

Prova Scritta di **Matematica Discreta**
C.L. **ITPS** – Track A–L
02 Settembre 2024

Esercizio 1. Su \mathbb{Z} si definisca la relazione ρ ponendo

$a\rho b$ se e solo se $a + b$ è un multiplo di 9.

Dire se la relazione è riflessiva, se è simmetrica e/o se è transitiva.
Determinare $\{a \in \mathbb{Z} \mid a\rho 4\}$. Quanti elementi ha quest'insieme?

Esercizio 2. In un cassetto ci sono 200 calzini blu, 200 calzini rossi e 200 calzini gialli. Sono tutti spaiati e mischiati assieme, e possiamo estrarli solo a caso (p.es.: al buio).

- (1) Qual è il numero minimo di calzini da estrarre per esser certi di avere 10 calzini tutti dello stesso colore?
- (2) Qual è il numero minimo di calzini da estrarre per esser certi di poter formare 10 paia di calzini appaiati (cioè: coppie di calzini entrambi dello stesso colore)?

Esercizio 3.

Determinare il periodo moltiplicativo dell'elemento $\alpha = [200]_{441}$ nell'anello \mathbb{Z}_{441} .

Esercizio 4.

Provare che l'unione insiemistica di due sottogruppi di un gruppo è un sottogruppo se e solo se uno dei due sottogruppi è contenuto nell'altro.

Esercizio 5.

Dato il seguente sistema a coefficienti in \mathbb{Z}_{11}

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 8 \\ 5x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 4 \\ \quad x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

dire quante sono le sue soluzioni, ed esibirne esplicitamente due.