

Prova Scritta di **Matematica Discreta**

C.L. **ITPS** – Corso A

16 Settembre 2024

Esercizio 1. Dato il seguente sistema a coefficienti in \mathbb{Z}_7

$$\begin{cases} x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 6 \\ x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & + & 6x_4 & = & 1 \\ 5x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & = & 4 \\ 3x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & & & = & 0 \end{cases}$$

dire quante sono le sue soluzioni, ed esibirne esplicitamente due.

Esercizio 2. Determinare tutti gli elementi di periodo 4 e 8 presenti nel gruppo \mathbb{Z}_{10000} .

Esercizio 3. Posto $f = x^4 + x^2 + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$, dire se $A := \mathbb{Z}_2[x]/(f)$ è o no un campo, decidere se il suo elemento $\alpha = [x^3 + 1]_f$ è invertibile e, in caso affermativo, determinare il suo inverso.

Esercizio 4. Quanti sono i numeri **interi** di 5 cifre che hanno almeno una cifra dispari?

Esercizio 5. Esistono degli interi che, divisi per 20, 36 e 75, danno rispettivamente i resti 17, 5 e 47? Se sì, esibire il più grande tra quelli negativi; altrimenti, dimostrare che non ne esistono.