

Prova Scritta di **Matematica Discreta**
C.L. **ITPS** – Corso A
30 Marzo 2026

Esercizio 1.

Determinare le ultime due cifre del numero $7^{12345678725}$.

Esercizio 2.

Sia $G := \mathcal{U}(\mathbb{Z}_{21})$ il gruppo degli invertibili di \mathbb{Z}_{21} , e consideriamo su G una nuova moltiplicazione $*$, definita ponendo per ogni $a, b \in G$

$$a * b := [5]_{21} ab.$$

Verificare che $(G, *)$ è un gruppo abeliano, e determinare l'inverso di $[4]_{21}$ rispetto la nuova operazione $*$.

Esercizio 3.

Sia $(s_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la successione definita ricorsivamente tramite $s_0 = 0$, $s_1 = 3$ e $s_n = 2s_{n-2} + s_{n-1}$ se $n \geq 2$. Verificare che la forma chiusa per s_n è data da

$$s_n = (-1)^{n+1} + 2^n.$$

Esercizio 4.

Tra i numeri naturali di tre cifre quanti sono quelli minori di 700 e composti esclusivamente da cifre pari e tutte diverse da loro?

Esercizio 5. Sia $p := x^3 + x^2 - 1 \in \mathbb{Z}_3[x]$ e sia $A := \mathbb{Z}_3[x]/(p)$. Si dica se l'elemento $[x^2 - 1]_p \in A$ è o meno invertibile in A , calcolandone l'inverso in caso affermativo o determinandone un co-divisore di zero altrimenti.