

MIRELLA CAPELLLETTI MONTANO

III PIANO, STANZA 12, DIP. MATEMATICA
mirelle.ceppelletti@montanoCunibc.it

RICEVIMENTO: MARTEDÌ, 10 FEBBRAIO, DOPO
LE 16:30

PRO DO TI | NO TE VO CI

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \quad a, b > 0$$

$$(a^3 + b^3) = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \quad a, b > 0$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

polinomial

come si risolvono le disuguaglianze / equation[✓] di
grado superiore al secondo?

Per le equazioni di terzo e quarto grado ci sono
formule risolutive. Per equazioni del quinto gra-
do in poi NON esistono formule risolutive

- FATTORIALE IN $\mathbb{N}$

ESEMPIO

$$\bullet \quad 2x^3 - 8x^2 + 8x = 0$$

PERTE IN
EVIDENTA

$$2x (x^2 - 4x + 4) = 0$$

$$2x (x-2)^2 = 0$$

LEGGE DI ANNULLAMENTO
DEL PRODOTTO

$\Leftrightarrow$

$$2x = 0 \quad \text{oppure}$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \quad \text{oppure}$$

$$x = 2$$

$$\bullet \quad 2x^3 - 8x^2 + 8x > 0$$

$$2x (x-2)^2 > 0$$

≥ 0 eol $x > 0$ si $x \neq 2$

occupia uno il segno di $(x-2)^2$

$$(x-2)^2 \geq 0 \text{ e precisamente}$$

$$(x-2)^2 > 0 \quad \text{se } x \neq 2$$

$$(x-2)^2 = 0 \quad \text{se } x = 2$$

Allora

$$2x(x-2)^2 > 0 \quad (\Rightarrow) \quad x > 0, \quad x \neq 2$$

$$\bullet \quad x^4 - 2x^3 - 2x - 1 = 0$$

$$x^4 - 1 - \underbrace{2x^3 + 2x}_{=0} = 0$$

$$(x^4 - 1) - 2x(x^2 + 1) = 0$$

$$x^4 - 1 = (x^2 + 1)(x^2 - 1)$$

$$\underbrace{(x^2 + 1)} \underbrace{(x^2 - 1) - 2x(x^2 + 1)} = 0$$

$$(x^2 + 1)(x^2 - 1 - 2x) = 0$$

$$(x^2 + 1)(x^2 - 2x - 1) = 0 \quad (\Rightarrow)$$

LEGGE DI ANNULLA-
MENTO DEL
PRODOTTO

$$(\Rightarrow) \underbrace{x^2 + 1}_{> 0} = 0 \quad \text{oppure} \quad \underbrace{x^2 - 2x - 1} = 0$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} =$$

$$= \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = \cancel{2} \frac{(1 \pm \sqrt{2})}{\cancel{2}} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \sqrt{8} &= \sqrt{2^3} \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}}$$

$$x^4 - 2x^3 - 2x - 1 < 0$$

$$\underbrace{(x^2 + 1)}_{>0} (x^2 - 2x - 1) < 0 \quad (\Rightarrow) \quad x^2 - 2x - 1 < 0$$

> 0

$\forall x \in \mathbb{R}$

$$(\Rightarrow) \quad 1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$$

• Equation / diseguation BIQUADRATICA

$$a x^{2m} + b x^m + c = 0$$

EQUAZIONE BIQUADRATICA

Si Risolvono attraverso un
cambio di variabile

$$x^m = t$$

$$a t^2 + b t + c = 0$$

$$m \in \mathbb{N}, m \geq 1$$

$$a, b, c \in \mathbb{R}$$

$$a \neq 0$$

Si risolve l'equazione al secondo grado e poi
si ritorna alle variabili x .

$$x^4 - 5x^2 + 6 = 0 \quad (*)$$

$$(x^2)^2 - 5x^2 + 6 = 0$$

Cambio di variabile $t = x^2$. $(*)$ Diventa:

$$t^2 - 5t + 6 = 0 \quad (\Rightarrow) \quad t = 2 \vee t = 3$$

Ritorniamo alle variabili x

$$\underbrace{t = x^2 = 2} \quad \vee$$

$$\underbrace{t = x^2 = 3}$$

$$x^2 = 2 \quad (\Rightarrow) \quad x = \pm \sqrt{2}$$

$$x^2 = 3 \quad (\Rightarrow) \quad x = \pm \sqrt{3}$$

R. Polinoms

$$x^4 - 5x^2 + 6 > 0$$

$$t = x^2$$

$$t^2 - 5t + 6 > 0$$

$$t < 2 \vee t > 3$$

Übernehmen alle variablen x

$$x^2 < 2 \vee x^2 > 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2 < 0 \vee x^2 - 3 < 0$$

R. solves

$$x^2 - 2 < 0 \quad (\Rightarrow) \quad -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$$

$$x^2 - 3 > 0 \quad (\Rightarrow) \quad x < -\sqrt{3} \vee x > \sqrt{3}$$

$$x^4 - 5x^2 + 6 > 0 \quad (\Rightarrow) \quad x < -\sqrt{3} \quad \vee \quad -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \\ \vee \quad x > \sqrt{3}$$

$$\bullet \quad x^4 + 5x^2 - 6 \leq 0$$

CAMBIO DI VARIABILE $x^2 = t$

$$t^2 + 5t - 6 \leq 0 \quad (\Rightarrow) \quad -6 \leq t \leq 1$$

$$t^2 + 5t - 6 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-5 \pm 7}{2}$$

$$\begin{matrix} -6 \\ 1 \end{matrix}$$

$$x^4 + 5x^2 - 6 = 0$$

$$t^2 + 5t - 6 = 0$$

~~$$t = x^2 - 6 \quad \vee$$~~
 impossible

$$t = x^2 = 1 \quad (\Rightarrow) \quad x = \pm 1$$

(solution)

$$x^4 + 5x^2 - 6 \leq 0 \quad (\Rightarrow) \quad -6 \leq x^2 \leq 1 \quad (\Rightarrow)$$

$$\underbrace{\quad}_{\forall x \in \mathbb{R}}$$

$$(\Rightarrow) \quad -1 \leq x \leq 1$$

..

$$x^6 - 7x^3 - 8 = 0 \quad (\Rightarrow) \quad x = -1 \vee x = 8$$

$$t = x^3$$

$$t^2 - 7t - 8 = 0 \quad (\Rightarrow) \quad t = 8 \vee t = -1$$

Rückführung alle Werte x

$$t = x^3 = 8 \quad \vee \quad t = x^3 = -1$$

$$x^3 = 8 \quad (\Rightarrow) \quad x = 2$$

$$x^3 = -1 \quad (\Rightarrow) \quad x = -1$$

Achtung

$$x^6 - 7x^3 - 8 > 0$$

Formula di Ruffini

$$1. x^3 + 4x^2 + x - \underline{6} = 0$$

(1) Individuare i divisori del

$$\frac{\text{TERMINO NOTO}}{\text{COEFFICIENTE DEL}} = \frac{-6}{1}$$

TERMINO DI GRADO MAGGIORE

Divisori di -6 sono

$$\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$$

$$(2) P(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$$

VERIFICARE se $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$ sono radici di $P(x)$

$$P(-1) = -1 + 4 - 1 - 6 \neq 0$$

$$P(1) = 1 + 4 + 1 - 6 = 0$$

1 è uno zero di $P(x)$ e quindi $P(x)$ è
divisibile per $x-1$

(3) COSTRUIAMO LA TABELLA:

	1	4	1	-6
1				

(4): ALGORITMO

$$\begin{array}{c|ccc|c}
 & 1 & 4 & 1 & -6 \\
 \textcircled{1} & & 1 & 5 & 6 \\
 \hline
 & \textcircled{1} & \textcircled{5} & \textcircled{6} & 0
 \end{array}$$

Moltiplichiamo il coefficiente del termine x^3 (che è 1) per lo zero (che è 1). Il risultato ($1 \cdot 1 = 1$) si scrive sotto il coefficiente del termine di successivo grado (4). Sommiamo le righe $\begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix}$.

Moltiplichiamo la somma (4+1) per lo zero (1) e il risultato si scrive sotto il termine di primo grado. Sommiamo gli elementi di $\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Polinomio $1 + 5x + 6x^2$ per lo zero (che è

1). Scriviamo 6 sotto il termine noto
(-6) e la somma DEVE essere 0.

I coefficienti 1 5 6 sono i coeff.
cent di

$$x^2 + 5x + 6$$

$$\text{t.c.} \quad x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x-1)(x^2 + 5x + 6)$$

Altre

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x-1)(x^2 + 5x + 6) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x-1=0 \quad \vee \quad x^2 + 5x + 6 = 0 \quad (\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) x \geq 1 \vee x \geq -2 \vee x \geq -3$$

$$\bullet \quad x^3 - 2x + 4 = 0$$

COMPLETE

IL POLINOMIO

$$x^3 + 0 \cdot x^2 - 2x + 4 = 0$$

Vogliamo scomporre il polinomio

$$P(x) = x^3 + 0x^2 - 2x - 4$$

con la regola di Ruffini

I divisori di -4 sono

$$\pm 1, \pm 2, \pm 4$$

$$P(1) \neq 0 \quad P(-1) \neq 0 \quad P(2) \neq 0 \quad P(-2) = 0$$

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 1 & 0 & -2 & 4 \\ -2 & & -2 & 4 & -4 \\ \hline & 1 & -2 & 2 & // \end{array}$$

$$P(x) = (x+2)(x^2 - 2x + 2)$$

Alle

$$x^3 - 2x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x+2) \underbrace{(\cancel{x^2 - 2x + 2})}_{\Delta < 0} = 0$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x = -2}$$

$$\Delta < 0$$

Vogliamo risolvere

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 < 0$$

$$(x-1)(x^2 + 5x + 6) < 0$$

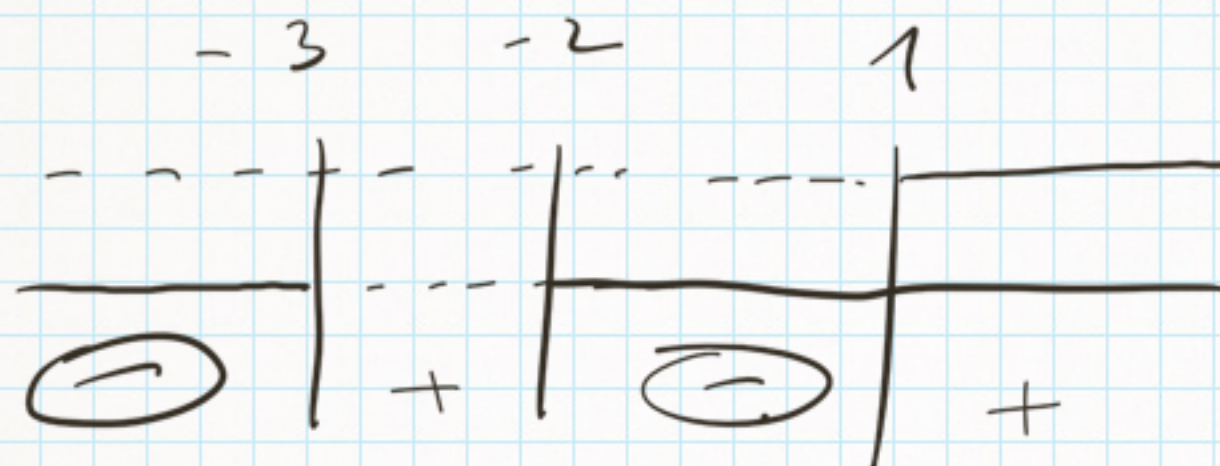
Studiamo il segno di questo prodotto

$$x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$$

$$x^2 + 5x + 6 > 0 \Rightarrow x < -3 \vee x > -2$$

Facciamo un grafico del segno del prodotto

$$(x-1)(x^2 + 5x + 6)$$



TRATTO CONTINUO
+
TRATTO DISCONTINUO
-

La soluzione sia

$$x < -3 \vee -2 < x < 1$$

Disuguaglianza fatta (rapporto tra due polinomi)

$$\frac{x-3x+2}{x+3} \leq 0$$

Osservazioni il segno delle frazioni

$$\bullet x^2 - 3x + 2 \geq 0.$$

$$\bullet x + 3 > 0 \quad (\text{NON SI PUO' DIVIDERE PER } 0)$$

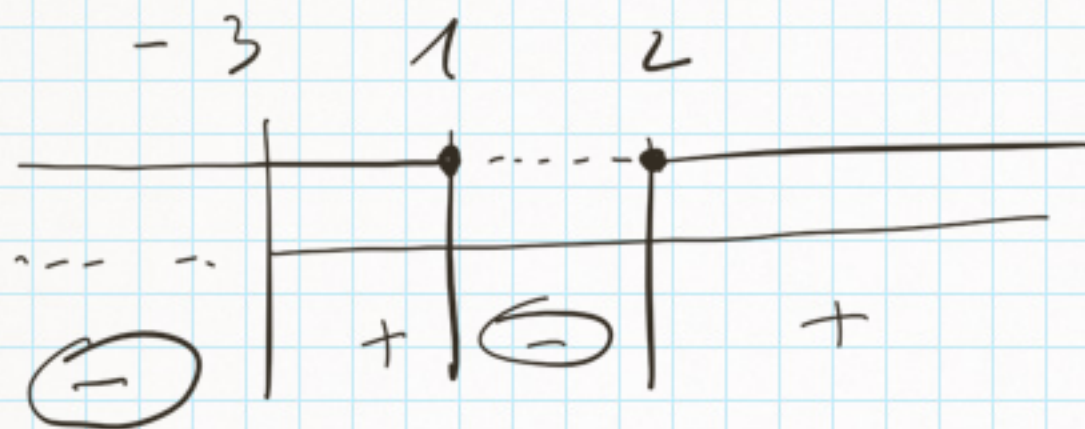
$$\bullet x^2 - 3x + 2 = 0 \quad (\Rightarrow) \quad x = 1 \vee x = 2$$

$$x^2 - 3x + 2 \geq 0 \quad (\Rightarrow) \quad x \leq 1 \vee x \geq 2$$

$$\bullet x + 3 > 0 \quad (\Rightarrow) \quad x > -3$$

Debbiamo per un grafico che rappresenti il
segno di

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x + 3}$$



$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x + 3} \leq 0 \quad (\Rightarrow) \quad x < -3 \vee 1 \leq x \leq 2$$

$$\frac{x^3 + 2x^2 + 2x}{(x-1)(9-x^2)} > 0$$

$$\frac{x \overbrace{(x^2 + 2x + 2)}^{> 0}}{(x-1)(9-x^2)} > 0 \quad (\Rightarrow)$$

$$\frac{x}{(x-1)(9-x^2)} > 0$$

$x^2 + 2x + 2$ è polinomio di $\mathbb{R}$ grado 2.

con $\Delta = -4 < 0$

Allora $x^2 + 2x + 2 > 0$

Studiando il segno di

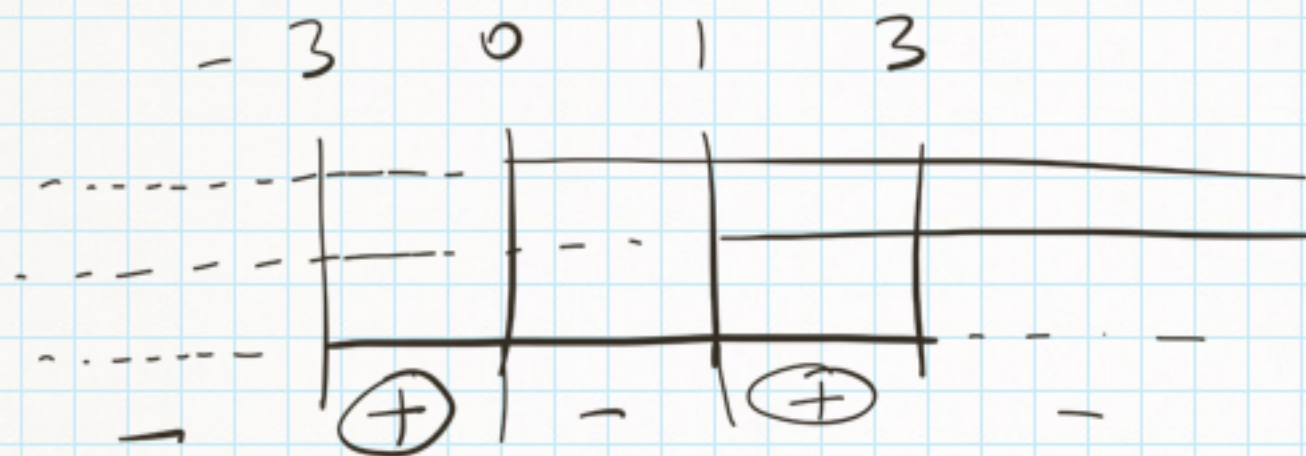
$$\frac{x}{(x-1)(3-x^2)}$$

$$x > 0$$

$$x-1 > 0 \quad (\Rightarrow) \quad x > 1$$

$$3-x^2 > 0 \quad (\Rightarrow) \quad x^2-3 \boxed{<} 0 \quad (\Rightarrow) \quad -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$$

Gráfica del signo



$$-3 < x < 0 \quad \vee \quad 1 < x < 3$$

A la f

$$\frac{x^3 + 2x^2 - x}{x^2 - 4} \geq 0$$