Esercizi - Limiti di Funzioni

Esercizio 1. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti:

1. $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{x^5+2x}{4x^2+3x^5+2}$
2. $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+x^3+\sqrt{x}}{2x+4x^4-1}$
3. $\lim_{x\to-\infty} \dfrac{x^2+x^6}{2x+4x^3-1}$
4. $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{x^3+x^5-1}{2-x^2}$
5. $\lim_{x\to-\infty} \ln(2^x+3^x)$
6. $\lim_{x\to4^+} \dfrac{\sqrt{x}}{2x-8}$
7. $\lim_{x\to1^+} \dfrac{1-e^x}{x-1}$
8. $\lim_{x\to2^+} \dfrac{x^2-4}{x^2+2x-8}$
9. $\lim_{x\to2^-} \dfrac{\cos(\frac{\pi}{6}x)}{x^2-4}$
10. $\lim_{x\to\frac{1}{3}^+} e^{\frac{x-2}{3x-1}}$
11. $\lim_{x\to1} \dfrac{x^2-4}{x^2+2x-8}$
12. $\lim_{x\to0} \dfrac{\sin x}{\ln(x+1)}$
13. $\lim_{x\to0} \dfrac{1-\cos x}{\ln(1+x^2)}$
14. $\lim_{x\to0} \dfrac{\sqrt[5]{1+3x}-1}{7x+4x^2}$
15. $\lim_{x\to0} \dfrac{e^{2x^2}-1}{\tan x}$
16. $\lim_{x\to+\infty} x(1-e^{-\frac{4}{x}})$
17. $\lim_{x\to-\infty} 3x\ln\left(1+\dfrac{2}{x}\right)$
18. $\lim_{x\to0} \dfrac{\arcsin(2x)}{x^2+5x}$
19. $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{x^{10}-e^x+\sqrt{x}}{10\ln x+x^4+3x^{10}}$
20. $\lim_{x\to-\infty} \dfrac{4^x+x^{10}}{x^4+10}$
21. $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{\arctan(x+2)}{x+2}$
22. $\lim_{x\to0} \dfrac{1-\cos(2x)}{\ln((1+x^2)^3)}$
23. $\lim_{x\to2^+} \dfrac{x^3-8}{\sin(x-2)}$
24. $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(1+e^{2x})}{x-2}$

Esercizio 2. Determinare il dominio e gli asintoti (orizzontali, verticali o obliqui) delle seguenti funzioni:

1. $f(x)=\dfrac{e^x}{x+4}$;
2. $f(x)=\dfrac{\ln x}{e^x+2}$
3. $f(x)=\dfrac{x^4}{x^3-1}$
4. $f(x)=x+\frac{1}{x}+\arctan x$
5. $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^4+1}}{x}$

RISULTATI

Esercizio 1.

1. $\frac{1}{3}$
2. 0
3. $-\infty$
4. $-\infty$
5. $-\infty$
6. $+\infty$
7. $-\infty$
8. $\frac{2}{3}$
9. $-\infty$
10. 0
11. $\frac{3}{5}$
12. 1
13. $\frac{1}{2}$
14. $\frac{3}{35}$
15. 0
16. 4
17. 6
18. $\frac{2}{5}$
19. $-\infty$
20. $+\infty$
21. 0
22. $\frac{2}{3}$
23. 12
24. 2

Esercizio 2.

1. $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$.
   - Asintoto verticale: $x = -4$, con
   $$\lim_{x \to -4^-} f(x) = -\infty, \qquad \lim_{x \to -4^+} f(x) = +\infty.$$
   - Asintoto orizzontale: $y = 0$ per $x \to -\infty$.
   - Nessun asintoto obliquo.
2. $\mathrm{Dom}(f) = (0, +\infty)$.
   - Asintoto verticale: $x = 0$, con
   $$\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty.$$
   - Asintoto orizzontale: $y = 0$ per $x \to +\infty$.
   - Nessun asintoto obliquo.
3. $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
   - Asintoto verticale: $x = 1$, con
   $$\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\infty, \qquad \lim_{x \to 1^+} f(x) = +\infty.$$

- Asintoto obliquo: $y = x$ sia per $x \to +\infty$ sia per $x \to -\infty$.
- Nessun asintoto orizzontale.

4. $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
   - Asintoto verticale: $x = 0$, con
   $$\lim_{x \to 0^-} f(x) = -\infty, \qquad \lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty.$$
   - Asintoti obliqui:
   $$y = x + \frac{\pi}{2} \quad \text{per } x \to +\infty, \qquad y = x - \frac{\pi}{2} \quad \text{per } x \to -\infty.$$
   - Nessun asintoto orizzontale.

5. $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
   - Asintoto verticale: $x = 0$, con
   $$\lim_{x \to 0^-} f(x) = -\infty, \qquad \lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty.$$
   - Asintoto obliquo: $y = x$ sia per $x \to +\infty$ sia per $x \to -\infty$.
   - Nessun asintoto orizzontale.