

Prova Scritta di **Matematica Discreta**  
 C.L. **ITPS** – Corso A  
 21 Febbraio 2024

**Esercizio 1.**

Abbiamo 10 caramelle (identiche) e un gruppo di 20 bambini.

- a) In quanti modi possiamo distribuire tutte le 10 caramelle in modo che ciascun bambino riceva al più una caramella?
- b) In quanti modi possiamo distribuire tutte le 10 caramelle (senza nessuna limitazione al numero di caramelle da dare a un singolo bambino)?

**Esercizio 2.**

Qual è il resto della divisione  $34^{1318594} : 28$ ?

**Esercizio 3.**

Sia  $f := 2x^4 + x^2 + 1 \in \mathbb{Z}_7[x]$  e si consideri l'anello quoziante  $A_f := \mathbb{Z}_7[x]/(f)$ .

- a) Dire se  $\alpha := [3x^2 - 1]_f \in A$  è invertibile o un divisore di zero in  $A$ ;
- b) a seconda della risposta precedente, esibire l'inverso o un codivisore di zero per  $\alpha$ ;
- c) dire se  $A$  è o meno un campo, motivando la risposta.

**Esercizio 4.**

Risolvere, se possibile, il sistema lineare

$$\begin{cases} 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_4 = 6 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2 \end{cases}$$

a coefficienti in  $\mathbb{Z}_7$ ,<sup>1</sup> indicando esplicitamente:

- a) una soluzione particolare;
- b) quante soluzioni ha in tutto.

**Esercizio 5.**

Assegnata la permutazione

$$\sigma = (1\ 3\ 4\ 7)(2\ 4\ 3\ 7)(1\ 4\ 7)(2\ 4\ 8)(1\ 8) \in S_{12},$$

sia  $\alpha = \sigma^{3425}$ .

- a) Scrivere esplicitamente  $\alpha$  come prodotto di cicli disgiunti;
- b) esibire tutti gli eventuali elementi di  $\langle \alpha \rangle$  di periodo 3.

---

<sup>1</sup>quindi, come al solito, con  $0, 1, \dots$  si intende in realtà  $[0]_7, [1]_7, \dots$