

Esame di Matematica Discreta

Laurea Triennale in Informatica

A. Lotta

20/1/2023

1. a) Dare la definizione di anello e la definizione di elemento invertibile di un anello.
 - b) Dimostrare che, se $(A, +, \cdot)$ è un anello, e a e b sono elementi invertibili di A , allora anche $a \cdot b$ è invertibile.
 - c) Dopo aver definito le operazioni $+ : \mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_n \rightarrow \mathbb{Z}_n$, $\cdot : \mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_n \rightarrow \mathbb{Z}_n$, dimostrare che $(\mathbb{Z}_n, +, \cdot)$ è un anello.
2. Assegnate le funzioni

$$f : \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}, \quad g : \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$$

$$f(x, y) = \left(\frac{xy + 1}{2}, \frac{xy - 1}{3} \right), \quad g(x, y) = \left(\frac{x + 1}{2}, \frac{y - 1}{3} \right)$$

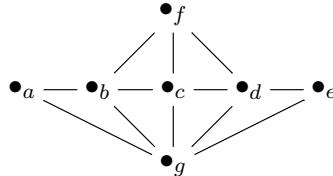
verificare che una sola di esse è bigettiva. Di tale funzione determinare esplicitamente l'inversa.

3. Risolvere la congruenza lineare

$$72x \equiv 76 \pmod{74}$$

e determinarne una soluzione positiva. Stabilire, giustificando la risposta, se vi sono soluzioni x con $36 < x < 73$.

4. Dato un insieme A con $|A| = 12$, stabilire quante sono le funzioni surgettive $f : A \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ tali che 1 abbia esattamente 6 preimmagini.
5. Si consideri la permutazione $f \in S_7$: $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 4 & 3 & 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}$.
 - a) Determinare l'ordine del gruppo $G = \langle f \rangle$ e stabilire se la permutazione inversa f^{-1} è generatore di G .
 - b) Determinare esplicitamente il sottogruppo H di G di ordine 3.
6. Stabilire se il grafo seguente ammette circuiti e/o cammini Euleriani e, in caso affermativo, determinarne uno.



Stabilire inoltre se esiste un albero avente la stessa sequenza grafica di tale grafo.