

Esame di *Calcolo delle Probabilità e Statistica* (per studenti di
Informatica, canali A-L e M-Z)
Università degli studi di Bari Aldo Moro
Docenti: Simone Del Vecchio, Stefano Rossi
03–04–2023

Esercizio 1. Enunciare il teorema del limite centrale.

Un certo tipo di lavorazione consiste nel ripetere indipendentemente 30 volte la stessa operazione elementare. Un'operazione elementare ha una durata media di 1 min con deviazione standard di 5 s.

- (1) Detta X la variabile aleatoria che dà la durata della lavorazione, calcolare $E[X]$ e $\text{Var}[X]$.
- (2) Calcolare la probabilità che la lavorazione richieda complessivamente più di 31 min, ossia $P[X \geq 31\text{min}]$.

Esercizio 2. Per ogni valore del parametro $a > 0$, si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) := \frac{2}{a^2}x \chi_{[0,a]}(x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

- (1) Verificare che f è la densità di una certa variabile aleatoria X .
- (2) Calcolare la media di X .
- (3) Sfruttare il calcolo precedente per esibire uno stimatore corretto di a .
- (4) Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza di a relativo a un campione di rango n distribuito come X .

Esercizio 3. Si misura la concentrazione nell'aria di un certo agente inquinante, ottenendo in 10 misurazioni la media campionaria $x = 113 \text{ ppm}$ e la varianza campionaria $s^2 = 98 \text{ ppm}^2$. Sottoporre a verifica l'ipotesi che la concentrazione media nell'aria di quell'inquinante sia come minimo uguale a 100 ppm, dopo aver spiegato quale test occorre condurre e specificato se si tratta di un test unilaterale o bilaterale.