

**ESERCIZI SU DERIVATE  
DI FUNZIONI ALGEBRICHE  
E APPLICAZIONI**

1. ESERCIZI SUL CALCOLO DELLA DERIVATA DI UNA FUNZIONE ALGEBRICA

Calcolare le derivate delle seguenti funzioni

<b>Esercizio 1.</b> $f(x) = \frac{1}{x^3}$	$\left[ -\frac{3}{x^4} \right]$
<b>Esercizio 2.</b> $f(x) = \frac{1}{x^6}$	$\left[ -\frac{6}{x^7} \right]$
<b>Esercizio 3.</b> $f(x) = \sqrt{x}$	$\left[ \frac{1}{2\sqrt{x}} \right]$
<b>Esercizio 4.</b> $f(x) = \sqrt[3]{x}$	$\left[ \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \right]$
<b>Esercizio 5.</b> $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$	$\left[ \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} \right]$
<b>Esercizio 6.</b> $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x}}$	$\left[ \frac{1}{2\sqrt{x}} \right]$
<b>Esercizio 7.</b> $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x}$	$\left[ -\frac{1}{2x\sqrt{x}} \right]$
<b>Esercizio 8.</b> $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}$	$\left[ \frac{1}{6\sqrt[6]{x^5}} \right]$
<b>Esercizio 9.</b> $f(x) = -x^2 + x - 2$	$[-2x + 1]$
<b>Esercizio 10.</b> $f(x) = x + \frac{1}{x}$	$\left[ \frac{x^2 - 1}{x^2} \right]$
<b>Esercizio 11.</b> $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$	$\left[ \frac{2 - x}{x^3} \right]$
<b>Esercizio 12.</b> $f(x) = x^2 + \sqrt[3]{x}$	$\left[ \frac{6x\sqrt[3]{x^2} + 1}{3\sqrt[3]{x^2}} \right]$
<b>Esercizio 13.</b> $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$	$\left[ \frac{\sqrt{x} - 2}{2x^2} \right]$
<b>Esercizio 14.</b> $f(x) = (3x^2 + 2x + 1)^2$	$[4(3x^2 + 2x + 1)(3x + 1)]$
<b>Esercizio 15.</b> $f(x) = x^3 + \sqrt{x^2 - 2x}$	$\left[ 3x^2 + \frac{2x - 2}{3\sqrt{(x^2 - 2x)^2}} \right]$

- Esercizio 16.**  $f(x) = \sqrt[4]{x(x^2 - x + 1)}$   $\left[ \frac{3x^2 - 2x + 1}{4\sqrt[4]{x^3(x^2 - x + 1)^3}} \right]$
- Esercizio 17.**  $f(x) = \sqrt{x - \sqrt{x}}$   $\left[ \frac{2\sqrt{x} - 1}{4\sqrt{x}\sqrt{x - \sqrt{x}}} \right]$
- Esercizio 18.**  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$   $\left[ -\frac{2x}{(x^2 + 1)^2} \right]$
- Esercizio 19.**  $f(x) = \frac{1}{x^3 - 4}$   $\left[ -\frac{3x^2}{(x^3 - 4)^2} \right]$
- Esercizio 20.**  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x}}$   $\left[ -\frac{x + 1}{(x^2 + 2x)\sqrt{x^2 + 2x}} \right]$
- Esercizio 21.**  $f(x) = \frac{x^2 + 3x - 2}{x^2 - 3x + 2}$   $\left[ \frac{-6x^2 + 8x}{(x^2 - 3x + 2)^2} \right]$
- Esercizio 22.**  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x - 3}}$   $\left[ \frac{x - 3}{(2x - 3)\sqrt{2x - 3}} \right]$
- Esercizio 23.**  $f(x) = \frac{x^2(x^2 + 3)}{x^2 - 1}$   $\left[ \frac{2x(x^4 - 2x^2 - 3)}{(x^2 - 1)^2} \right]$
- Esercizio 24.**  $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{x + 1}{x - 1} + \frac{1}{x^2 - x} - \frac{x(x + 1)}{2(1 - x)}$   $\left[ \frac{1}{2} \right]$

2. APPLICAZIONE: DETERMINAZIONE DELLA RETTA TANGENTE  
AL GRAFICO DI UNA FUNZIONE ALGEBRICA

Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico delle seguenti funzioni algebriche nei punti corrispondenti all'ascissa indicata:

**Esercizio 25.**  $f(x) = x^2 - 3x + 1, x_0 = 2$   $[x - y - 3 = 0]$

**Esercizio 26.**  $f(x) = \sqrt{4 + x^2}, x_0 = 3/2$   $[3x - 5y + 8 = 0]$

**Esercizio 27.**  $f(x) = \frac{x}{2x - 3}, x_0 = 2$   $[3x + y - 8 = 0]$

**Esercizio 28.**  $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x + 3}, x_0 = -2$   $[5x + y + 9 = 0]$

**Esercizio 29.**  $f(x) = x^3 + x^2 - 1, x_0 = 0$   $[y + 1 = 0]$

**Esercizio 30.**  $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x}}, x_0 = 1/2$   $[2x + y - 2 = 0]$

3. APPLICAZIONE: CALCOLO DEI LIMITI  
TRAMITE IL TEOREMA DI DE L'HÔPITAL

**Esercizio 31.**  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + x}$   $[2]$

**Esercizio 32.**  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 5x + 6}$   $[-5]$

**Esercizio 33.**  $\lim_{x \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{2x^2 - 1}{2x - \sqrt{2}}$   $[\sqrt{2}]$

**Esercizio 34.**  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}-1} \frac{x^2 + (1 - \sqrt{3})x - 4 + 2\sqrt{3}}{x + 1 - \sqrt{3}}$   $[0]$

**Esercizio 35.**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 1}{x^2 - 2x + 1}$   $[2]$

**Esercizio 36.**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^3 + 2x - 1}{x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2}$   $[-2]$

**Esercizio 37.**  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - ax^2 - a^2x + a^3}{x^3 + 2ax^2 - 7a^2x + 4a^3}$   $[2/5]$

**Esercizio 38.**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} + \sqrt{x+3} - 3}{\sqrt{x} - \sqrt{x+3} + 1}$   $[3]$

**Esercizio 39.**  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt{3x+4} + 2}{\sqrt[3]{5-3x} + \sqrt{1-3x} - 4}$   $[7/6]$

**Esercizio 40.**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} + \sqrt[3]{x+1} - 3}{\sqrt{x+9} - \sqrt[3]{x+8} - 1}$   $[7]$