

Prova Scritta di **Matematica Discreta**

C.L. **ITPS** – Track A–L

13 Gennaio 2025

Traccia 2

Esercizio 1. Si risolva il sistema

$$\begin{cases} 5x \equiv 15 \pmod{40} \\ 11x \equiv 121 \pmod{330} \\ 22x \equiv 2 \pmod{45} \end{cases}$$

e si determini la soluzione più vicina a 15.000.

Esercizio 2. Una cassa contiene 9 biglie per ciascuno di 9 colori diversi. Prendiamo a caso 6 biglie dalla cassa e le mettiamo in un sacchetto. Quanti sono i possibili contenuti del sacchetto?

Esercizio 3. Dati $\alpha = (2\ 4\ 7\ 6\ 8\ 9)$, $\beta = (2\ 1\ 3\ 9\ 5)$ e $\gamma = \alpha\beta\alpha$, elementi di S_{10} :

- (1) determinare i cicli disgiunti di γ e la sua parità;
- (2) detto H il sottogruppo ciclico generato da γ , c'è in H un sottogruppo di ordine 5? Esibire esplicitamente un tale sottogruppo se esiste, o in caso contrario spiegare perché non esiste.

Esercizio 4. Determinare per quali $n \in \mathbb{Z}$ il numero $n^{109} - n$ è un multiplo di 39.

Esercizio 5. Dato il seguente sistema a coefficienti in \mathbb{Z}_7

$$\begin{cases} 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 6 \\ 2x_1 + 6x_3 + 3x_4 = 1 \\ 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$$

dire se è risolubile e, in tal caso, determinarne esplicitamente l'insieme delle soluzioni.