

# Esame di *Calcolo delle probabilità e statistica* (per studenti di Informatica)

corso A

Università degli studi di Bari Aldo Moro

Docente: *Stefano Rossi*

09-09-2020

**Esercizio 1.** Si hanno due mazzi di chiavi. Il primo contiene  $n$  chiavi, il secondo  $2n$  chiavi. Ciascun mazzo contiene esattamente una chiave che apre una porta, mentre le rimanenti chiavi non permettono di aprirla. Si sceglie a caso uno dei due mazzi e poi si estrae a caso una chiave dal mazzo prescelto. Si prova quindi ad aprire la porta. Se non si apre, si mette via la chiave che non funziona e se ne sceglie un'altra tra le restanti dello stesso mazzo e si riprova ad aprire la porta. Si continua finché non si trova la chiave che apre la porta.

- (1) Calcolare la probabilità che sia necessario più di un tentativo per aprire la porta.
- (2) Calcolare la probabilità che la chiave provenga dal primo mazzo sapendo che sono stati necessari due tentativi per aprire la porta (la seconda chiave scelta ha aperto la porta).
- (3) Calcolare il limite per  $n \rightarrow \infty$  della probabilità determinata al punto precedente.

**Esercizio 2.** Verificare che per ogni valore del parametro  $\alpha > 0$  la funzione  $f(x) = \frac{\alpha}{2} e^{-\alpha|x|}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , è la densità di probabilità di una certa variabile aleatoria  $X$ .

- (1) Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza di  $\alpha$  corrispondente a un campione  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  di rango  $n$ .
- (2) Dopo aver verificato che  $|X|$  è una variabile di tipo esponenziale di parametro  $\alpha$ , calcolare il limite in probabilità della successione  $\frac{|X_1| + |X_2| + \dots + |X_n|}{n}$ .

**Esercizio 3.** Due macchinari diversi dovrebbero produrre viti dello stesso diametro. La media  $\bar{x}_1$  di un campione di  $n_1 = 20$  viti prodotte dal primo macchinario è pari a  $4.2 \text{ mm}$ , mentre la media  $\bar{x}_2$  di un campione di  $n_2 = 25$  viti prodotte dal secondo è pari a  $3.9 \text{ mm}$ .

- (1) Condurre un test di verifica delle ipotesi per stabilire se in media i due macchinari producono viti dello stesso diametro con un livello di significatività del 10% e del 5%, sapendo che la varianza delle due popolazioni di viti è uguale e pari a  $\sigma^2 = 0.25 \text{ mm}^2$
- (2) Calcolare il  $p$ -value del test di sopra.