

Esame di *Calcolo delle Probabilità e Statistica* (per studenti di
Informatica) corso A
Università degli studi di Bari Aldo Moro
12-04-2021

Esercizio 1. Una scatola contiene 100 monete con due facce, testa e croce. Tra queste, 10 monete sono truccate, e fanno uscire testa con probabilità $\frac{2}{3}$. Le restanti 90 monete sono equilibrate. Si prende una moneta a caso e la si lancia 1000 volte.

- (1) Sia N la variabile aleatoria che dà il numero di teste ottenute nell'esperimento di sopra. Quanto vale l'attesa $E[N]$?
- (2) Calcolare la probabilità di ottenere almeno 500 teste.
- (3) Sapendo di aver ottenuto più di 600 teste, qual è la probabilità che la moneta sia truccata?

Esercizio 2. Sia X una variabile aleatoria uniformemente distribuita tra 0 e a , dove $a > 0$ è un parametro. Scrivere la densità di probabilità di X e calcolarne la media. Sia (X_1, X_2, \dots, X_n) un campione di rango n distribuito come X .

- (1) Sfruttando il calcolo della media di X , esibire uno stimatore corretto del parametro a .
- (2) Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per il parametro a corrispondente al campione (X_1, X_2, \dots, X_n) mostrando che è dato da $T_n = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$.
- (3) Verificare che la funzione di distribuzione di T_n è data da $F_n(t) = (\frac{t}{a})^n$ per $0 \leq t \leq a$, $F_n(t) = 0$ per $t < 0$, e $F_n(t) = 1$ per $t \geq a$.
- (4) Calcolare $E[T_n]$ e verificare che T_n è asintoticamente corretto.

Esercizio 3. Una compagnia petrolifera dichiara che il contenuto di zolfo del suo carburante diesel non supera lo 0.15%. Si vuole verificare questa ipotesi analizzando 40 campioni. Si trova un contenuto medio di 0.162% con deviazione standard *campionaria* di 0.40%.

- (1) Dire quale test statistico occorre usare, specificando se si tratta di un test unilaterale o bilaterale.
- (2) Verificare l'ipotesi al 10% di significatività.
- (3) Verificare l'ipotesi al 5% di significatività.