

Esame di Matematica Discreta

Laurea Triennale in Informatica

A. Lotta

15/9/2023

1. Dare definizione di gruppo e di gruppo abeliano. Dire, giustificando la risposta, per ciascuna delle seguenti strutture algebriche, se si tratta di un gruppo oppure no:

$$(\mathbb{N}, \cdot), (\mathbb{Q}^*, \cdot), (\mathbb{Z}_6, +), (\mathbb{Z}_6, \cdot), (\mathbb{Z}_5^*, \cdot).$$

2. Stabilire che la seguente funzione

$$f : \mathbb{Q} - \{-5\} \rightarrow \mathbb{Q} - \{4/3\}, \quad f(x) := \frac{x+1}{x+5} + \frac{1}{3}$$

è bigettiva e determinarne esplicitamente l'inversa f^{-1} .

3. Sia X un insieme di cardinalità 7. Stabilire quante sono le funzioni surgettive

$$f : X \rightarrow \{0, 1, 2\}.$$

4. Risolvere l'equazione Diofantea:

$$210x + 174y = 12.$$

Mostrare inoltre che, se (x_0, y_0) è una soluzione con $y_0 > 0$, allora $y_0 \geq 23$.

5. Determinare tutti gli elementi del sottogruppo H di \mathbb{Z}_{24} di ordine 8 e tutti i generatori di H .

6. Stabilire se la seguente sequenza

$$(6, 6, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$$

è grafica e in caso affermativo disegnare un grafo che la realizza.