

Esame di *Calcolo delle probabilità e statistica* (per studenti di Informatica) corso A e B

Università degli studi di Bari Aldo Moro

Docente: Stefano Rossi, Simone Del Vecchio

08-06-2022

Esercizio 1. Una scatola contiene 10 monete, di cui una è truccata e fa uscire testa con probabilità $\frac{2}{3}$. Si prende una moneta a caso e la si lancia 200 volte. Detta X la variabile aleatoria che conta il numero di teste ottenute, calcolare:

- (1) $E[X]$
- (2) $P[X \geq 100]$
- (3) la probabilità che la moneta sia truccata sapendo che $X \geq 125$.

Esercizio 2. Per ogni valore del parametro $\lambda > 0$, si considera la funzione

$$f(x) := \frac{\lambda e^{-\lambda\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} \chi_{[0,+\infty)}(x).$$

- (1) Verificare che f è la densità di una certa variabile aleatoria X .
- (2) Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza di λ relativo a un campione di rango n distribuito come X .
- (3) Esibire una statistica sufficiente per λ .
- (4) Determinare la legge di \sqrt{X} e dire se si tratta di una legge notevole.
- (5) Calcolare $E[\sqrt{X}]$.

Esercizio 3. Dare la definizione di livello di significatività di un test statistico.

Sulla base dei seguenti $n = 10$ valori ottenuti su un campione casuale proveniente da una popolazione normale

1.1, 3.1, 4.2, 4.6, 5.0, 5.2, 5.3, 6.5, 8.4, 9.6

verificare l'ipotesi che la media della popolazione sia pari a $\mu_0 = 4$ al livello di significatività 5% e 1%.