

## Esame di Matematica Discreta

Laurea Triennale in Informatica

A. Lotta

27/6/2023

1. Dare la definizione della funzione di Eulero, enunciare il Teorema di Fermat-Eulero e applicarlo per giustificare la validità della seguente congruenza:

$$26^{74} \equiv -4 \pmod{20}.$$

2. Stabilire se la seguente funzione  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}$  è iniettiva e se è surgettiva:

$$f(x) := \frac{(x+1)^2 - 3}{5}.$$

3. Stabilire quante sono le parole di lunghezza 6 che si possono formare utilizzando i caratteri  $a, b, c, d$ , che inizino e terminino con la stessa lettera (esempio di parole ammissibili: *baaacb, cabadc*).

4. Stabilire se l'equazione Diofantea:

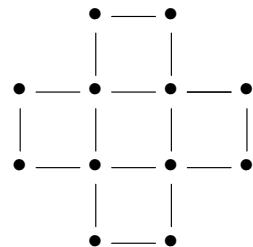
$$252x + 266y = -42$$

ammette soluzioni, ed in caso affermativo determinarne una soluzione  $(x_o, y_o)$  con  $x_o$  pari e una soluzione  $(x_1, y_1)$  con  $x_1$  dispari.

5. a) Determinare tutti i generatori del gruppo ciclico  $(\mathbb{Z}_{16}, +, \cdot)$ .

- b) Determinare tutti gli elementi del sottogruppo  $H$  di  $(\mathbb{Z}_{16}, +)$  di ordine 8 e dire quanti sono gli isomorfismi  $f : \mathbb{Z}_8 \rightarrow H$ .

6. Si consideri il seguente grafo  $G$ :



Stabilire se  $G$  contiene circuiti Euleriani e, in caso affermativo, determinarne uno esplicitamente.