

## Esame di Matematica Discreta

Laurea Triennale in Informatica

A. Lotta

3/2/2023

1. Sono assegnate due funzioni  $f : A \rightarrow B$  e  $g : B \rightarrow C$ .
  - a) Dare la definizione della funzione composta  $g \circ f$ .
  - b) Provare che, se  $f$  e  $g$  sono entrambe ingettive, allora  $g \circ f$  è ingettiva.
  - c) Provare che, se  $f$  e  $g$  sono entrambe surgettive, allora  $g \circ f$  è surgettiva.
2. Dimostrare per induzione che, per ogni  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 1$ ,  $10^n - 1$  è un multiplo di 9.
3. Stabilire se l'equazione Diofantea

$$39x + 45y = 24$$

ammette soluzioni. In caso affermativo, determinare una soluzione  $(x, y)$  tale che  $y > 0$  e una soluzione  $(x_1, y_1)$  con  $y_1 < 0$ .

4. Un linguaggio di programmazione ammette come nomi di variabili esclusivamente stringhe non vuote di al massimo 4 caratteri a scelta tra  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ , trattando però come identiche variabili il cui nome differisce solo per una permutazione dei caratteri. Ad esempio:

$$XY = YX, \quad XYZX = XXZY, \quad XY \neq YXX, \quad Z \neq XX.$$

Quante variabili diverse sono a disposizione del programmatore?

5. a) Dire quanti sono i generatori del gruppo ciclico  $\mathbb{Z}_{18}$ .

- b) Considerato l'omomorfismo di gruppi  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_{18}$  tale che

$$f(5) = [7]_{18},$$

si calcoli  $f(-2)$ .

6. È dato un grafo  $G$  connesso con 10 lati e 6 vertici di cui quattro di grado 4.

Verificare che  $G$  ammette cammini Euleriani.