

Esercizi - Numeri complessi

Esercizio 1. Determinare parte reale, parte immaginaria, coniugato, modulo e argomento dei seguenti numeri complessi:

$$1. \ z = \frac{2-i}{3+i}$$

$$2. \ z = \frac{5i-1}{2+3i}$$

$$3. \ z = (1-i)^4$$

$$4. \ z = \frac{(1-i)(2+i)}{3+i}$$

$$5. \ z = \frac{(1-i)(1+i)^5}{1+\sqrt{3}i}$$

Esercizio 2. Risolvere le seguenti equazioni di variabile complessa:

$$1. \ z^2 - i\sqrt{3} + 1 = 0$$

$$2. \ z^3 - 2(1+i)^4 = 0$$

$$3. \ z^2 + z + 1 = 0$$

$$4. \ z^2 - 2iz - 1 - 2i = 0$$

$$5. \ z^4 - (\sqrt{3} + i)^4 = 0$$

Simulazione quesiti di esame

Esercizio 3. Si consideri il numero complesso $z = \frac{5+3i}{4-i}$.

1. Scrivere la forma algebrica di z .
2. Calcolare z^9 .

Esercizio 4. Si consideri il numero complesso $z = \frac{10\sqrt{3}+2i}{\sqrt{3}+4i}$.

1. Scrivere la forma algebrica di z .
2. Si scrivano in forma algebrica le radici quadrate di z .

Esercizio 5. Si consideri il numero complesso $z = \frac{4+2i}{i-3}$.

1. Si scriva la forma trigonometrica di z .
2. Si scrivano in forma esponenziale le radici cubiche di z .

Esercizio 6. Si consideri il numero complesso $z = \frac{8i-1}{2i+3}$.

1. Determinare la parte reale e la parte immaginaria di z .
2. Si scrivano in forma esponenziale le radici quinte di z .

Risultati degli esercizi

Esercizio 1

1. $\operatorname{Re}(z) = \frac{1}{2}$, $\operatorname{Im}(z) = -\frac{1}{2}$, $\bar{z} = \frac{1}{2} + \frac{i}{2}$, $|z| = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\arg z = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$.
2. $\operatorname{Re}(z) = 1$, $\operatorname{Im}(z) = 1$, $\bar{z} = 1 - i$, $|z| = \sqrt{2}$, $\arg z = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$.
3. $\operatorname{Re}(z) = -4$, $\operatorname{Im}(z) = 0$, $\bar{z} = -4$, $|z| = 4$, $\arg z = \pi + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$.
4. $\operatorname{Re}(z) = \frac{4}{5}$, $\operatorname{Im}(z) = -\frac{3}{5}$, $\bar{z} = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$, $|z| = 1$, $\arg z = -\arctan \frac{3}{4} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
5. $\operatorname{Re}(z) = -2$, $\operatorname{Im}(z) = 2\sqrt{3}$, $\bar{z} = -2 - 2\sqrt{3}i$, $|z| = 4$, $\arg z = \frac{2}{3}\pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Esercizio 2

1. $z = \frac{1}{\sqrt{2}} + i\sqrt{\frac{3}{2}}$ \vee $z = -\frac{1}{\sqrt{2}} - i\sqrt{\frac{3}{2}}$
2. $z = -2$ \vee $z = 1 + i\sqrt{3}$ \vee $z = 1 - i\sqrt{3}$
3. $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ \vee $z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$
4. $z = -1$ \vee $z = 1 + 2i$
5. $z = \sqrt{3} + i$ \vee $z = -\sqrt{3} - i$ \vee $z = 1 - i\sqrt{3}$ \vee $z = -1 + i\sqrt{3}$

Esercizio 3

1. $z = 1 + i$
2. $z^9 = 16 + 16i$

Esercizio 4

1. $z = 2 - 2i\sqrt{3}$
2. Radici quadrate: $-\sqrt{3} + i$, $\sqrt{3} - i$

Esercizio 5

1. $z = -1 - i$
2. Radici cubiche: $\sqrt[6]{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$, $\sqrt[6]{2}e^{i\frac{13\pi}{12}}$, $\sqrt[6]{2}e^{i\frac{7\pi}{4}}$

Esercizio 6

1. $\operatorname{Re}(z) = 1$, $\operatorname{Im}(z) = 2$
2. Radici quinte: $\sqrt[10]{5}e^{i(\frac{\arctan 2}{5} + \frac{2k\pi}{5})}$ con $k = 0, 1, 2, 3, 4$.