

Prova Scritta di **Matematica Discreta**
 C.L. **ITPS** – Corso A
 15 Settembre 2025

Esercizio 1.

Quante sono le permutazioni di S_{10} aventi periodo 3?

Esercizio 2.

Determinare le eventuali soluzioni del seguente sistema lineare a coefficienti in \mathbb{Z}_{11} :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 7x_4 = 8 \\ 5x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 9 \end{array} \right.$$

Esercizio 3.

Sia (G, \cdot) un gruppo finito di ordine n . Dimostrare che le affermazioni

- (1) n è pari
- (2) in G esiste almeno un elemento di periodo 2

sono logicamente equivalenti tra loro.

Esercizio 4.

Si consideri il polinomio $f = x^4 + 1 \in \mathbb{Z}_5[x]$.

- (1) Determinare se l'anello quoziante $A = \mathbb{Z}_5[x]/(f)$ è o non è un campo;
- (2) determinare se $[x]_f$ è un elemento invertibile di A o un divisore dello zero;
- (3) determinare il periodo moltiplicativo di $[x]_f \in A$ o un suo co-divisore di zero.

Esercizio 5.

Qual è il resto della divisione di $\sum_{k=1}^{100} k!$ per 45?