

Prova Scritta di **Matematica Discreta**
C.L. **ITPS** – Track A–L

29 Gennaio 2025

Esercizio 1.

Quanti sono gli **interi** che dividono il numero $a := 2^2 \cdot 3^3 \cdot 4^4 \cdot 5^5$?

Esercizio 2.

Determinare il resto della divisione $(333^{555333} + 555^{333555}) : 7$.

Esercizio 3.

Calcolare il determinante e l'inversa della matrice

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_5).$$

Esercizio 4.

Nel piccolo Stato di Fandonia la moneta usata è il Tollaro, sotto forma esclusivamente di monete da 3 Tollari e banconote da 8 Tollari. Si chiede:

- (1) è possibile mettere insieme la somma di 149 Tollari?
- (2) Se sì, in quanti modi? Se no, perché?

Esercizio 5.

Sia $f = 2x^3 + x^2 + 3x + 4 \in \mathbb{Z}_5[x]$, e si consideri l'anello quoziante $A := \mathbb{Z}_5[x]/(f)$. Sia poi $\alpha = [2x^2 + 3]_f \in A$.

- (1) A è un campo o no? Motivare la risposta;
- (2) α è un elemento invertibile o un divisore di zero in A ? Esibire esplicitamente l'inverso o un codivisore di zero per α , a seconda della risposta data.