

Esame di Matematica Discreta

Laurea Triennale in Informatica

A. Lotta

17/11/2022

Simulazione d'esame

1. Spiegare perchè la seguente funzione

$$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}, \quad f(x) := \frac{x}{3x-1}$$

è ben definita e stabilire se essa è iniettiva e/o surgettiva.

2. Dimostrare per induzione che per ogni $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$, si ha:

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

3. In un cassetto vi sono 29 magliette, ciascuna di una delle tre taglie: SMALL, MEDIUM, LARGE e di colore rosso o bianco. Dire quante sono le magliette large bianche, sapendo che quelle large sono in tutto 10, quelle bianche 16, quelle small rosse sono 7, e che non ci sono magliette medie rosse.
4. Stabilire quante sono le stringhe di 10 caratteri (alfabeto di 26 lettere), contenenti esattamente 3 vocali tutte diverse e tra le quali non vi sono consonanti.
5. Si ponga $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $Y = \{0, 1, 2, 3\}$. Calcolare il numero delle funzioni surgettive $f : X \rightarrow Y$ verificanti la condizione seguente:

$$f(1) = f(3), \quad f(2) = 0 \neq f(1).$$

6. Stabilire se l'equazione diofantea:

$$42x + 70y = -126$$

ha soluzioni, ed in caso affermativo determinare una soluzione (x, y) tale che

$$x > y.$$