

Esame di Matematica Discreta

Laurea Triennale in Informatica

A. Lotta

9/1/2023

Simulazione d'esame

1. Stabilire se la seguente congruenza lineare ha soluzioni

$$51x \equiv 69 \pmod{90}$$

e, in caso affermativo, determinare un insieme di soluzioni a due a due incongrue modulo 90 di cardinalità massima.

2. Risolvere il seguente sistema di congruenze lineari:

$$\begin{cases} x \equiv 85 \pmod{100} \\ x \equiv 81 \pmod{101} \end{cases}$$

e determinarne la più grande soluzione negativa.

3. Si consideri la struttura algebrica $(\mathbb{Q}^* \times \mathbb{Q}, *)$ la cui operazione è definita come segue:

$$(a, b) * (x, y) := (3ax, b + y - 2).$$

Verificare che $(\mathbb{Q}^* \times \mathbb{Q}, *)$ è un gruppo.

4. a) Considerato il gruppo ciclico \mathbb{Z}_{10} , determinarne tutti i generatori, il periodo dell'elemento $[4]_{10}$ e determinarne esplicitamente il sottogruppo K di ordine 5.

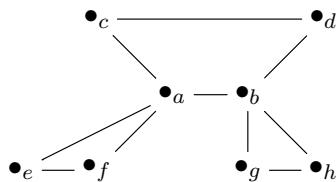
- b) Verificare che i laterali del sottogruppo K sono esattamente due e determinarli esplicitamente.

5. Si consideri la permutazione $f \in S_8$: $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 5 & 4 & 6 & 2 & 7 & 3 & 8 \end{pmatrix}.$

- a) Determinare l'ordine del gruppo $G = \langle f \rangle$ e la decomposizione in cicli disgiunti delle permutazioni f^{-17} e f^6 .

- b) Stabilire quanti sono, se esistono, gli omomorfismi iniettivi $G \rightarrow \mathbb{Z}_6$ e gli omomorfismi iniettivi $G \rightarrow \mathbb{Z}_{17}^*$.

6. a) Stabilire se il grafo seguente ammette circuiti Euleriani e in caso affermativo, determinarne uno che inizia nel vertice a .



- b) Stabilire se esiste un grafo con sequenza grafica $(6, 6, 5, 5, 4, 4, 4, 2)$ e in caso affermativo disegnarne uno.