

Esame di *Calcolo delle probabilità e statistica* (per studenti di Informatica) corso A

Università degli studi di Bari Aldo Moro

Docente: *Stefano Rossi*

09-09-2020

Esercizio 1. Si hanno due mazzi di chiavi. Il primo contiene n chiavi, il secondo $2n$ chiavi. Ciascun mazzo contiene esattamente una chiave che apre una porta, mentre le rimanenti chiavi non permettono di aprirla. Si sceglie a caso uno dei due mazzi e poi si estrae a caso una chiave dal mazzo prescelto. Si prova quindi ad aprire la porta. Se non si apre, si mette via la chiave che non funziona e se ne sceglie un'altra tra le restanti dello stesso mazzo e si riprova ad aprire la porta. Si continua finché non si trova la chiave che apre la porta.

- (1) Calcolare la probabilità che sia necessario più di un tentativo per aprire la porta.
- (2) Calcolare la probabilità che la chiave provenga dal primo mazzo sapendo che sono stati necessari due tentativi per aprire la porta (la seconda chiave scelta ha aperto la porta).
- (3) Calcolare il limite per $n \rightarrow \infty$ della probabilità determinata al punto precedente.

Esercizio 2. Verificare che per ogni valore del parametro $\alpha > 0$ la funzione $f(x) = \frac{\alpha}{2}e^{-\alpha|x|}$, $x \in \mathbb{R}$, è la densità di probabilità di una certa variabile aleatoria X .

- (1) Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza di α corrispondente a un campione (X_1, X_2, \dots, X_n) di rango n .
- (2) Dopo aver verificato che $|X|$ è una variabile di tipo esponenziale di parametro α , calcolare il limite in probabilità della successione $\frac{|X_1|+|X_2|+\dots+|X_n|}{n}$.

Esercizio 3. Due macchinari diversi dovrebbero produrre viti dello stesso diametro. La media \bar{x}_1 di un campione di $n_1 = 20$ viti prodotte dal primo macchinario è pari a 4.2 mm , mentre la media \bar{x}_2 di un campione di $n_2 = 25$ viti prodotte dal secondo è pari a 3.9 mm .

- (1) Condurre un test di verifica delle ipotesi per stabilire se in media i due macchinari producono viti dello stesso diametro con un livello di significatività del 10% e del 5%, sapendo che la varianza delle due popolazioni di viti è uguale e pari a $\sigma^2 = 0.25 \text{ mm}^2$
- (2) Calcolare il p -value del test di sopra.