

Esame di Matematica Discreta

Laurea Triennale in Informatica

A. Lotta

3/2/2023

1. Sono assegnate due funzioni $f : A \rightarrow B$ e $g : B \rightarrow C$.
 - a) Dare la definizione della funzione composta $g \circ f$.
 - b) Provare che, se f e g sono entrambe iniettive, allora $g \circ f$ è iniettiva.
 - c) Provare che, se f e g sono entrambe surgettive, allora $g \circ f$ è surgettiva.
2. Dimostrare per induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$, $10^n - 1$ è un multiplo di 9.

3. Stabilire se l'equazione Diofantea

$$39x + 45y = 24$$

ammette soluzioni. In caso affermativo, determinare una soluzione (x, y) tale che $y > 0$ e una soluzione (x_1, y_1) con $y_1 < 0$.

4. Un linguaggio di programmazione ammette come nomi di variabili esclusivamente stringhe non vuote di al massimo 4 caratteri a scelta tra X , Y e Z , trattando però come identiche variabili il cui nome differisce solo per una permutazione dei caratteri. Ad esempio:

$$XY = YX, XYZX = XXZY, XY \neq YXX, Z \neq XX.$$

Quante variabili diverse sono a disposizione del programmatore?

5. a) Dire quanti sono i generatori del gruppo ciclico \mathbb{Z}_{18} .

b) Considerato l'omomorfismo di gruppi $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_{18}$ tale che

$$f(5) = [7]_{18},$$

si calcoli $f(-2)$.

6. È dato un grafo G connesso con 10 lati e 6 vertici di cui quattro di grado 4.

Verificare che G ammette cammini Euleriani.