UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BARI ALDO MORO

CONSIGLIO INTERCLASSE IN MATEMATICA

| | |
|---|---|
| **CORSO DI STUDIO** | **LAUREA MAGISTRALE IN MATEMATICA (LM-40)** |
| **ANNO ACCADEMICO** | **2023-2024** |
| **INSEGNAMENTO** | **ANALISI SUPERIORE 1** |

| **Principali informazioni sull'insegnamento** | |
|---|---|
| Anno di corso | Secondo |
| Periodo di erogazione | Primo semestre (25 settembre 2023 – 22 dicembre 2023) |
| Crediti formativi universitari (CFU) | 7 |
| Settore scientifico disciplinare (SSD) | MAT/05 – Analisi Matematica |
| Lingua di erogazione | Italiano |
| Modalità di frequenza | Facoltativa |

| **Docenti** | |
|---|---|
| Nome e cognome | Giusi Vaira |
| Indirizzo mail | giusi.vaira@uniba.it |
| Telefono | +39 080 544 2706 |
| Sede | Dipartimento di Matematica, stanza 16 quarto piano |
| Sede virtuale | Profilo di Microsoft Teams: giusi.vaira@uniba.it |
| Pagina web | https://www.dm.uniba.it/it/members/vaira |
| Ricevimento | Su appuntamento, da concordare via mail |

| **Organizzazione della didattica** | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Totali | Didattica frontale | Pratica | Studio individuale |
| **Ore** | 175 | 56 | | 119 |
| **CFU** | 7 | 7 | | |

| **Obiettivi formativi** | |
|---|---|
| | Acquisizione di alcuni strumenti di base dell'analisi matematica moderna, con particolare riferimento a spazi topologici compatti e localmente compatti e a spazi di funzioni continue su di essi definiti, a criteri di compattezza in spazi di funzioni continue, a teoremi di densità in spazi di funzioni continue, misure di Radon su spazi localmente compatti ed elementi di calcolo delle variazioni con particolare riferimento agli insiemi di perimetro finito e a problemi isoperimetrici. |

| Prerequisiti | |
|---|---|
| | Le conoscenze che in genere vengono acquisite con una laurea della classe L-35. In particolare: analisi matematica classica per funzioni di una o più variabili, spazi metrici e spazi di Banach, elementi di topologia generale, teoria astratta della misura e dell'integrazione. |

| Syllabus | |
|---|---|
| Contenuti dell'insegnamento (Programma) | **RICHIAMI SU SPAZI TOPOLOGICI COMPATTI E LOCALMENTE COMPATTI**<br><br>Spazi topologici. Spazi topologici compatti. Spazi topologici localmente compatti. Compattificazione di Alexandrov. Teoremi di tipo Urysohn. Teoremi di tipo partizione dell'unità. Spazi topologici localmente compatti numerabili all'infinito. Spazi topologici separabili. Proprietà.<br><br>**SPAZI DI FUNZIONI CONTINUE**<br><br>Lo spazio $C(X)$ delle funzioni continue su uno spazio compatto X. Funzioni continue su uno spazio localmente compatto a supporto compatto. Funzioni continue convergenti all'infinito. Lo spazio $C_0(X)$ delle funzioni continue che si annullano all'infinito su uno spazio localmente compatto X. Lo spazio $C_*(X)$ delle funzioni continue convergenti all'infinito su uno spazio localmente compatto X.<br><br>**RISULTATI DI COMPATTEZZA**<br><br>Teorema di Tychnoff. Insiemi equicontinui di funzioni. Esempi e proprietà. Equicontinuità e convergenza uniforme. Teorema di Ascoli- Arzelà. Applicazioni allo studio di operatori integrali. Applicazioni compatte. Teorema di Banach sulla debole compattezza della sfera unitaria del duale di uno spazio di Banach separabile.<br><br>**TEOREMI DI TIPO STONE-WEIERSTRASS**<br><br>Teoremi di densità per sotto-reticoli e sotto-algebre di $C(X,\mathbb{R})$ e $C(X,\mathbb{C})$, X compatto. I Teoremi di tipo Stone - Weierstrass in $C_0(X,\mathbb{R})$ e $C_0(X,\mathbb{C})$, X localmente compatto. Applicazioni.<br><br>**TEOREMI DI PUNTO FISSO**<br><br>Teoremi di punto fisso. Il teorema di punto fisso di Brouwer. Applicazioni compatte. Il teorema di punto fisso di Schauder. Applicazioni ad equazioni integrali e a equazioni differenziali ordinarie. Il principio di Leray- Schauder e stime a priori. Applicazioni alle equazioni alle derivate parziali e alla teoria dei giochi. |

| | |
|---|---|
| | **OPERATORI POSITIVI SU $C_0(X)$, FORME LINEARI POSITIVE, MISURE DI RADON**<br>Forme lineari positive ed operatori positivi su $C_0(X)$. Misure di Radon su uno spazio localmente compatto. Misure di Radon a supporto finito. Regolarità e teoremi di approssimazione. Il duale dello spazio $C_0(X)$.<br><br>**INTRODUZIONE AL CALCOLO DELLE VARIAZIONI**<br><br>Metodi diretti del calcolo delle variazioni. Funzionali classici: equazioni di Eulero-Lagrange, equazione di Du Bois-Reymond. Metodo di convessità (metodi indiretti). Principio di Fermat per l'ottica geometrica. Problema della brachistocrona. Funzionali del solo gradiente. Funzionali sugli spazi di Sobolev: convessità e semicontinuità inferiore in $W^{1,p}$ Esistenza dei minimi in $W^{1,p}$. Esempi. Funzioni a variazione limitata e prime proprietà. Insiemi di perimetro finito. Proprietà della funzione perimetro. Disuguaglianza isoperimetrica. Problemi isoperimetrici come problemi variazionali in cui il minimo di un funzionale è raggiunto in condizioni di simmetria. Riarrangementi, simmetrizzazioni e applicazioni a problemi variazionali. Simmetrizzazione ed equazioni alle derivate parziali. |
| Testi di riferimento | 1. H. BAUER, Measure and Integration Theory, De Gruyter Series Studies in Mathematics, 26, De Gruyter & Co. Berlin, New York, 2001<br>2. G. CHOQUET, Lectures on Analysis, vol. I, W. A. Benjamin Inc., New York, 1969<br>3. L.C. EVANS, Par5al Differen5al Equa5ons, AMS, Providence, 1998<br>4. G. B. FOLLAND, Real analysis, J. Wiley & Sons Inc., New York, 1999<br>5. M. GIAQUINTA, S. Hildebrandt, Calculus of varia5ons I, Springer, 2006<br>6. W.RUDIN, Real and complex analysis, McGraw-Hill Inc., New York, 1987 |
| Note ai testi di riferimento | |
| Materiali didattici | Verranno integrati appunti per la parte relativa al calcolo delle variazioni. |

| **Risultati di apprendimento previsti (secondo i Descrittori di Dublino)** | |
|---|---|
| DD1 Conoscenza e capacità di comprensione | Acquisizione dei concetti fondamentali dell'analisi matematica moderna. Acquisizione delle relative tecniche dimostrative. Capacità di applicare i risultati allo studio di equazioni differenziali. |
| DD2 Conoscenza e capacità di comprensione applicate | Gli strumenti acquisiti si applicano allo studio di equazioni differenziali alle derivate parziali che descrivono, per esempio, problemi classici di Geometria e Fisica Matematica. |
| DD3-5 Competenze trasversali | *DD3 Autonomia di giudizio*: Capacità di valutare la coerenza del ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione. Capacità di individuare i giusti strumenti matematici e le giuste tecniche per affrontare lo studio di problemi matematici (per lo più variazionali) moderni e complessi. |

| | |
|---|---|
| | *DD4 Abilità comunicative*: Acquisizione del linguaggio e del formalismo matematico avanzato necessario per la consultazione dei testi e per la risoluzione di problemi matematici complessi. |
| | *DD5 Capacità di apprendere*: Acquisizione di un metodo di studio adeguato supportato dalla consultazioni di testi e, a volte, di articoli scientifici |

| **Metodi didattici** | |
|---|---|
| | La modalità di erogazione dell'insegnamento è di tipo frontale. Le lezioni verranno tenute in presenza. |

| **Valutazione** | |
|---|---|
| Modalità di verifica dell'apprendimento | Colloquio orale in cui si valuterà l'apprendimento delle nozioni teoriche inerenti il corso, la capacità di utilizzare le nozioni acquisite per risolvere quesiti e problemi applicati. Sarà, inoltre, oggetto di valutazione il linguaggio matematico utilizzato per l'esposizione dei risultati e la capacità di visione d'insieme degli stessi. |
| Criteri di valutazione | • *Conoscenza e capacità di comprensione*: verrà valutata l'acquisizione di concetti e risultati fondamentali nell'ambito dello studio degli spazi funzionali e della teoria degli operatori e l'acquisizione dei principali strumenti e delle tecniche dimostrative.<br>• *Conoscenza e capacità di comprensione applicate*: verrà valutata la capacità di applicare le conoscenze teoriche acquisite.<br>• *Autonomia di giudizio*: verrà valutato l'approccio critico ai concetti e la capacità di scelta degli strumenti matematici adeguati alla complessità dei problemi da risolvere.<br>• *Abilità comunicative*: verrà valutata la padronanza del linguaggio matematico e la qualità dell'esposizione.<br>• *Capacità di apprendere*: verrà valutata l'acquisizione di un metodo di studio che si avvalga della consultazione degli appunti presi a lezione, dei testi consigliati e dell'impegno alla risoluzione di esercizi dati a lezione. |
| Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale | Durante la prova orale la/lo studentessa/studente deve mostrare padronanza del linguaggio, rigore metodologico e di aver acquisito le nozioni e i concetti fondamentali del corso. Per raggiungere una votazione elevata la/lo studentessa/studente deve aver sviluppato autonomia di giudizio, adeguata capacità di argomentazione e chiarezza espositiva. La prova si intende superata se la votazione è maggiore o uguale a 18/30. |

| **Ulteriori informazioni** | |
|---|---|
| | La frequenza alle lezioni è fortemente consigliata. |