

Prova Scritta di **Matematica Discreta**  
C.L. **ITPS** – Track A–L  
02 Settembre 2024

**Esercizio 1.** Su  $\mathbb{Z}$  si definisca la relazione  $\rho$  ponendo  
 $apb$  se e solo se  $a + b$  è un multiplo di 9.

Dire se la relazione è riflessiva, se è simmetrica e/o se è transitiva.  
Determinare  $\{a \in \mathbb{Z} \mid a\rho 4\}$ . Quanti elementi ha quest'insieme?

**Esercizio 2.** In un cassetto ci sono 200 calzini blu, 200 calzini rossi e 200 calzini gialli. Sono tutti spaiati e mischiati assieme, e possiamo estrarli solo a caso (p.es.: al buio).

- (1) Qual è il numero minimo di calzini da estrarre per esser certi di avere 10 calzini tutti dello stesso colore?
- (2) Qual è il numero minimo di calzini da estrarre per esser certi di poter formare 10 paia di calzini appaiati (cioè: coppie di calzini entrambi dello stesso colore)?

**Esercizio 3.**

Determinare il periodo moltiplicativo dell'elemento  $\alpha = [200]_{441}$  nell'anello  $\mathbb{Z}_{441}$ .

**Esercizio 4.**

Provare che l'unione insiemistica di due sottogruppi di un gruppo è un sottogruppo se e solo se uno dei due sottogruppi è contenuto nell'altro.

**Esercizio 5.**

Dato il seguente sistema a coefficienti in  $\mathbb{Z}_{11}$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 8 \\ 5x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 4 \\ \phantom{5x_1 + } x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

dire quante sono le sue soluzioni, ed esibirne esplicitamente due.