

MATEMATICA LEZIONE 1

lunedì 28 settembre 2026 09:01

Docenti:

Titolare del corso:

Prof. Gabriele Mancini

gabriele.mancini@uniba.it

Ufficio: Dipartimento di Matematica, secondo piano, stanza 30

Ricevimento: lunedì 14:30 - 16:30 (o su appuntamento)

Pagina web: <https://www.dm.uniba.it/members/mancini>

Esercitatore:

Dott. Matteo Rizzi

matteo.rizzi@uniba.it

Canale teams del corso: codice **i6hfurs**

Lezioni

- Lunedì 9:00 - 11:00
- Mercoledì 9:00 - 11:00
- Giovedì 14:00 - 16:00
- Venerdì 11:00 - 13:00

Esame

- Prova scritta.
- Prova orale **facoltativa** da sostenere entro il terzo mese successivo a quello in cui si è superata la prova scritta.

Il calendario delle prove di esame sarà disponibile a breve. Saranno previsti almeno 8 appelli, tra cui:

3 appelli tra gennaio e febbraio.

3 appelli tra giugno e luglio.

2 appelli a settembre.

Se confermato dal CCS saranno previsti un appello ad aprile e un appello a novembre. Solo per gli studenti fuori corso è inoltre previsto un appello in ciascuno dei seguenti mesi: marzo, maggio, ottobre e dicembre.

Programma del corso:

1. Richiami:

- Insiemi e Logica
- Numeri (insiemi numerici)
- Equazioni e disequazioni
- Funzioni
- successioni

2. Funzioni di una variabile

- Limiti
- Continuità
- Derivabilità e calcolo differenziale
- Grafici di funzioni
- Ottimizzare funzioni (trovare massimi e minimi)
- Calcolo integrale

3. Equazioni differenziali ordinarie (EDO)

- EDO di primo ordine a variabili separabili
- EDO di primo ordine lineari
- EDO di secondo ordine lineari a coefficienti costanti

4. Successioni e serie

5. Funzioni di più variabili (cenni)

Libri consigliati:

- BRAMANTI, CONFORTOLA, SALSA - Matematica per le Scienze
- BERTSCH, DALL'AGLIO, GIACOMELLI - Epsilon 1, primo corso di analisi matematica

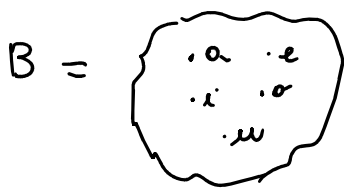
Nota: Gli appunti delle lezioni saranno disponibili sulla pagina web del corso e sul canale teams

Insiemi e logica

Def. Un **INSIEME** è una qualsiasi collezione di oggetti (detti **ELEMENTI** dell'insieme) per cui è ben definita una legge di appartenenza.

ESEMPI

- $A = \{ 1, -15, 2, 7, 4 \}$
- $B = \{ a, e, i, o, u \}$
 $= \{ x \mid x \text{ è una vocale dell'alfabeto it.} \}$
tali che



- $C = \{ x \mid x \text{ è un numero naturale pari} \}$
 $= \{ 2m \mid m \in \mathbb{N} \}$
 $= \{ m \in \mathbb{N} \mid \frac{m}{2} \in \mathbb{N} \}$
appartiene.

Simboli utili:

- $\in$ (appartiene) Si usa per indicare l'appartenenza di un elemento ad un insieme

$$a \in A, \quad 2 \in \mathbb{N}$$

- $\notin$ (non appartiene)

$$\frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$$

- $\emptyset$ (insieme vuoto)

È l'unico insieme che non contiene elementi.

- $\subseteq$ (inclusione tra insiemi).

$A \subseteq B$ si legge: A è contenuto in B "
 A è un sottoinsieme di B
 B contiene A .

Significa che:

Tutti gli elementi di A appartengono anche a B

ESEMPIO

$$\{a, e\} \subseteq \{a, e, i, o, u\}$$

- $\subsetneq$ (inclusione stretta)

$$A \subsetneq B$$

$$A \subseteq B \quad \text{e} \quad A \neq B,$$

- $\not\subseteq$ (negazione dell'inclusione)

$A \not\subseteq B$ si legge "A non è contenuto in B".

Significa: c'è almeno un elemento di A che non appartiene a B .

$$\left\{ \frac{1}{2}, 1 \right\} \not\subseteq \mathbb{N}.$$

Simboli quantificatori:

- $\exists$ (esiste)
- $\nexists$ (non esiste)
- $\forall$ (ogni / per ogni).
- $\exists!$ (esiste ed è unico).

Simboli logici:

- $\Rightarrow$ (implicazione logica).

Si usa tra due affermazioni per indicare che se è vero la prima affermazione, è vero anche la seconda.

ESEMPIO.

Sia $n \in \mathbb{N}$.

n multiplo di 4 $\Rightarrow n$ è pari.

$\Leftarrow$ (implicazione logica inversa).

$\nRightarrow$ (non implica).

n è pari $\nRightarrow n$ è multiplo di 4.

$\Leftrightarrow$ (equivalenza logica / se e solo se).

Si usa per dire che due affermazioni sono equivalenti.

$\vee$ (o / oppure)

$\wedge$ (e)

ESEMPI DI UTILIZZO:

- n è pari $\Leftrightarrow$ il resto della divisione intera di n per 2 è 0.

- Consideriamo la frase:

"Sia x un numero naturale. Se x non è pari, allora è dispari."

possiamo scriverlo in modo equivalente come:

Sia $x \in \mathbb{N}$.

x non è pari $\Rightarrow x$ è dispari.

Oppure:

$\forall n \in \mathbb{N}: n \text{ non \u00e9 pari} \Rightarrow n \text{ \u00e9 dispari.}$

- Ogni numero naturale \u00e9 pari o dispari.

Si scrive come:

$\forall n \in \mathbb{N}: n \text{ \u00e9 pari} \vee n \text{ \u00e9 dispari.}$

- Un numero naturale \u00e9 multiplo di 6 se e solo se \u00e9 multiplo sia di 2 che di 3.

Si scrive come:

Sia $n \in \mathbb{N}$: $n \text{ \u00e9 multiplo di 6} \Leftrightarrow$
 $n \text{ \u00e9 multiplo di 2} \wedge n \text{ \u00e9 multiplo di 3.}$

- $\neg$ (negazione logica),

Si mette davanti ad una frase per indicare l'affermazione opposta.

ESEMPLI

- Sia $n \in \mathbb{N}$:

$\neg (n \text{ \u00e9 pari}) \Leftrightarrow n \text{ non \u00e9 pari}$
 $\Leftrightarrow n \text{ \u00e9 dispari.}$

- $\neg (a \in A) \Leftrightarrow a \notin A.$

- $\neg (A \subseteq B) \Leftrightarrow A \not\subseteq B.$

- $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall a \in A : a \in B$.
- $\neg(A \subseteq B) \Leftrightarrow A \not\subseteq B \Leftrightarrow \exists a \in A : a \notin B$.

In generale la negazione di una affermazione inverte i simboli $\exists / \forall$ e i simboli $\vee / \wedge$ e si negano le proprietà quantificate.

Domanda del test:

N. mangia pasta asciutta il sabato e la domenica.

La negazione di questa frase è:

N. non mangia pasta asciutta il sabato o non mangia pasta asciutta la domenica.

Ricordare

Quando si nega un'affermazione i simboli $\wedge / \vee$ oppure $\exists / \forall$ si invertono.

Operazioni tra insiemi:

Def: Siano A e B due insiemi.

Si definisce **UNIONE** di A e B l'insieme:

$$A \cup B = \{ x \mid x \in A \vee x \in B \},$$

Si definisce **INTERSEZIONE** di A e B l'insieme:

$$A \cap B = \{ x \mid x \in A \wedge x \in B \}$$

Si definisce **DIFFERENZA TRA A E B** l'insieme

$$A \setminus B = \{ x \mid x \in A \wedge x \notin B \}$$

ESEMPI

$$A = \{ 1, 7, -5 \}$$

$$B = \{ 10, 20, -5, -23, 7, a \}$$

$$A \cup B = \{ 1, 7, -5, 10, 20, -23, a \}$$

$$A \cap B = \{ 7, -5 \}$$

$$A \setminus B = \{ 1 \}$$

$$B \setminus A = \{ 10, 20, -23, a \}$$

oss: Siano A e B due insiemi finiti.

Allora:

$$\text{n. di elem. di } A \cup B = \binom{\text{n. di elem. di } A}{\text{elem. di } A} + \binom{\text{n. di elem. di } B}{\text{di } B} - \binom{\text{n. di elem. di } A \cap B}{\text{di } A \cap B}$$

Def: Siano A, X due insiemi con $A \subseteq X$.

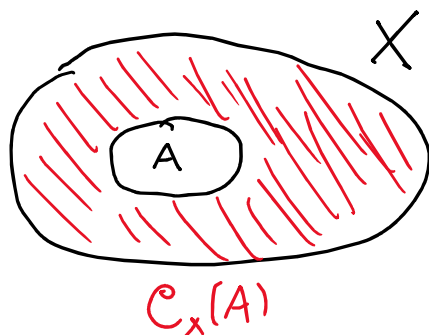
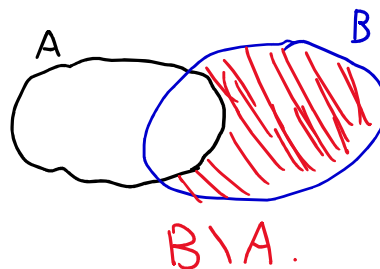
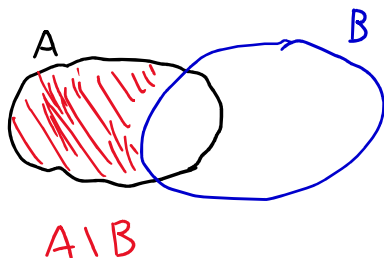
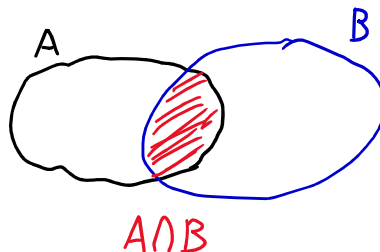
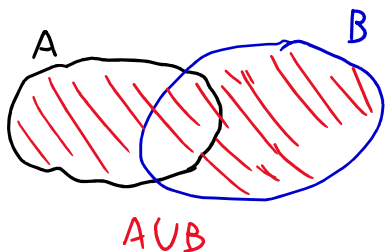
Si definisce **COMPLEMENTARE IN X DI A**

l'insieme $X \setminus A$. Si indica anche con $C_X(A)$. Se l'insieme X è chiaramente specificato si può scrivere anche A^c .

In altri termini:

$$C_X(A) = X \setminus A = \{x \in X \mid x \notin A\}.$$

Rappresentazione grafica delle operazioni tra insiemi;



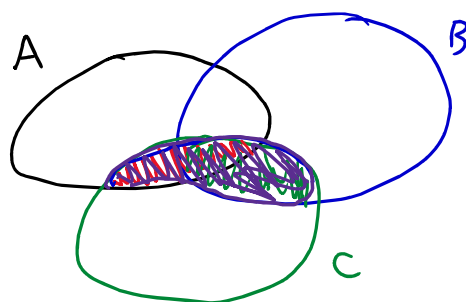
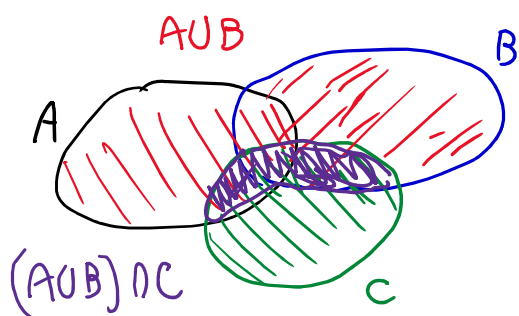
PROPRIETÀ

$$1) A \cup B = B \cup A \quad \text{e} \quad A \cap B = B \cap A.$$

$$2) (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \quad (\text{scriviamo } A \cup B \cup C) \\ (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \quad (A \cap B \cap C)$$

$$3) (A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C) \quad * \\ (A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

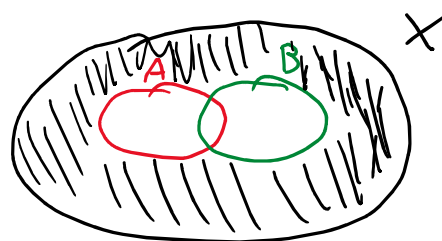
Interpretazione grafica di *



oss Siano A, B, X tre insiemi con $A \subseteq X$
e $B \subseteq X$. Allora

$$\mathcal{C}_X(A \cup B) = \mathcal{C}_X(A) \cap \mathcal{C}_X(B)$$

$$\mathcal{C}_X(A \cap B) = \mathcal{C}_X(A) \cup \mathcal{C}_X(B).$$



Queste proprietà seguono da quanto abbiamo
detto sui simboli logici:

Sia $x \in X$

$$\begin{aligned} x \in \mathcal{C}_X(A \cup B) &\Leftrightarrow x \notin A \cup B \\ &\Leftrightarrow \neg (x \in A \cup B) \\ &\Leftrightarrow \neg (x \in A \vee x \in B) \\ &\Leftrightarrow (x \notin A) \wedge (x \notin B) \\ &\Leftrightarrow x \in \mathcal{C}_X(A) \wedge (x \in \mathcal{C}_X(B)) \\ &\Leftrightarrow x \in \mathcal{C}_X(A) \cap \mathcal{C}_X(B). \end{aligned}$$

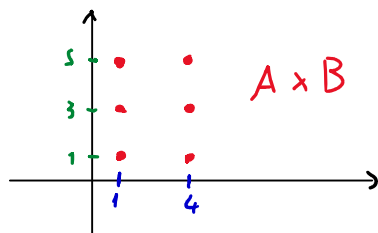
Def: Siano A e B due insiemi. Definiamo
PRODOTTO CARTESIANO tra A e B l'insieme
 delle coppie ordinate (a, b) in cui
 $a \in A$ e $b \in B$. Si indica con $A \times B$.

$$A \times B = \{ (a, b) \mid a \in A \wedge b \in B \}.$$

ESEMPI

$$A = \{ 1, 4 \}$$

$$B = \{ 1, 3, 5 \}$$



$$A \times B = \{ (1, 1), (1, 3), (1, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 5) \}$$

Insiemi numerici

$$1) \mathbb{N} = \{ 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$$

NUMERI NATURALI

$$2) \mathbb{Z} = \{ 0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \dots \}$$

NUMERI INTERI (RELATIVI)

In $\mathbb{Z}$ si possono fare le divisioni con resto.

TEOREMA. Siano $a, b \in \mathbb{Z}$ con $b \neq 0$. Allora

$\exists!$ $q, n \in \mathbb{Z}$ tali che

$$a = b \cdot q + n \quad \text{e} \quad 0 \leq n < |b|$$

(q è detto **QUOZIENTE INTERO** della divisione tra a e b)
 (n è detto **RESTO** della divisione intera tra a e b)

ESempi

$$1) \quad \begin{array}{l} a = 10 \\ b = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} q = 3 \\ r = 1 \end{array}$$

$$2) \quad \begin{array}{l} a = 100 \\ b = 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} 100 \\ 7 \\ \hline 30 \\ 28 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 7 \\ \hline 14 \end{array}$$

$q = 14$
 $r = 2$

Def. Siano a e b due numeri interi.
Si dice che a è **MULTIPLO** di b se
 $\exists q \in \mathbb{Z}$ t.c. $a = b \cdot q$
(oppure si dice che b è **UN DIVISORE** di a).

Def: Sia $a \in \mathbb{Z}$. Si dice che a è **PARI**
se e solo se a è multiplo di 2. Altrimenti a
è **DISPARI**.

oss Siano $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$. Allora.
(a è multiplo di b) $\Leftrightarrow$ (il resto della
divisione intera tra a e b è 0).

Def. Sia $p \in \mathbb{Z}$, $p \neq 0, \pm 1$. Si dice che
 p è **PRIMO** se $\forall a, b \in \mathbb{Z}$:
 $p = a \cdot b \Rightarrow a = \pm 1 \vee b = \pm 1$.

Def: Siano $a, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$. Si definisce
MINIMO COMUNE MULTIPLO tra a e b il

più piccolo numero intero positivo
che è multiplo di a e di b .

Si indica con $m.c.m.(a, b)$.

Def Siano $a, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$. Si def.

MASSIMO COMUN DIVISORE tra a e b il più
grande numero intero che è divisore sia
di a che di b .

Si indica con $M.C.D.(a, b)$.

ESEMPI

$$\begin{aligned} \bullet \quad a &= 20 & b &= 30 = 3 \cdot 2 \cdot 5 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 5 \\ &= 2^2 \cdot 5 \end{aligned}$$

$$m.c.m.(20, 30) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

$$M.C.D.(20, 30) = 2 \cdot 5 = 10$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad a &= 1000 & b &= 2000 \\ &= 10^3 & &= 2^4 \cdot 5^3 \\ &= 2^3 \cdot 5^3 \end{aligned}$$

$$m.c.m.(a, b) = 2^4 \cdot 5^3 = 2000$$

$$M.C.D.(a, b) = 2^3 \cdot 5^3 = 1000.$$