

CORSO DI STUDIO	LAUREA MAGISTRALE IN MATEMATICA (LM-40)
ANNO ACCADEMICO	2023-2024
INSEGNAMENTO	TEORIA DEI PUNTI CRITICI

Principali informazioni sull'insegnamento	
Periodo di erogazione	Secondo semestre (26 febbraio 2024 – 31 maggio 2024)
Crediti formativi universitari (CFU)	7
Settore scientifico disciplinare (SSD)	MAT/05 – Analisi Matematica
Lingua di erogazione	Italiano
Modalità di frequenza	Facoltativa

Docente	
Nome e cognome	Addolorata Salvatore
Indirizzo mail	addolorata.salvatore@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2705
Sede	Dipartimento di Matematica, stanza 10 quarto piano
Sede virtuale	Microsoft Teams codice 7vI9dpm
Pagina web	https://www.dm.uniba.it/it/members/salvatore
Ricevimento	Su appuntamento, da concordare per e-mail

Organizzazione della didattica				
	Totali	Didattica frontale	Pratica	Studio individuale
Ore	175	56		119
CFU	7	7		

Obiettivi formativi	
	Acquisizione di conoscenze di metodi variazionali e topologici nello studio di problemi non lineari, con particolare riferimento a grado topologico e teorie dell'indice. Applicazioni allo studio di alcuni problemi ellittici semi-lineari.

Prerequisiti	
	Le conoscenze che in genere vengono acquisite nei primi tre anni di una laurea della classe L-35. In particolare: analisi matematica classica in una e più variabili, topologia generale, algebra lineare, teoria elementare degli spazi di Hilbert e degli spazi L^p .

Syllabus	
Contenuti dell'insegnamento (Programma)	<p>Grado topologico e applicazioni Grado topologico per funzioni continue in dimensione finita: definizione assiomatica e proprietà. Costruzione del grado topologico. Teorema di punto fisso di Brouwer. Teorema della retrazione. Teorema di Borsuk. Definizione di insiemi che linkano. Linking del passo montano, del passo montano multidimensionale e della sella. Cenni sul grado topologico in dimensione infinita. Teorema di punto fisso di Schauder. Teorema della retrazione. Ulteriori teoremi di punto fisso.</p> <p>Teoria dell'indice Teoria dell'indice in spazi topologici: definizione assiomatica. La categoria di Lusternik-Schnirelmann: definizione, esempi e proprietà. Il genus di</p>

	<p>Krasnoselski: definizione, esempi e proprietà. Legame tra genus e categoria di un insieme. Indice legato all'azione di un gruppo di trasformazioni unitarie. Indice legato all'azione del gruppo S^1.</p> <p>Teoremi astratti di esistenza di punti critici e applicazioni Richiami sulla condizione di Palais-Smale e lemma di deformazione. Teorema di linking ed applicazioni allo studio di alcuni problemi ellittici a crescita sia sottolineare che sopralineare. Teorema di linking per funzionali fortemente indefiniti. Applicazione allo studio di un sistema hamiltoniano del primo ordine.</p> <p>Teoremi astratti di molteplicità di punti critici e applicazioni Lemma di deformazione per funzionali compatibili con una teoria dell'indice. Teoremi di molteplicità di punti critici per funzionali limitati inferiormente e compatibili con una teoria dell'indice. Teoremi con la categoria e applicazioni. Studio di un problema agli autovalori non lineare. Teoremi di molteplicità di punti critici per funzionali pari limitati inferiormente ed applicazioni allo studio di equazioni ellittiche in presenza di simmetria. Teorema del passo montano simmetrico e del passo montano multidimensionale simmetrico. Teoria dello pseudo-indice e teorema di molteplicità di punti critici per funzionali pari non limitati inferiormente. Applicazioni a problemi ellittici sopra-lineari o asintoticamente lineari. Teorema di molteplicità per funzionali S^1-invarianti fortemente indefiniti: enunciato e cenni di dimostrazione. Applicazione allo studio di un sistema hamiltoniano del primo ordine.</p>
Testi di riferimento	<p>P. H. Rabinowitz, Minimax methods in critical point theory with applications to differential equations, CBMS Regional conference Series in Applied Mathematics, 65 (1986). J.T. Scharwitz, Nonlinear Functional Analysis, Gordon & Breach, New York (1969). M. Struwe, Variational methods, Fourth edition, Springer- Berlin (2008).</p>
Note ai testi di riferimento	
Materiali didattici	

Risultati di apprendimento previsti (secondo i Descrittori di Dublino)	
DD1 Conoscenza e capacità di comprensione	Acquisizione di strumenti e di tecniche avanzate nello studio di problemi di tipo variazionale. Acquisizione delle relative tecniche dimostrative.
DD2 Conoscenza e capacità di comprensione applicate	Capacità di utilizzare i risultati teorici allo studio di diversi problemi variazionali non lineari.
DD3-5 Competenze trasversali	<i>DD3 Autonomia di giudizio:</i> Capacità di applicare gli strumenti matematici a disposizione per studiare problemi non lineari provenienti anche dalle scienze applicate.
	<i>DD4 Abilità comunicative:</i> Acquisizione del linguaggio e del formalismo matematico avanzato, necessario per la consultazione e comprensione dei testi, l'esposizione delle conoscenze acquisite, la descrizione, l'analisi e la risoluzione dei problemi.
	<i>DD5 Capacità di apprendere:</i> Acquisizione di un metodo di studio adeguato, ottenuto anche grazie alla consultazione dei testi e alla risoluzione di problemi proposti durante il corso.

Metodi didattici	
	La modalità di erogazione dell'insegnamento è di tipo frontale. Le lezioni sono tenute in presenza.

Valutazione	
-------------	--

Modalità di verifica dell'apprendimento	L'esame orale prevede un colloquio sui principali argomenti trattati.
Criteri di valutazione	<p><i>Conoscenza e capacità di comprensione:</i> acquisizione e padronanza delle definizioni e dei risultati teorici presentati nel corso e delle relative tecniche dimostrative.</p> <p><i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate:</i> capacità di applicare le conoscenze acquisite allo studio di problemi non lineari di tipo variazionale.</p> <p><i>Autonomia di giudizio:</i> approccio critico ai concetti, capacità di scelta dei risultati teorici e delle tecniche risolutive per lo studio di un problema non lineare a struttura variazionale.</p> <p><i>Abilità comunicative:</i> padronanza del linguaggio matematico specifico, qualità dell'esposizione.</p> <p><i>Capacità di apprendere:</i> capacità di organizzazione delle conoscenze, di ragionamento critico e di eventuale approfondimento autonomo.</p>
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	La studentessa/lo studente sostiene la prova orale che risulta superata se il voto conseguito è maggiore o uguale a 18/30. La studentessa/lo studente deve mostrare padronanza del linguaggio, rigore metodologico e di aver acquisito le nozioni ed i concetti fondamentali del corso. La valutazione è basata sul raggiungimento degli obiettivi di apprendimento previsti. Per raggiungere una valutazione elevata la studentessa/lo studente deve aver sviluppato autonomia di giudizio e adeguata capacità di argomentazione ed esposizione.

Ulteriori informazioni	
	La frequenza delle lezioni è fortemente consigliata.