

Esercizi - Equazioni e Disequazioni, parte 2

Esercizio 1. Determinare le soluzioni delle seguenti equazioni e disequazioni:

1. $|x + 1| + 2x - 3 = 2$
2. $|2x - 1| \leq x + 1$
3. $|2x + 1| \geq x^2$
4. $\frac{|x - 3| - 1}{x + 4} \leq 0$
5. $\frac{|5 - x| - 3}{x^2 - 3} > 0$
6. $\frac{|1 - 2x|}{5 - x} \leq 3 + x$
7. $\left| \frac{x^2 - 2}{x} \right| \leq 1$
8. $\sqrt{x^2 - 4x} \leq x + 3$
9. $\sqrt[3]{\frac{x^2 + 3x - 1}{2x + 1}} = 1$
10. $\sqrt{6x^2 - 5x + 1} \geq 2x + 1$
11. $3 \cdot 2^x = 32 - 2^x$
12. $e^{x^2} - 4 \leq 0$
13. $9^x - 5 \cdot 3^x + 4 \leq 0$
14. $2^{-x} - 2^x + 6 = 0$
15. $\log_{\frac{2}{3}} x - 2 \log_{\frac{1}{3}} x - 3 \leq 0$
16. $\ln \left(\frac{x^2 - 3}{1 - 3x} \right) > 0.$

Esercizio 2. Determinare le soluzioni dei seguenti sistemi di disequazioni:

1. $\begin{cases} \frac{x + 3}{2x - 1} \leq 2 \\ \frac{x^2}{x^2 + x} < 1 \end{cases}$
2. $\begin{cases} \sqrt{x^2 + 2x} \leq 2 \\ e^{2x} - 4 > 0 \end{cases}$
3. $\begin{cases} \ln \left(\frac{x+2}{x^2} \right) > 0 \\ e^{2x} - 4e^x - 5 \leq 0 \end{cases}$

Esercizio 3. Determinare l'insieme delle soluzioni delle seguenti disequazioni:

1. $\frac{|x - 4| - 2x}{x - 1} \leq 0$
2. $\frac{|e^{2x} - 4| - 2e^{2x}}{e^{2x} - 1} \leq 0$

Esercizio 4. 1. Determinare l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$\frac{x^2 - 1}{1 - |2x - 3|} \geq 0.$$

2. Determinare l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$\frac{\ln^2 x - 1}{1 - |2 \ln x - 3|} \geq 0.$$

Risultati degli esercizi

Esercizio 1

1. $x = \frac{4}{3}$
2. $0 \leq x \leq 2$
3. $x = -1 \vee 1 - \sqrt{2} \leq x \leq 1 + \sqrt{2}$
4. $x < -4 \vee 2 \leq x \leq 4$
5. $x < -\sqrt{3} \vee \sqrt{3} < x < 2 \vee x > 8.$
6. $2 - 3\sqrt{2} \leq x \leq 4 \vee x > 5$
7. $-2 \leq x \leq -1 \vee 1 \leq x \leq 2$
8. $-\frac{9}{10} \leq x \leq 0 \vee x \geq 4$
9. $x = -2 \vee x = 1$
10. $x \leq 0 \vee x \geq \frac{9}{2}$
11. $x = 3$
12. $-\sqrt{2 \ln 2} \leq x \leq \sqrt{2 \ln 2}$
13. $0 \leq x \leq 2 \log_3 2$
14. $x = \log_2(3 + \sqrt{10})$
15. $\frac{1}{27} \leq x \leq 3$
16. $x < -4 \vee \frac{1}{3} < x < 1$

Esercizio 2

1. $-1 < x < \frac{1}{2} \vee x \geq \frac{5}{3}$
2. $\ln 2 < x \leq \sqrt{5} - 1$
3. $-1 < x < 0 \vee 0 < x \leq \ln 5$

Esercizio 3

1. $x < 1 \vee x \geq \frac{4}{3}$
2. $x < 0 \vee x \geq \frac{1}{2} \ln \frac{4}{3}$

Esercizio 4

1. $-1 \leq x < 1 \vee 1 < x < 2$
2. $[\frac{1}{e}, e) \cup (e, e^2)$