

Esame di *Calcolo delle probabilità e statistica* (per studenti di Informatica)  
corso A  
Università degli studi di Bari Aldo Moro  
09-06-2020

**Esercizio 1.** Una scatola contiene 100 monete, 10 delle quali sono truccate e danno testa con probabilità  $p = 0.35$ , e le restanti 90 sono equilibrate.

- (1) Si estraggono *insieme* due monete, che poi vengono lanciate. Sapendo che hanno entrambe dato testa, qual è la probabilità che siano entrambe truccate?
- (2) Quante volte  $n$  è necessario lanciare una moneta truccata perché la probabilità di avere un numero di teste compreso tra  $0.30n$  e  $0.40n$  sia almeno del 90%? (Usare l'approssimazione normale data dal teorema del limite centrale.)

**Esercizio 2.** Si verifichi che la funzione  $f(x) = \theta a^\theta x^{-(\theta+1)}$  per  $x \geq a$  e  $f(x) = 0$  per  $x < a$ , dove  $a > 0$  e  $\theta > 1$  sono due parametri, è la densità di probabilità di una certa variabile aleatoria  $X$ . Supponendo che il parametro  $a$  sia noto:

- (1) determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per  $\theta$  corrispondente a un campione  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  di rango  $n$ .
- (2) calcolare l'aspettazione  $E[X]$  della variabile  $X$  che ha  $f$  come densità e trovare uno stimatore corretto per la quantità  $\frac{\theta}{\theta-1}$ .

**Esercizio 3.** Un campione di 16 sigarette di una certa marca è stato sottoposto ad analisi per misurarne il contenuto di nicotina. Per la media e la varianza campionaria si sono ottenuti i seguenti risultati:  $\bar{x} = 20 \text{ mg}$  e  $S^2 = 4 \text{ (mg)}^2$ .

- (1) Calcolare un intervallo (bilaterale) di confidenza al 95% per il contenuto medio di nicotina  $X$  di ogni sigaretta, supponendo che  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , con  $\mu$  e  $\sigma^2$  parametri incogniti.
- (2) Calcolare un intervallo destro (cioè una semiretta del tipo  $[\sigma_{min}^2, +\infty)$ ) di confidenza al 95% per  $\sigma^2$ .