

Esame di *Calcolo delle probabilità e statistica* (per studenti di Informatica)  
corso A e B  
Università degli studi di Bari Aldo Moro  
06-09-2021

**Esercizio 1.** Si hanno due monete a due facce, testa e croce. Una moneta è equa, mentre l'altra è truccata e dà testa con probabilità  $\frac{2}{3}$ . Si sceglie una delle due monete e la si lancia  $n = 100$  volte.

- Calcolare la probabilità di ottenere più di 65 teste.
- Calcolare la probabilità che la moneta sia truccata se si sono ottenute più di 65 teste.
- Calcolare la probabilità che la moneta sia equa se si sono ottenute meno di 65 teste.

**Esercizio 2.** Verificare che per ogni valore del parametro  $a > 0$  la funzione

$$f(x; a) := \frac{5a^5}{x^6} \chi_{[a, \infty]}(x)$$

è la densità di probabilità di una certa variabile aleatoria  $X$ .

- Determinare l'attesa di  $X$ , verificando che si ha  $E[X] = \frac{5}{4}a$ .
- Sfruttare il calcolo precedente per esibire uno stimatore corretto di  $a$  a partire da un campione di rango  $n$  distribuito come  $X$ .
- Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza di  $a$  relativo a un campione di rango  $n$  distribuito come  $X$ .
- Esibire una statistica sufficiente.

**Esercizio 3.**

- Fornire la definizione di intervallo di confidenza a un fissato livello di confidenza  $1 - \alpha$ , con  $0 < \alpha < 1$ , per un parametro incognito di una data distribuzione.
- Si sospetta che una certa terapia farmacologica possa aumentare la probabilità di concepire un bambino di sesso femminile. Su 574 gravidanze in cui la madre era sotto questo trattamento, 525 hanno dato una bambina. Costruire un intervallo di fiducia al 95% per la probabilità di concepire una bambina quando la madre è sotto trattamento al momento del concepimento.