

Esame di *Calcolo delle probabilità e statistica* (per studenti di Informatica)  
corso A  
Università degli studi di Bari Aldo Moro  
26-06-2020

**Esercizio 1.** Si lancia una moneta equilibrata. Se esce testa, si lancia  $n \geq 1$  volte un dado equo a 6 facce numerate da 1 a 6; se esce croce, lo si lancia  $2n$  volte.

- (1) Calcolare (in funzione di  $n$ ) la probabilità che 1 esca almeno una volta.
- (2) Calcolare il limite per  $n \rightarrow \infty$  della probabilità trovata sopra.
- (3) Calcolare la probabilità che la moneta abbia dato testa sapendo che 1 è uscito esattamente  $n$  volte.

**Esercizio 2.**

Verificare che la funzione  $f(x) = \theta^2 x e^{-\theta x}$  per  $x \geq 0$  e nulla altrimenti è la densità di probabilità di una certa variabile aleatoria  $X$  per ogni valore del parametro  $\theta > 0$ .

- (1) Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per il parametro  $\theta$  corrispondente a un campione  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  di rango  $n$ .
- (2) Calcolare l'aspettazione  $E[X]$  della variabile aleatoria  $X$  e dire se lo stimatore ottenuto al punto precedente è consistente.

**Esercizio 3.** Una macchina è impostata in modo che il contenuto medio di succo per bottiglia sia uguale a  $\mu$ . Un campione di 100 bottiglie fornisce un contenuto medio di 48.8 cl. Assumendo che la deviazione standard della popolazione sia nota e pari a 5 cl:

- (1) Verificare l'ipotesi che il contenuto medio per bottiglia sia 50 cl a un livello di significatività del 10% e del 5%.
- (2) Calcolare il  $p$ -value del test.