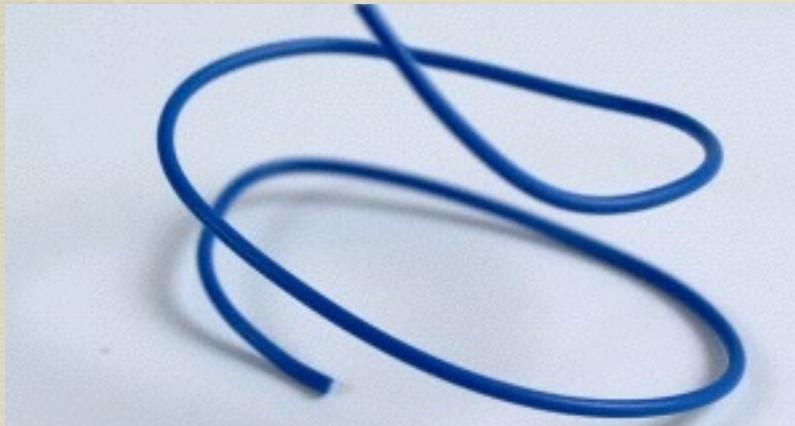
Un bus con
infiniti ospiti?
Come fare?
È completo
ma c'è posto...



Grand Hotel Hilbert



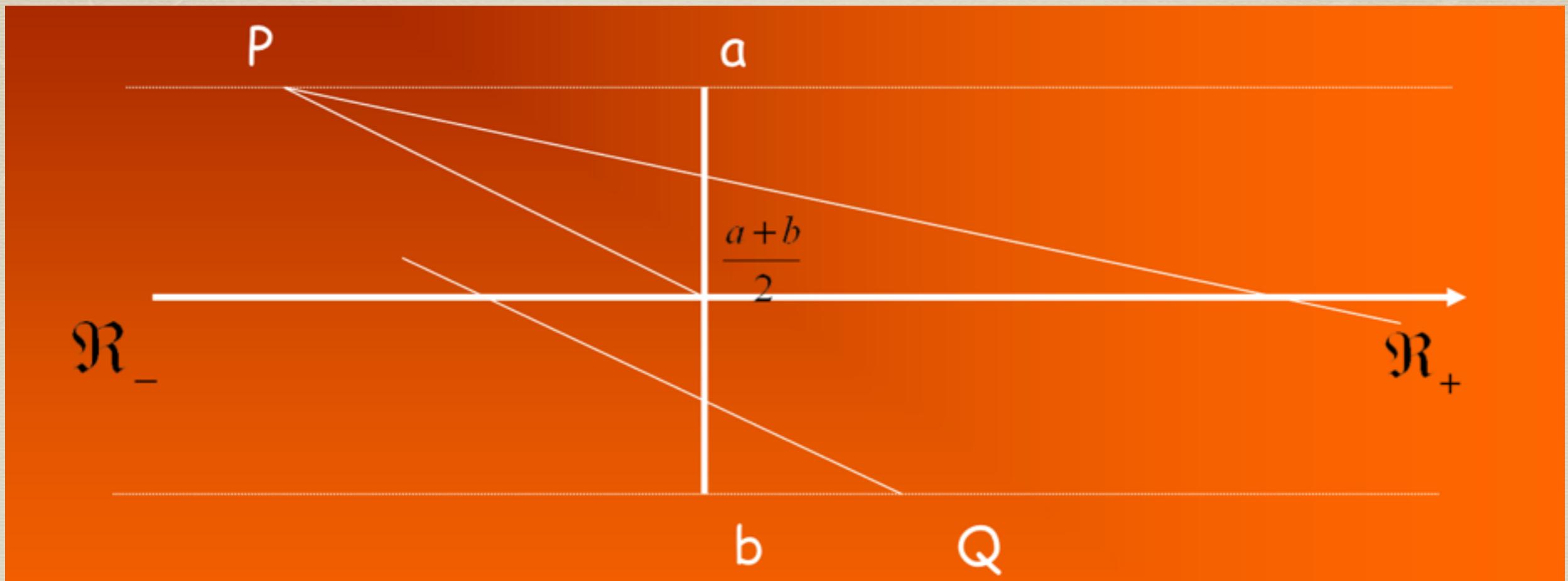
Grand Hotel Hilbert



0,00000000...
0,14159265...
0,23571113...
0,10101010...
0,98765432...
0,11235813...
0,42424242...
0,77272277...

.....

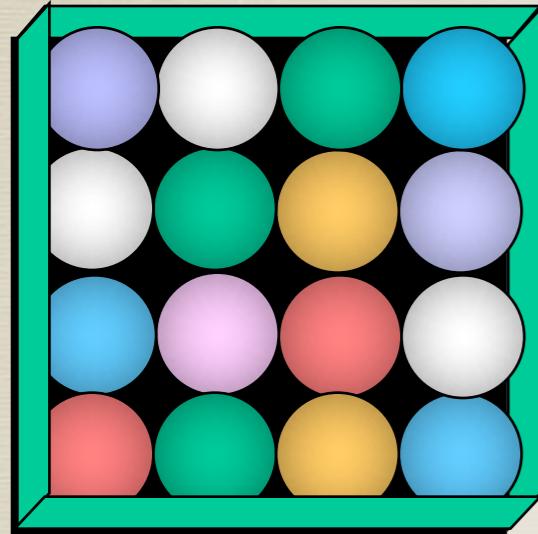
0,77272272...



Insieme ha la potenza del continuo se equipotente ad un segmento

N non ha la potenza del continuo si tratta di infiniti di tipo diverso!!!!

Equipotenti
ad $\{1, 2, \dots, n\}$
si dicono finiti

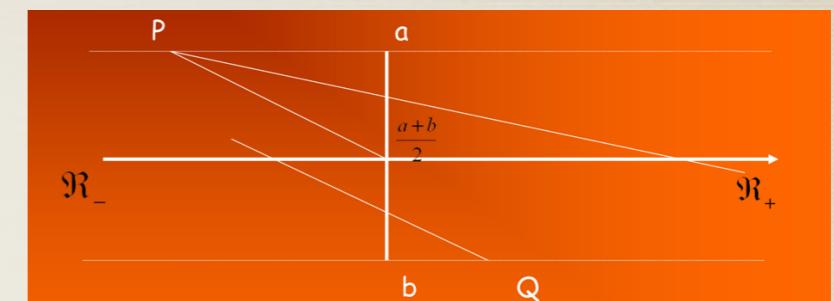


Il continuo
è equipolente
alle parti di \mathbb{N}

Equipotenti
ad \mathbb{N}
numerabili



Equipotenti
ad un segmento
continui



Nessun insieme
è equipotente
all'insieme
delle sue parti

Esistono
infiniti
infiniti
DIM:...

Infiniti



Transfiniti



Cardinali



L'infinito assoluto?

Il paradiso di Cantor e il suo Lucifero Ovvero la cipolla degli infiniti

- * Cantor dimostrò che \mathbb{R} è bigettivo all'insieme delle parti di \mathbb{N}
- * Cantor dimostrò che nessun insieme è bigettivo all'insieme delle sue parti
- * Quindi se \mathbb{N} è infinito numerabile, ma l'insieme dei suoi sottoinsiemi ha la potenza del continuo
- * L'insieme dei sottoinsiemi di \mathbb{R} è un infinito di tipo diverso e così via!!!
- * Ci sono infiniti intermedi tra \mathbb{N} ed \mathbb{R} ?



Primo problema di
Hilbert...
INDECIDIBILE!



Conclusione (?)

Wallis
1655



per poco il cor non si paura

L'Infinito

$$\delta_0$$

0

3

editti
MDCCXXIX
L' Infinito
Julio I

3

Sempre caro mi fu quest' ermo colle,
E questa nepe, che da tanta parte
De l'ultimo orizzonte il guardo esclude.
Ma sedendo e mirando, l'interminato
Spazio di là da quella, e sormani
Silenti, e profondissima quiete.
Io nel pensier mi spingo, ove per poco
Il cor non si spaurisce. E come il vento
Odo stormir tra queste piante, io quello
Infinito silenzio a questa voce
Vor comparando: e mi souvien l'eterno,
E le morte stagioni, e la presente
E viva, e l' suon di lei. Così tra questa
~~infinità~~ ^{infinità} l' annega il pensier mio:
E l' naufragar m' è dolce in questo mare.

il naufragar m'è dolce in questo **mare**.

L'Infinito

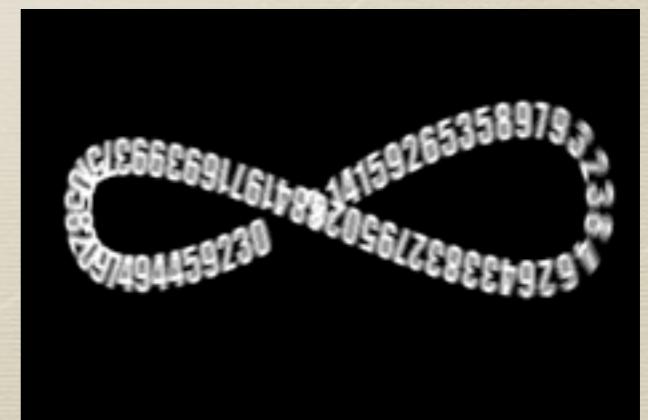
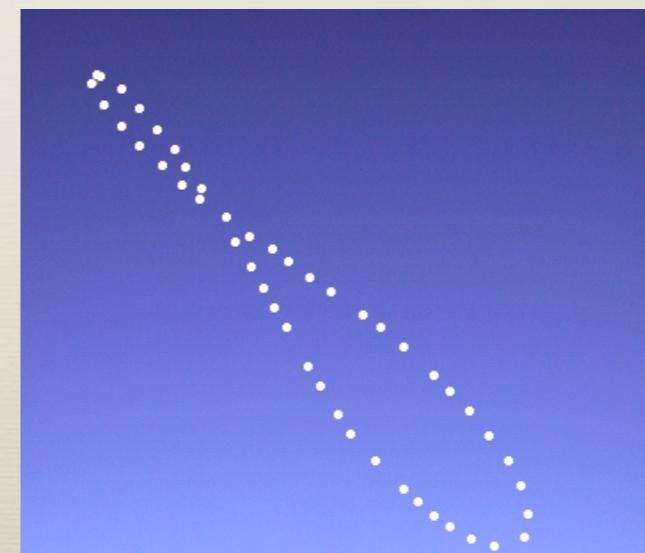
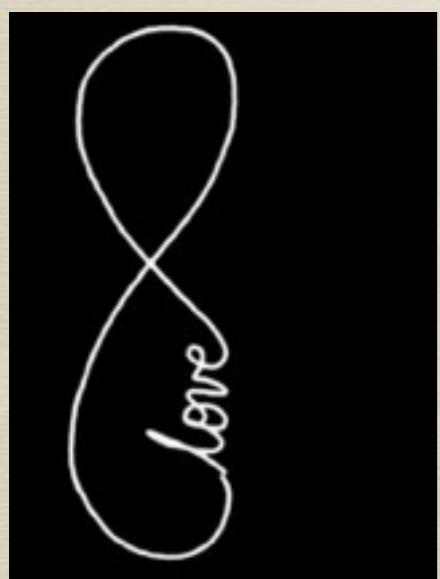
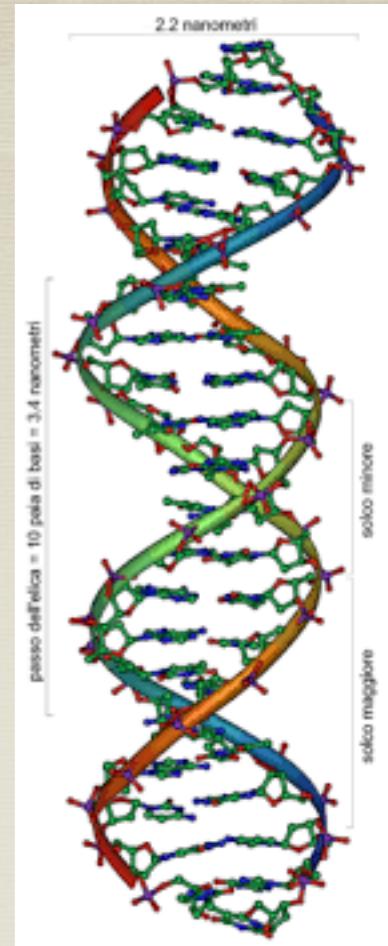
- ∞ l'infinità dei numeri primi gemelli
- ∞ l'infinità dei numeri perfetti;
- ∞ l'irrazionalità di alcuni numeri definiti tramite particolari serie;
- ∞ la trascendenza della serie dei reciproci dei cubi;
- ∞ la possibilità di trovare tutte le poesie nella coda di pigreco.
- ∞





invece della siepe
foreste di simboli
il cor non si spaura?
Per poco?

Due simboli per scrivere tutti i codici di programma
Sette note (e le pause) per comporre infinite melodie
Dieci cifre per l'infinita coda di pi-greco
Ventisei lettere (e le pause) per tutte le poesie che sentiamo
Duecentocinquantasei colori per la tavolozza digitale
365 giorni per l'analemma
4 molecole per tutti i DNA



Infinite letture

- S. Lucente, Infinite volte e infinite volute, Incroci giugno 2019.
- S. Lucente, Il concetto matematico di cui non possiamo fare a meno: infinito, MaddMaths! 13 novembre 2015
- ...
- U. Bottazzini, Infinito (Il Mulino, 2018)
- Borgato, Pepe, Leopardi e le scienze matematiche, BUMI 1 1998
- ...
- Lucio Lombardo Radice, Infinito
- Racconti Matematici Einaudi 2006
- ...
- E. Bombieri, L'infinito matematico, IAS Princeton web
- C. Bernardi, Una tentazione affascinante. Sull'infinito in matematica, Asimmetrie 2016 web
- ...
- Tu, Storia dell'infinito secondo me aggiungendoci una domanda, InYouMind 11 Febbraio 2020