

PROGRAMMA DI TEORIA DEI PUNTI CRITICI
LAUREA MAGISTRALE IN MATEMATICA
A.A. 2019-20 Prof.ssa A. SALVATORE

Grado topologico e applicazioni

Grado topologico per funzioni continue in dimensione finita: definizione assiomatica e proprietà. Costruzione del grado topologico. Teorema di punto fisso di Brower. Teorema della retrazione. Teorema di Borsuk. Definizione di insiemi che linkano. Linking del passo montano, del passo montano multidimensionale e della sella.

Cenni sul grado topologico in dimensione infinita. Teorema di punto fisso di Schauder. Teorema della retrazione. Ulteriori teoremi di punto fisso.

Teoria dell'indice

Teoria dell'indice in spazi topologici: definizione assiomatica. La categoria di Lusternik-Schnirelmann: definizione, esempi e proprietà. Il genus di Krasnoselski: definizione, esempi e proprietà. Legame tra genus e categoria di un insieme (*). Indice legato all'azione di un gruppo di trasformazioni unitarie. Indice legato all'azione del gruppo S^1 .

Teoremi astratti di esistenza di punti critici e applicazioni

Richiami sulla condizione di Palais-Smale e lemma di deformazione. Teorema di linking ed applicazioni allo studio di alcuni problemi ellittici a crescita sia sottolineare che sopralineare. Cenni su problemi ellittici a crescita critica. Identità di Pohozaev.

Teorema di linking per funzionali fortemente indefiniti (*). Applicazione allo studio di un sistema hamiltoniano del primo ordine.

Teoremi astratti di molteplicità di punti critici e applicazioni

Lemma di deformazione per funzionali compatibili con una teoria dell'indice. Teoremi di molteplicità di punti critici per funzionali limitati inferiormente e compatibili con una teoria dell'indice. Teoremi con la categoria e applicazioni. Studio di un problema agli autovalori non lineare. Teoremi di molteplicità di punti critici per funzionali pari limitati inferiormente ed applicazioni allo studio di equazioni ellittiche in presenza di simmetria. Teorema del passo montano simmetrico e del passo montano multidimensionale simmetrico. Teoria dello pseudoindice e teorema di molteplicità di punti critici per funzionali pari non limitati inferiormente. Applicazioni a problemi ellittici sopralineari o asintoticamente lineari. Teorema di molteplicità per funzionali S^1 – invarianti fortemente indefiniti (*). Applicazione allo studio di un sistema hamiltoniano del primo ordine.

TESTI CONSIGLIATI

H. Brezis, *Analisi Funzionale*, Masson, Paris (1983).

P. H. Rabinowitz, *Minimax methods in critical point theory with applications to differential equations*, CBMS Regional conference Series in Applied Mathematics, 65 (1986).

J.T. Scharwtz, *Nonlinear Functional Analysis*, Gordon & Breach, New York (1969).

M. Struwe, *Variational methods*, 3rd edition, Springer- Berlin (2000).

Degli argomenti contrassegnati con (*) non è richiesta la dimostrazione.