

Prova Scritta di **Matematica Discreta**  
C.L. **ITPS** – Corso A  
15 Settembre 2025

**Esercizio 1.**

Quante sono le permutazioni di  $S_{10}$  aventi periodo 3?

**Esercizio 2.**

Determinare le eventuali soluzioni del seguente sistema lineare a coefficienti in  $\mathbb{Z}_{11}$ :

$$\begin{cases} x_1 & +2x_2 & +3x_3 & +4x_4 & = 5 \\ 2x_1 & +3x_2 & +4x_3 & +5x_4 & = 6 \\ 3x_1 & +4x_2 & +5x_3 & +6x_4 & = 7 \\ 4x_1 & +5x_2 & +6x_3 & +7x_4 & = 8 \\ 5x_1 & +6x_2 & +7x_3 & +8x_4 & = 9 \end{cases}$$

**Esercizio 3.**

Sia  $(G, \cdot)$  un gruppo finito di ordine  $n$ . Dimostrare che le affermazioni

- (1)  $n$  è pari
- (2) in  $G$  esiste almeno un elemento di periodo 2

sono logicamente equivalenti tra loro.

**Esercizio 4.**

Si consideri il polinomio  $f = x^4 + 1 \in \mathbb{Z}_5[x]$ .

- (1) Determinare se l'anello quoziente  $A = \mathbb{Z}_5[x]/(f)$  è o non è un campo;
- (2) determinare se  $[x]_f$  è un elemento invertibile di  $A$  o un divisore dello zero;
- (3) determinare il periodo moltiplicativo di  $[x]_f \in A$  o un suo co-divisore di zero.

**Esercizio 5.**

Qual è il resto della divisione di  $\sum_{k=1}^{100} k!$  per 45?