

Esame di *Calcolo delle probabilità e statistica* (per studenti di Informatica)
corso A
Università degli studi di Bari Aldo Moro
26-06-2020

Esercizio 1. Si lancia una moneta equilibrata. Se esce testa, si lancia $n \geq 1$ volte un dado equo a 6 facce numerate da 1 a 6; se esce croce, lo si lancia $2n$ volte.

- (1) Calcolare (in funzione di n) la probabilità che 1 esca almeno una volta.
- (2) Calcolare il limite per $n \rightarrow \infty$ della probabilità trovata sopra.
- (3) Calcolare la probabilità che la moneta abbia dato testa sapendo che 1 è uscito esattamente n volte.

Esercizio 2.

Verificare che la funzione $f(x) = \theta^2 x e^{-\theta x}$ per $x \geq 0$ e nulla altrimenti è la densità di probabilità di una certa variabile aleatoria X per ogni valore del parametro $\theta > 0$.

- (1) Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per il parametro θ corrispondente a un campione (X_1, X_2, \dots, X_n) di rango n .
- (2) Calcolare l'aspettazione $E[X]$ della variabile aleatoria X e dire se lo stimatore ottenuto al punto precedente è consistente.

Esercizio 3. Una macchina è impostata in modo che il contenuto medio di succo per bottiglia sia uguale a μ . Un campione di 100 bottiglie fornisce un contenuto medio di 48.8 cl. Assumendo che la deviazione standard della popolazione sia nota e pari a 5 cl:

- (1) Verificare l'ipotesi che il contenuto medio per bottiglia sia 50 cl a un livello di significatività del 10% e del 5%.
- (2) Calcolare il p -value del test.