

Prova Scritta di **Matematica Discreta**
 C.L. **ITPS** – Corso A
 01 Luglio 2025

Esercizio 1.

Determinare tutte le soluzioni intere del sistema

$$\begin{cases} 2x \equiv 20 \pmod{28} \\ 3x \equiv 18 \pmod{24} \\ 4x \equiv 2 \pmod{18} \end{cases} .$$

Qual è la minima soluzione maggiore di 2.251?

Esercizio 2.

Quante sono le stringhe binarie di lunghezza 25, in cui compaiono esattamente 3 uni? In quante di esse i 3 uni sono consecutivi?

Esercizio 3.

Provare che se nel gruppo (G, \cdot) è $(ab)^2 = a^2b^2$ per ogni $a, b \in G$, allora G è abeliano.

Esercizio 4.

Provare che

$$\begin{aligned} f : \quad \mathbb{Z}_{3600} &\longrightarrow \mathbb{Z}_{1200} \\ [x]_{3600} &\rightarrow [576x]_{1200} \end{aligned}$$

è ben definita, e risulta essere un omomorfismo di anelli. Calcolarne nucleo e immagine.

Esercizio 5.

Assegnata la matrice

$$\mathbf{a} := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{Z}_7),$$

verificare che \mathbf{a} è invertibile e calcolare \mathbf{a}^{-1} .