

Prova Scritta di **Matematica Discreta**

C.L. **ITPS** – Track A–L

13 Gennaio 2025

Traccia 1

Esercizio 1. Si risolva il sistema

$$\begin{cases} 3x \equiv 9 & (\text{mod } 24) \\ 2x \equiv 22 & (\text{mod } 60) \\ 7x \equiv 17 & (\text{mod } 50) \end{cases}$$

e si determini la soluzione più vicina a 15.000.

Esercizio 2. Una cassa contiene 10 biglie per ciascuno di 10 colori diversi. Prendiamo a caso 5 biglie dalla cassa e le mettiamo in un sacchetto. Quanti sono i possibili contenuti del sacchetto?

Esercizio 3. Dati $\alpha = (2\ 4\ 7\ 6\ 8\ 9)$, $\beta = (2\ 1\ 3\ 9\ 5)$ e $\gamma = \beta\alpha\beta$, elementi di S_{10} :

- (1) determinare i cicli disgiunti di γ e la sua parità;
- (2) detto H il sottogruppo ciclico generato da γ , c'è in H un sottogruppo di ordine 5? Esibire esplicitamente un tale sottogruppo se esiste, o in caso contrario spiegare perchè non esiste.

Esercizio 4. Determinare per quali $n \in \mathbb{Z}$ il numero $n^{101} - n$ è un multiplo di 33.

Esercizio 5. Dato il seguente sistema a coefficienti in \mathbb{Z}_7

$$\begin{cases} 6x_1 & + & 5x_2 & + & 6x_3 & + & x_4 & = & 2 \\ & & x_2 & & & + & 2x_4 & = & 3 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & + & 4x_4 & = & 4 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & + & 5x_4 & = & 1 \end{cases}$$

dire se è risolubile e, in tal caso, determinarne esplicitamente l'insieme delle soluzioni.