

Prova Scritta di **Matematica Discreta**
C.L. **ITPS** – Corso A
21 Febbraio 2024

Esercizio 1.

Abbiamo 10 caramelle (identiche) e un gruppo di 20 bambini.

- a) In quanti modi possiamo distribuire tutte le 10 caramelle in modo che ciascun bambino riceva al più una caramella?
- b) In quanti modi possiamo distribuire tutte le 10 caramelle (senza nessuna limitazione al numero di caramelle da dare a un singolo bambino)?

Esercizio 2.

Qual è il resto della divisione $34^{1318594} : 28$?

Esercizio 3.

Sia $f := 2x^4 + x^2 + 1 \in \mathbb{Z}_7[x]$ e si consideri l'anello quoziente $A_f := \mathbb{Z}_7[x]/(f)$.

- a) Dire se $\alpha := [3x^2 - 1]_f \in A$ è invertibile o un divisore di zero in A ;
- b) a seconda della risposta precedente, esibire l'inverso o un codivisore di zero per α ;
- c) dire se A è o meno un campo, motivando la risposta.

Esercizio 4.

Risolvere, se possibile, il sistema lineare

$$\begin{cases} 3x_2 & +x_3 & +4x_4 & = 0 \\ 2x_1 & +x_2 & +x_3 & = 4 \\ 2x_1 & +x_2 & & +3x_4 = 6 \\ 2x_1 & +x_2 & +2x_3 & +4x_4 = 2 \end{cases}$$

a coefficienti in \mathbb{Z}_7 ,¹ indicando esplicitamente:

- a) una soluzione particolare;
- b) quante soluzioni ha in tutto.

Esercizio 5.

Assegnata la permutazione

$$\sigma = (1\,3\,4\,7)(2\,4\,3\,7)(1\,4\,7)(2\,4\,8)(1\,8) \in S_{12},$$

sia $\alpha = \sigma^{3425}$.

- a) Scrivere esplicitamente α come prodotto di cicli disgiunti;
- b) esibire tutti gli eventuali elementi di $\langle \alpha \rangle$ di periodo 3.

¹quindi, come al solito, con $0, 1, \dots$ si intende in realtà $[0]_7, [1]_7, \dots$