

Prova scritta di **Geometria**

Cdl Fisica

8/2/2024

**Esercizio 1.** Posto

$$v_1 = (0, 1, 2), \quad v_2 = (1, 3, 0), \quad v_3 = (0, 1, -1)$$

verificare che esiste un'unica applicazione lineare

$$f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$$

tale che

$$f(v_1) = (2, 1, -1, 2), \quad f(v_2) = (0, 1, 1, 0), \quad f(v_3) = (-1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -1)$$

e stabilire se  $f$  è iniettiva.

**Esercizio 2.** Si determini, al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ , la dimensione ed una base del seguente sottospazio vettoriale di  $\mathbb{R}^4$ :

$$V = L((1, -1, -1, 0), (1, 1, 1, 1), (-1, k, k, 2)).$$

**Esercizio 3.** Sia  $V$  uno spazio vettoriale reale e sia  $\mathfrak{B} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$  una base di  $V$ . Si consideri l'endomorfismo  $f: V \longrightarrow V$  tale che

$$f(e_1) = 3e_2, \quad f(e_2) = 3e_1, \quad f(e_3) = e_3 + 4e_4, \quad f(e_4) = e_3 + e_4.$$

Stabilire se l'endomorfismo  $f$  è diagonalizzabile.