

Esame di Matematica Discreta

Laurea Triennale in Informatica

A. Lotta

8/4/2024

1. Dare la definizione di funzione iniettiva $f : X \rightarrow Y$ tra due insiemi. Utilizzare questa nozione per enunciare il Principio dei Cassetti.
2. Si considerino le funzioni

$$f : \mathbb{N} - \{0\} \rightarrow \mathbb{Q} - \{0\}, \quad g : \mathbb{Q} - \{0\} \rightarrow \mathbb{Q}$$

definite da:

$$f(x) := \frac{3-x}{x} + 5, \quad g(x) := \frac{2}{x}.$$

Giustificare che f è ben definita, stabilire se è iniettiva e se è surgettiva, e dire se $g \circ f$ è iniettiva.

3. Calcolare $3^{45} \bmod 98$.

4. Risolvere l'equazione Diofantea:

$$63x + 75y = -153.$$

Determinare in particolare una soluzione (x_0, y_0) con $x_0 > 0$.

5. Si consideri la seguente permutazione f di S_7 :

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 5 & 1 & 7 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Dire, giustificando la risposta, se il gruppo ciclico $G = \langle f \rangle$ contiene sottogruppi diversi dal sottogruppo banale $\{Id\}$ e dal gruppo stesso G .

6. Stabilire se esiste un albero con 15 vertici, dei quali: uno di grado 5, due di grado 4, uno di grado 3, uno di grado 2 e i restanti di grado 1.

In caso affermativo, disegnare un tale albero.