

Esercizi - Equazioni e Disequazioni

Esercizio 1. Determinare le soluzioni delle seguenti equazioni e disequazioni:

1. $\frac{x}{x^2 - 3x} = 1$
2. $\frac{x - 1}{x^2 - 5x + 6} \leq 0$
3. $\frac{3x + 2}{x + 1} \geq 2 - x$
4. $\frac{x^3 - 2x + 1}{2x + 1} \geq 0$
5. $|x + 1| + 2x - 3 = 2$
6. $|2x - 1| \leq x + 1$
7. $|2x + 1| \geq x^2$
8. $|5x - 4| + e^x = 0$
9. $\frac{|x - 3| - 1}{x + 4} \leq 0$
10. $\frac{|5 - x| - 3}{x^2 - 3} > 0$
11. $\frac{|1 - 2x|}{5 - x} \leq 3 + x$
12. $\left| \frac{x^2 - 2}{x} \right| \leq 1$
13. $\sqrt{x^2 - 4x} \leq x + 3$
14. $\frac{x + 9}{x^2 + 3} \geq \frac{9x - 10}{2x^2 - 1}$
15. $\sqrt[3]{\frac{x^2 + 3x - 1}{2x + 1}} = 1$
16. $\sqrt{6x^2 - 5x + 1} \geq 2x + 1$
17. $e^{x^2} - 4 \leq 0$
18. $9^x - 5 \cdot 3^x + 4 \leq 0$
19. $2^{-x} - 2^x + 6 = 0$
20. $\log_{\frac{1}{3}} x - 2 \log_{\frac{1}{3}} x - 3 \leq 0$
21. $\log \left(\frac{x^2 - 3}{1 - 3x} \right) > 0$
22. $\log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{x^2 - x - 2}{x + 9} \right) \geq 1$

Esercizio 2. Determinare le soluzioni dei seguenti sistemi di disequazioni:

1. $\begin{cases} \frac{x + 3}{2x - 1} \leq 2 \\ \frac{x^2}{x^2 + x} < 1 \end{cases}$
2. $\begin{cases} \sqrt{x^2 + 2x} \leq 2 \\ e^{2x} - 4 > 0 \end{cases}$
3. $\begin{cases} \log \left(\frac{x+2}{x^2} \right) > 0 \\ e^{2x} - 4e^x - 5 \leq 0 \end{cases}$

Simulazione esercizi di esame

Esercizio 3. Determinare l'insieme delle soluzioni delle seguenti disequazioni:

1. $\frac{|x-4|-2x}{x-1} \leq 0$

2. $\frac{|e^{2x}-4|-2e^{2x}}{e^{2x}-1} \leq 0$

Esercizio 4. 1. Determinare l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$\frac{x^2-1}{1-|2x-3|} \geq 0.$$

2. Determinare l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$\frac{\log^2 x - 1}{1-|2\log x - 3|} \geq 0.$$

Risultati degli esercizi

Esercizio 1

1. $x = 4$
2. $x \leq 1 \vee 2 < x < 3$
3. $-2 \leq x < -1 \vee x \geq 0$
4. $x \leq -\frac{1+\sqrt{5}}{2} \vee -\frac{1}{2} < x \leq \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \vee x \geq 1$
5. $x = \frac{4}{3}$
6. $0 \leq x \leq 2$
7. $x = -1 \vee 1 - \sqrt{2} \leq x \leq 1 + \sqrt{2}$
8. L'equazione non ha soluzioni
9. $x < -4 \vee 2 \leq x \leq 4$
10. $x < -\sqrt{3} \vee \sqrt{3} < x < 2 \vee x > 8$.
11. $2 - 3\sqrt{2} \leq x \leq 4 \vee x > 5$
12. $-2 \leq x \leq -1 \vee 1 \leq x \leq 2$
13. $-\frac{9}{10} \leq x \leq 0 \vee x \geq 4$
14. $x < -\frac{1}{\sqrt{2}} \vee \frac{1}{\sqrt{2}} < x \leq 3$
15. $x = -2 \vee x = 1$
16. $x \leq 0 \vee x \geq \frac{9}{2}$
17. $-\sqrt{2\log 2} \leq x \leq \sqrt{2\log 2}$
18. $0 \leq x \leq 2\log_3 2$
19. $x = \log_2(3 + \sqrt{10})$
20. $\frac{1}{27} \leq x \leq 3$
21. $x < -4 \vee \frac{1}{3} < x < 1$
22. $-\frac{5}{3} \leq x < 1 \vee 2 < x \leq 3$

Esercizio 2

1. $-1 < x < \frac{1}{2} \vee x \geq \frac{5}{3}$
2. $\log 2 < x \leq \sqrt{5} - 1$
3. $-1 < x < 0 \vee 0 < x \leq \log 5$

Esercizio 3

1. $x < 1 \vee x \geq \frac{4}{3}$
2. $x < 0 \vee x \geq \frac{1}{2} \log \frac{4}{3}$

Esercizio 4

1. $-1 \leq x < 1 \vee 1 < x < 2$
2. $(\frac{1}{e}, e) \cup (e, e^2)$