

Esame di *Calcolo delle Probabilità e Statistica* (per studenti di  
Informatica) corso A  
Università degli studi di Bari Aldo Moro

12-04-2021

**Esercizio 1.** Una scatola contiene 100 monete con due facce, testa e croce. Tra queste, 10 monete sono truccate, e fanno uscire testa con probabilità  $\frac{2}{3}$ . Le restanti 90 monete sono equilibrate. Si prende una moneta a caso e la si lancia 1000 volte.

- (1) Sia  $N$  la variabile aleatoria che dà il numero di teste ottenute nell'esperimento di sopra. Quanto vale l'attesa  $E[N]$ ?
- (2) Calcolare la probabilità di ottenere almeno 500 teste.
- (3) Sapendo di aver ottenuto più di 600 teste, qual è la probabilità che la moneta sia truccata?

**Esercizio 2.** Sia  $X$  una variabile aleatoria uniformemente distribuita tra 0 e  $a$ , dove  $a > 0$  è un parametro. Scrivere la densità di probabilità di  $X$  e calcolarne la media.

Sia  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  un campione di rango  $n$  distribuito come  $X$ .

- (1) Sfruttando il calcolo della media di  $X$ , esibire uno stimatore corretto del parametro  $a$ .
- (2) Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per il parametro  $a$  corrispondente al campione  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  mostrando che è dato da  $T_n = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ .
- (3) Verificare che la funzione di distribuzione di  $T_n$  è data da  $F_n(t) = (\frac{t}{a})^n$  per  $0 \leq t \leq a$ ,  $F_n(t) = 0$  per  $t < 0$ , e  $F_n(t) = 1$  per  $t \geq a$ .
- (4) Calcolare  $E[T_n]$  e verificare che  $T_n$  è asintoticamente corretto.

**Esercizio 3.** Una compagnia petrolifera dichiara che il contenuto di zolfo del suo carburante diesel non supera lo 0.15%. Si vuole verificare questa ipotesi analizzando 40 campioni. Si trova un contenuto medio di 0.162% con deviazione standard *campionaria* di 0.40%.

- (1) Dire quale test statistico occorre usare, specificando se si tratta di un test unilaterale o bilaterale.
- (2) Verificare l'ipotesi al 10% di significatività.
- (3) Verificare l'ipotesi al 5% di significatività.