

Prova scritta di **Geometria**

Cdl Fisica

7/5/2026

**Esercizio 1.** Si consideri l'applicazione lineare

$$F: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$$

tale che

$$F(1, 0, 1) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right), \quad F(2, 1, 0) = (2 + k, 3 + k), \quad F(0, 1, -1) = (4, 6),$$

dove  $k$  è un parametro reale.

- a) Giustificare l'esistenza di  $F$  e calcolare  $F(1, 0, 0)$ .
- b) Stabilire per quali valori di  $k$   $F$  è surgettiva.
- c) Determinare, al variare di  $k$ , una base di  $\text{Ker}(F)$ .

**Esercizio 2.** Si considerino i seguenti sottospazi vettoriali di  $\mathbb{R}^5$ :

$$V = \{(x, y, z, t, w) : 2x - y + z + t = 0\}, \quad W = \{(x, y, z, t, w) : 2x - y + z + w = 0\}.$$

Determinare la dimensione di  $V + W$  ed una base di  $V \cap W$ .

**Esercizio 3.** Si consideri l'endomorfismo  $F: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  definito da

$$F(x, y, z, t) = \left(2x - \frac{3}{2}z + \frac{3}{2}t, 2y - \frac{3}{2}z + \frac{3}{2}t, -z + 3t, 3z - t\right).$$

Stabilire se  $F$  è diagonalizzabile e, in caso affermativo, determinare una base di  $\mathbb{R}^4$  costituita da autovettori di  $F$ .