UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BARI ALDO MORO

CONSIGLIO INTERCLASSE IN MATEMATICA

CORSO DI STUDIO	**LAUREA IN MATEMATICA (L-35)**
ANNO ACCADEMICO	**2023-2024**
INSEGNAMENTO	**ANALISI FUNZIONALE**

Principali informazioni sull'insegnamento	
Anno di corso	Terzo
Periodo di erogazione	Secondo semestre (26 febbraio 2024 – 31 maggio 2024)
Crediti formativi universitari (CFU)	7
Settore scientifico disciplinare (SSD)	MAT/05 – Analisi Matematica
Lingua di erogazione	Italiano
Modalità di frequenza	Facoltativa

Docenti		
Nome e cognome	Giusi Vaira (titolare)	Marcello D'Abbicco
Indirizzo mail	giusi.vaira@uniba.it	marcello.dabbicco@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2706	+39 080 544 2721
Sede	Dipartimento di Matematica stanza 16 quarto piano	Dipartimento di Matematica stanza 36 secondo piano
Sede virtuale	Profilo Microsoft Teams: giusi.vaira@uniba.it	Profilo Microsoft Teams: marcello.dabbicco@uniba.it
Pagina web	https://www.dm.uniba.it/it/ members/vaira	https://www.dm.uniba.it/it/ members/dabbicco
Ricevimento	Su appuntamento, da concordare via e-mail	Su appuntamento, da concordare via mail

Organizzazione della didattica				
	Totali	Didattica frontale	Pratica (esercitazioni)	Studio individuale
Ore	175	56		119
CFU	7			

Obiettivi formativi

	Acquisizione degli strumenti di base relativi agli spazi funzionali, a teoremi di rappresentazione, alla teoria degli operatori, con applicazioni ad alcune classi di equazioni a derivate parziali.

Prerequisiti	
	Le conoscenze che si acquisiscono nei primi due anni di una laurea della classe L-35, con particolare riferimento all'Analisi Matematica classica in una o più variabili, agli spazi normati, alla topologia generale ed all'algebra lineare.

Syllabus	
Contenuti dell'insegnamento (Programma)	**1. SPAZI NORMATI** Spazi vettoriali normati, distanza e topologia indotta, insiemi convessi. Esempi di spazi normati (L^p, ℓ^p, $\mathfrak{c}_0$, $\mathfrak{c}_c$, funzioni Hölderiane) e di insiemi convessi. Derivata debole e norma sugli spazi di Sobolev. Norma sullo spazio degli operatori lineari limitati su spazi normati. Isomorfismo fra spazi normati con dimensione finita n, e $\mathbb{R}^n$. Lemma di Riesz e teorema di Riesz sulla compattezza della palla unitaria. Limitatezza degli operatori lineari su spazi con dimensione finita. Completezza dello spazio degli operatori lineari limitati. Caratterizzazione della limitatezza per operatori lineari. **2. TEOREMI DI HAN-BANACH** Forma analitica del teorema di Hanh-Banach: su spazi vettoriali e su spazi normati. Spazio duale e mappa di dualità. Iperpiani affini e loro chiusura. Funzionale di Minkowski. Forme geometriche del teorema di Hanh-Banach. Spazio biduale e riflessività. Riflessività dei sottostai chiusi. Equivalenza fra riflessività di uno spazio e del suo duale. Separabilità di uno spazio e del suo duale. **3. TOPOLOGIA DEBOLE E DEBOLE *** Topologia iniziale. Topologia debole. Convergenza debole. Debole chiusura e convessità. Topologia e convergenza debole*. Teorema di Banach-Alaoglu-Bourbaki. Lemma di Helly e di Goldstine. Teorema di Kakutani. Esistenza di minimi per funzioni convesse e semicontinue inferiormente in spazi riflessivi. Separabilità e metrizzabilità della palla unitaria nel duale rispetto alla topologia debole *. Separabilità del duale e metrizzabilità della palla unitaria rispetto alla topologia debole (solo enunciato). Teorema di Milman-Pettis per spazi uniformemente convessi. **4. SPAZI L^P** Disuguaglianza di Clarkson e uniforme convessità di L^p (dimostrazione solo per $p \in [2,\infty)$) e riflessività con $p \in (1,\infty)$. Spazi atomici e non riflessività di L^1. Teorema di rappresentazione di Riesz. Proprietà di L^∞ come spazio duale, duale di L^∞. Duale di $\mathfrak{c}_0$. Proprietà di Schur per ℓ^1.

	5. OPERATORI LINEARI E CONTINUI Teorema sulla serie di Neumann. Teorema di Banach-Steinhaus o dell'uniforme limitatezza. Conseguenze del teorema di Banach-Steinhaus. Teorema dell'applicazione aperta e applicazioni. Teorema del grafico chiuso. Operatori lineari illimitati. Operatori chiusi. Operatori aggiunti e proprietà. Proprietà degli operatori a immagine chiusa. Operatori di rango finito. Teorema di rappresentazione e proprietà. Operatori approssimativi e proprietà. Insieme risolvente, spettro di un operatore. Proprietà dello spettro di un operatore lineare e continuo e del suo aggiunto. **6. OPERATORI COMPATTI** Operatori compatti e loro proprietà. Problema dell'approssimazione. Teorema di Schauder. Spettro di un operatore compatto. Operatori di Fredholm. Teorema dell'alternativa di Fredholm. Autovalori dell'operatore di Laplace in un dominio limitato con condizioni di Dirichlet e con condizioni di Neumann al bordo. Applicazioni. **7.OPERATORI IN SPAZI DI HILBERT** Basi ortonormali in spazi di Hilbert separabili. Operatori di Hilbert-Schmidt e rappresentazione. Operatori di Hilbert-Schmidt come operatori compatti. Operatori limitati autoaggiunti, monotoni, idempotenti e normali. Caratterizzazione di un operatore autoaggiunto e idempotente. Caratterizzazione di un operatore normale. Invertibilità di un operatore autoaggiunto. Proprietà dello spettro di un operatore autoaggiunto. Basi hilbertiane costituite da autovettori di operatori compatti e autoaggiunti. Teorema di decomposizione spettrale. Alcuni risultati di regolarità. Operatore risolvente e approssimazioni di Yosida. Soluzione di problemi di evoluzione. Teorema di cauchy, Lipschitz, Picard. Teorema di Hille-Yosida in spazi di Hilbert. Applicazioni alle equazioni alle derivate parziali di evoluzione: soluzione dell'equazione del calore, delle onde e di un sistema reazione-diffusione.
Testi di riferimento	H. Brezis, Analyse fonctionnelle, Théorie et applications, 2e tirage, Masson 1987. H. Brezis, Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations, Springer, 2011.
Note ai testi di riferimento	
Materiali didattici	Appunti presi a lezione.

Risultati di apprendimento previsti (secondo i Descrittori di Dublino)	
DD1 Conoscenza e capacità di comprensione	Acquisizione di concetti e risultati fondamentali nell'ambito dello studio degli spazi funzionali e della teoria degli operatori. Acquisizione dei principali strumenti e delle tecniche dimostrative.

DD2 Conoscenza e capacità di comprensione applicate	Le conoscenze teoriche acquisite trovano molte applicazioni in vari campi della matematica, tra cui lo studio di equazioni alle derivate parziali e di modelli da esse governati.
DD3-5 Competenze trasversali	*DD3 Autonomia di giudizio*: Capacità di valutazione della coerenza del ragionamento logico nelle dimostrazioni e capacità di scelta di strumenti matematici adeguati alla complessità dei problemi da risolvere.
	DD4 Abilità comunicative: Acquisizione delle basi del linguaggio e del formalismo matematico, necessarie sia per la consultazione e la comprensione dei testi che per l'esposizione, l'analisi e la risoluzione dei problemi.
	DD5 Capacità di apprendere: Acquisizione di un metodo di studio adeguato che si avvalga sistematicamente della consultazione dei testi e dell'impegno alla risoluzione di esercizi e questi connessi ai contenuti del corso.

Metodi didattici	
	La modalità di erogazione dell'insegnamento è di tipo frontale. Le lezioni verranno tenute in presenza.

Valutazione	
Modalità di verifica dell'apprendimento	L'esame finale prevede una prova orale che si basa sulla verifica delle conoscenze teoriche e applicative dei contenuti del corso.
Criteri di valutazione	• *Conoscenza e capacità di comprensione*: verrà valutata l'acquisizione di concetti e risultati fondamentali nell'ambito dello studio degli spazi funzionali e della teoria degli operatori e l'acquisizione dei principali strumenti e delle tecniche dimostrative. • *Conoscenza e capacità di comprensione applicate*: verrà valutata la capacità di applicare le conoscenze teoriche acquisite. • *Autonomia di giudizio*: verrà valutato l'approccio critico ai concetti e la capacità di scelta degli strumenti matematici adeguati alla complessità dei problemi da risolvere. • *Abilità comunicative*: verrà valutata la padronanza del linguaggio matematico e la qualità dell'esposizione. • *Capacità di apprendere*: verrà valutata l'acquisizione di un metodo di studio che si avvalga della consultazione degli appunti presi a lezione, dei testi consigliati e dell'impegno alla risoluzione di esercizi dati a lezione.
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	Durante la prova orale la/lo studentessa/studente deve mostrare padronanza del linguaggio, rigore metodologico e di aver acquisito le nozioni e i concetti fondamentali del corso. Per raggiungere una votazione elevata la/lo studentessa/studente deve aver sviluppato autonomia di giudizio, adeguata capacità di argomentazione e chiarezza espositiva. La prova si intende superata se la votazione è maggiore o uguale a 18/30.

Ulteriori informazioni	
	La frequenza alle lezioni è fortemente consigliata.